

REG-LOG-2425-ASM-SET 6-MATH

建議題解

多項選擇題

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C | 2. D | 3. B | 4. A | 5. A |
| 6. B | 7. D | 8. A | 9. B | 10. B |
| 11. A | 12. D | 13. B | 14. D | 15. C |
| 16. A | 17. D | 18. D | 19. A | 20. B |
| 21. D | 22. C | 23. D | 24. C | |

1. C

- A. ✗ $\circ y = 2^x \rightarrow y = -2^x \neq \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- B. ✗ $\circ y = 3(2^x) \rightarrow y = -3(2^x) \neq 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$
- C. ✓ $\circ y = \log_2 x \rightarrow y = -\log_2 x = \frac{\log x}{-\log 2} = \frac{\log x}{\log \frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2}} x$
- D. ✗ $\circ y = 10^x \rightarrow y = -10^x \neq \log x$

2. D

對 $a > 1$ ，當 x 的值減小時， $\log_a x$ 值的遞減率上升。

答案為 D。

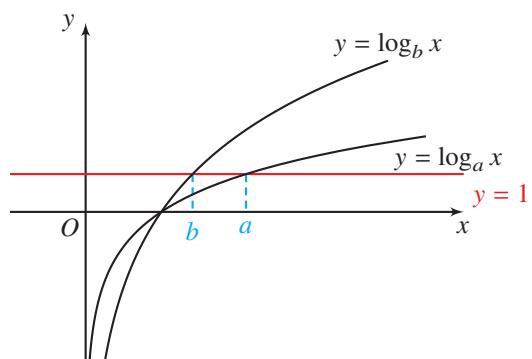
3. B

繪畫直線 $y = 1$ 。

該直線與圖像相交於 $(a, 1)$ 及 $(b, 1)$ 。

該圖像的 x 截距均為 1。

從圖像中，可得 $1 < b < a$ 。



4. A

- A. ✓。
- B. ✗。當 $x = 2$ 時， $y = \frac{1}{2} \log 2 \neq 1$ 。
- C. ✗。當 $x = 1$ 時， $y = \log(1 - 2) = \log(-1)$ 為未定義。
- D. ✗。當 $x = 1$ 時， $y = \log(1 + 2) = \log 3 \neq 0$ 。

5. A

- A. ✓。
- B. ✗。該圖像通過 $(1, 0)$ 但 $y = 5^1 = 5 \neq 0$ 。
- C. ✗。該圖像通過 $(1, 0)$ 但 $y = 0.2^1 = 0.2 \neq 0$ 。
- D. ✗。當 $y = 1$ 時， $x = 0.2^1 = 0.2$ 但所示圖像明顯不通過 $(0.2, 1)$ 。

6. B

$$\begin{aligned}\frac{AC}{AB} &= \frac{\log_c k}{\log_b k} \\ &= \frac{\log k}{\log c} \div \frac{\log k}{\log b} \\ &= \frac{\log b}{\log c} \\ &= \log_c b\end{aligned}$$

7. D

假定 L 的方程為 $x = k$ 。

- I. ✗。 $y = \log_b x$ 與直線 $y = 1$ 相交於 $(b, 1)$ 。
 $y = \log_b x$ 的圖像的 x 截距為 1。
因此，從該圖像可得 $0 < b < 1$ 。
- II. ✓。 A 及 B 的坐標分別為 $(k, \log_a k)$ 及 $(k, \log_b k)$ 。由於 $AC = BC$ ，

