

# REG-LOG-2425-ASM-SET 6-MATH

## 建議題解

### 多項選擇題

- |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C  | 2. D  | 3. B  | 4. A  | 5. A  |
| 6. B  | 7. D  | 8. A  | 9. B  | 10. B |
| 11. A | 12. D | 13. B | 14. D | 15. C |
| 16. A | 17. D | 18. D | 19. A | 20. B |
| 21. D | 22. C | 23. D | 24. C |       |

1. C

A. ✗。  $y = 2^x \rightarrow y = -2^x \neq \left(\frac{1}{2}\right)^x$

B. ✗。  $y = 3(2^x) \rightarrow y = -3(2^x) \neq 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$

C. ✓。  $y = \log_2 x \rightarrow y = -\log_2 x = \frac{\log x}{-\log 2} = \frac{\log x}{\log \frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2}} x$

D. ✗。  $y = 10^x \rightarrow y = -10^x \neq \log x$

2. D

對  $a > 1$ ，當  $x$  的值減小時， $\log_a x$  值的遞減率上升。

答案為 D。

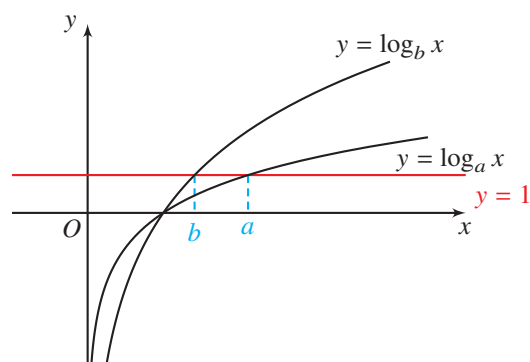
3. B

繪畫直線  $y = 1$ 。

該直線與圖像相交於  $(a, 1)$  及  $(b, 1)$ 。

該圖像的  $x$  截距均為 1。

從圖像中，可得  $1 < b < a$ 。



4. A

A. ✓。

B. ✗。當  $x = 2$  時， $y = \frac{1}{2} \log 2 \neq 1$ 。

C. ✗。當  $x = 1$  時， $y = \log(1 - 2) = \log(-1)$  為未定義。

D. ✗。當  $x = 1$  時， $y = \log(1 + 2) = \log 3 \neq 0$ 。

5. A

A. ✓。

B. ✗。該圖像通過  $(1, 0)$  但  $y = 5^1 = 5 \neq 0$ 。

C. ✗。該圖像通過  $(1, 0)$  但  $y = 0.2^1 = 0.2 \neq 0$ 。

D. ✗。當  $y = 1$  時， $x = 0.2^1 = 0.2$  但所示圖像明顯不通過  $(0.2, 1)$ 。

6. B

$$\begin{aligned}\frac{AC}{AB} &= \frac{\log_c k}{\log_b k} \\ &= \frac{\log k}{\log c} \div \frac{\log k}{\log b} \\ &= \frac{\log b}{\log c} \\ &= \log_c b\end{aligned}$$

7. D

假定  $L$  的方程為  $x = k$ 。

I. ✗。  $y = \log_b x$  與直線  $y = 1$  相交於  $(b, 1)$ 。

$y = \log_b x$  的圖像的  $x$  截距為 1。

因此，從該圖像可得  $0 < b < 1$ 。

II. ✓。  $A$  及  $B$  的坐標分別為  $(k, \log_a k)$  及  $(k, \log_b k)$ 。由於  $AC = BC$ ，

$$\log_a k = -\log_b k$$

$$\frac{\log k}{\log a} = -\frac{\log k}{\log b}$$

$$\log b = -\log a$$

$$\log ab = 0$$

$$ab = 1$$

III. ✓。該曲線的  $x$  截距為 1。

因此， $OC > 1$ 。

8. A

當  $y = 0$  時，

$$\begin{array}{ll} 0 = \log_3 x & \text{及} \quad 0 = \log_4 x \\ x = 1 & \quad \quad x = 1 \end{array}$$