$$\log_a k = -\log_b k$$

$$\frac{\log k}{\log a} = -\frac{\log k}{\log b}$$

$$\log b = -\log a$$

$$\log ab = 0$$

$$ab = 1$$

- III. ✓。該曲線的 x 截距為 1。
因此， $OC > 1$ 。

8. A

當 $y = 0$ 時，

$$0 = \log_3 x \text{ 及 } 0 = \log_4 x$$
$$x = 1 \qquad \qquad x = 1$$

當 $y = 1$ 時，

$$1 = \log_3 x \text{ 及 } 1 = \log_4 x$$
$$x = 3 \qquad \qquad x = 4$$

答案為 A。

9. B

A. ✗。當 $x = 1$ 時， $y = \log 2 \neq 0$ 。

B. ✓。

C. ✗。當 $x = 1$ 時， $y = \log \frac{1}{2} \neq 0$ 。

D. ✗。當 $y = 1$ 時， $x = 10^1 = 10$ 但該圖像明顯不通過 $(10, 1)$ 。

10. B

A 及 B 的坐標分別為 $(0, k)$ 及 $(0, q)$ 。

$$q = ka^x$$

$$a^x = \frac{q}{k}$$

$$x = \log_a \frac{q}{k}$$

C 的坐標為 $\left(\log_a \frac{q}{k}, q\right)$ 。

I. ✓。

A 的 y 坐標為負數。

II. ✗。

當 x 增加時， ka^x 的值趨向零。

因此， $0 < a < 1$ 。

III. ✓。

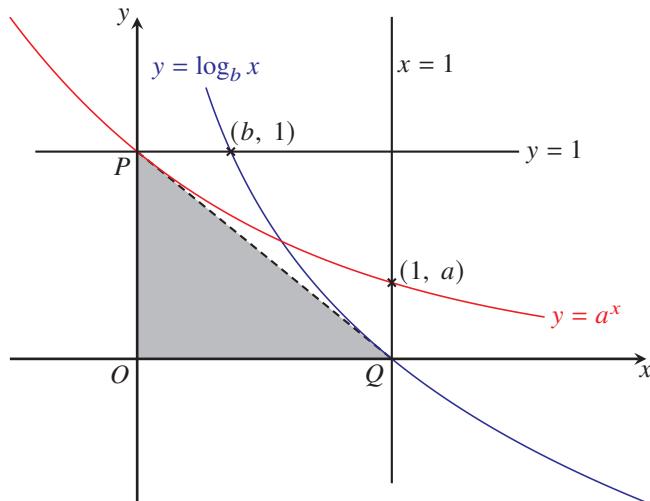
$$BC < OA$$

$$0 - \log_a \frac{q}{k} < 0 - k$$

$$\log_a \frac{q}{k} > k$$

11. [A]

留意 P 及 Q 的坐標分別為 $(0, 1)$ 及 $(1, 0)$ 。



- I. ✓。觀察 y 坐標，可得 $0 < a < 1$ 。
- II. ✓。圖像 $y = a^x$ 的反射像為 $y = \log_a x$ 。
可得 $a = b$ 及 $\frac{a}{b} = 1$ 。
- III. ✗。留意 $0 < a < 1$ 及 $0 < b < 1$ 。
 ΔOPQ 的面積 = $\frac{(1)(1)}{2}$
 $= \frac{1}{2}$
 $\neq \frac{1}{2}ab$

12. [D]

C_2 的方程為

$$\begin{aligned} y &= -\log_4 x \\ &= \frac{\log x}{-\log 4} \\ &= \frac{\log x}{\log \frac{1}{4}} \\ &= \log_{\frac{1}{4}} x \end{aligned}$$

13. [B]

- I. ✓。
- II. ✓。
- III. ✗。 $y = \log_a x$ 的圖像應通過 $(1, 0)$ 。

14. D

$$0 = \log_a(ax)$$

$$ax = 1$$

$$x = \frac{1}{a}$$

P 的坐標為 $\left(\frac{1}{a}, 0\right)$ 。

$$0 = \log_b(x + b) \quad \text{及} \quad y = \log_b(0 + b)$$

$$x + b = 1 \qquad \qquad \qquad = 1$$

$$x = 1 - b$$

Q 及 R 的坐標分別為 $(1 - b, 0)$ 及 $(0, 1)$ 。

所求面積

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{a} - (1 - b)\right) \times 1$$

$$= \frac{1}{2a} + \frac{b}{2} - \frac{1}{2}$$

15. C

兩個圖像的 x 截距均為 1。

設 C 的坐標為 $(c, 0)$ 。

I. ✓。

$y = \log_{\frac{1}{b}} x$ 的圖像與直線 $y = 1$ 相交於 $\left(\frac{1}{b}, 1\right)$ ，在直線 $x = 0$ 與 $x = 1$ 之間。

$$0 < \frac{1}{b} < 1$$

$$b > 1$$

II. ✗。

假定 $AC = CB$ 。

$$\log_a c = -\log_{\frac{1}{b}} c$$

$$\frac{\log c}{\log a} = \frac{\log c}{\log b}$$

$$a = b$$

該陳述在此情況不正確。

III. ✓。

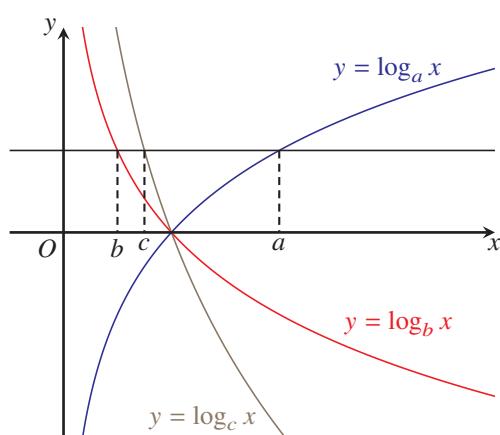
$$\begin{aligned}\frac{AB}{BC} &= (\log_a c - \log_{\frac{1}{b}} c) \div (-\log_{\frac{1}{b}} c) \\ &= \left(\frac{\log c}{\log a} + \frac{\log c}{\log b} \right) \div \frac{\log c}{\log b} \\ &= \frac{\log b}{\log a} + 1 \\ &= \frac{\log b + \log a}{\log a} \\ &= \log_a ab\end{aligned}$$

16. A

描繪直線 $y = 1$ 。

留意圖像的 x 截距為 1。

可得 $0 < b < c < 1 < a$ 。



17. [D]

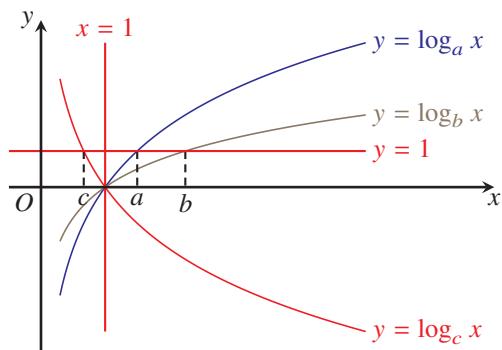
- A. ✗。該圖像通過 $(1, 0)$ 但 $\log_2 0$ 為未定義。
- B. ✗。該圖像通過 $(1, 0)$ 但 $\log_{0.5} 0$ 為未定義。
- C. ✗。當 $y = 1$ 時， $x = 2^1 = 2$ 。所示圖像明顯不通過 $(2, 1)$ 。
- D. ✓。

18. [D]

繪畫直線 $y = 1$ 。

該直線與圖像相交於 $(a, 1)$ 、 $(b, 1)$ 及 $(c, 1)$ 。

從圖像中，可得 $c < a < b$ 。



19. [A]

對 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 的圖像。

x	3	1	$\frac{1}{3}$
y	-1	0	1

該圖像通過點 $(3, -1)$ 、 $(1, 0)$ 及 $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ 。

答案為 A。

20. [B]

描繪直線 $y = 1$ 。可得 $0 < a < b < 1$ 。

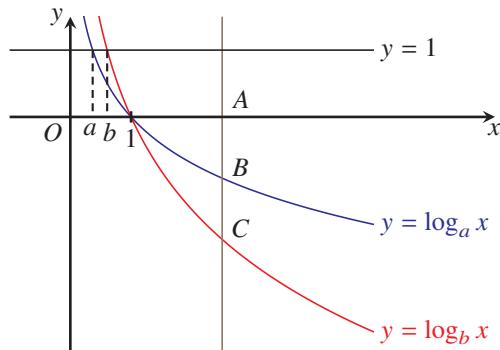
I. \times 。

II. \times 。

III. ✓。設 ABC 的方程為 $x = k$ 。

B 及 C 的坐標分別為 $(k, \log_a k)$ 及 $(k, \log_b k)$ 。

$$\begin{aligned} \frac{BC}{AB} &= \frac{\log_a k - \log_b k}{-\log_a k} \\ &= \frac{\frac{\log k}{\log a} - \frac{\log k}{\log b}}{-\frac{\log k}{\log a}} \\ &= \frac{\log a}{\log b} - 1 \\ &= \log_b a - \log_b b \\ &= \log_b \frac{a}{b} \end{aligned}$$



21. [D]

A 的坐標為 $(a, 1)$ 。

B 的坐標為 $(a, \log_b a)$ 。

C 的坐標為 $(a, 0)$ 。

由於 $0 < b < a < 1$ ，可得 $\log_b a = \frac{\log b}{\log a} < \frac{\log a}{\log a} = 1$ 。

因此，點 B 在 A 以下。

$$\begin{aligned} \frac{AB}{BC} &= \frac{1 - \log_b a}{\log_b a - 0} \\ &= \frac{1}{\log_b a} - 1 \\ &= 1 \div \frac{\log a}{\log b} - 1 \\ &= \frac{\log b}{\log a} - 1 \\ &= \log_a b - 1 \end{aligned}$$

22. [C]

可得下表的數值。

x	$\frac{1}{3}$	1	3
y	-2	0	2

該圖像通過點 $\left(\frac{1}{3}, -2\right)$ 、 $(1, 0)$ 及 $(3, 2)$ 。

答案為 D。

23. D

I. \times 。

$y = \log_b x$ 的圖像與直線 $y = 1$ 相交於 $(b, 1)$ 。

$y = \log_b x$ 的圖像的 x 截距為 1。

比較兩點的 x 坐標，可得 $b < 1$ 。

II. \checkmark 。

設 L 的方程為 $x = k$ ，其中 $k > 1$ 。

A 及 B 的坐標分別為 $(k, \log_a k)$ 及 $(k, \log_b k)$ 。

$$AC = BC$$

$$\log_a k = -\log_b k$$

$$\frac{\log k}{\log a} = -\frac{\log k}{\log b}$$

$$\log b = -\log a$$

$$\log ab = 0$$

$$ab = 1$$

III. \checkmark 。

兩曲線的 x 截距均為 1。

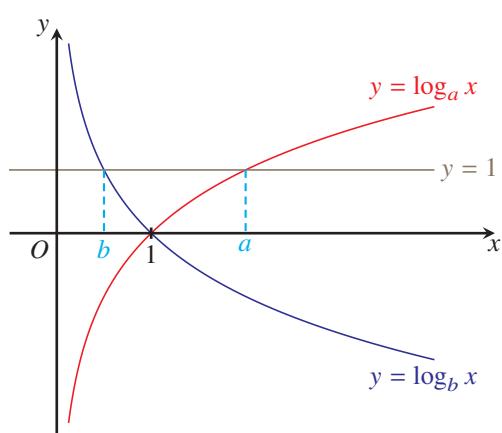
24. C

繪畫直線 $y = 1$ 。

該直線與圖像相交於 $(b, 1)$ 及 $(a, 1)$ 。

從圖像中，可得 $0 < b < 1 < a$ 。

結果隨之而來。



結構式試題

25. G 通過 $(-12, 0)$ 及 $(0, 1)$ 。

$$\begin{cases} 0 = a + \log_b(-12 + 16) \\ 1 = a + \log_b 16 \end{cases} \quad 1M$$

$$1 - 0 = \log_b 16 - \log_b 4 \quad 1M$$

$$1 = \log_b 4$$

$$b = 4$$

1A

當 $b = 4$, $a = 1 - \log_4 16 = -1$ 。

$$y = -1 + \log_4(x + 16)$$

$$4^{y+1} = x + 16$$

$$x = 4^{y+1} - 16$$

1A

26. 可得

$$\begin{cases} 0 = m^2 - n \\ -12 = m - n \end{cases} \quad 1M$$

$$0 + 12 = m^2 - m \quad 1M$$

$$0 = m^2 - m - 12$$

$$m = 4 \text{ 或 } -3 \text{ (捨去)}$$

當 $m = 4$ 時, $n = m + 12 = 16$ 。

1A

$$4^x - 16 > 2021$$

$$4^x > 2037$$

$$x \log 4 > \log 2037$$

1M

$$x > 5.50$$

1A