當  $y = 1$  時，

$$\begin{array}{ll} 1 = \log_3 x & \text{及} \quad 1 = \log_4 x \\ x = 3 & \quad \quad x = 4 \end{array}$$

答案為 A。

9. B

A. ✗。當  $x = 1$  時， $y = \log 2 \neq 0$ 。

B. ✓。

C. ✗。當  $x = 1$  時， $y = \log \frac{1}{2} \neq 0$ 。

D. ✗。當  $y = 1$  時， $x = 10^1 = 10$  但該圖像明顯不通過  $(10, 1)$ 。

10. B

A 及 B 的坐標分別為  $(0, k)$  及  $(0, q)$ 。

$$\begin{aligned} q &= ka^x \\ a^x &= \frac{q}{k} \\ x &= \log_a \frac{q}{k} \end{aligned}$$

C 的坐標為  $\left(\log_a \frac{q}{k}, q\right)$ 。

I. ✓。

A 的  $y$  坐標為負數。

II. ✗。

當  $x$  增加時， $ka^x$  的值趨向零。

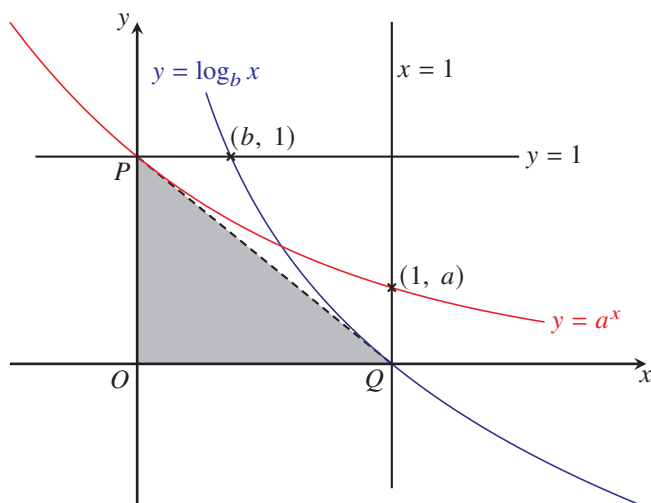
因此， $0 < a < 1$ 。

III. ✓。

$$\begin{aligned} BC &< OA \\ 0 - \log_a \frac{q}{k} &< 0 - k \\ \log_a \frac{q}{k} &> k \end{aligned}$$

11. A

留意  $P$  及  $Q$  的坐標分別為  $(0, 1)$  及  $(1, 0)$ 。



- I. ✓。觀察  $y$  坐標，可得  $0 < a < 1$ 。
- II. ✓。圖像  $y = a^x$  的反射像為  $y = \log_a x$ 。  
可得  $a = b$  及  $\frac{a}{b} = 1$ 。
- III. ✗。留意  $0 < a < 1$  及  $0 < b < 1$ 。  
 $\triangle OPQ$  的面積  $= \frac{(1)(1)}{2}$   
 $= \frac{1}{2}$   
 $\neq \frac{1}{2}ab$

12. D

$C_2$  的方程為

$$\begin{aligned} y &= -\log_4 x \\ &= \frac{\log x}{-\log 4} \\ &= \frac{\log x}{\log \frac{1}{4}} \\ &= \log_{\frac{1}{4}} x \end{aligned}$$

13. B

- I. ✓。
- II. ✓。
- III. ✗。  $y = \log_a x$  的圖像應通過  $(1, 0)$ 。

14. D

$$0 = \log_a(ax)$$

$$ax = 1$$

$$x = \frac{1}{a}$$

$P$  的坐標為  $\left(\frac{1}{a}, 0\right)$ 。

$$0 = \log_b(x + b) \quad \text{及} \quad y = \log_b(0 + b)$$

$$x + b = 1 \qquad \qquad \qquad = 1$$

$$x = 1 - b$$

$Q$  及  $R$  的坐標分別為  $(1 - b, 0)$  及  $(0, 1)$ 。

所求面積

$$= \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{a} - (1 - b) \right) \times 1$$

$$= \frac{1}{2a} + \frac{b}{2} - \frac{1}{2}$$

15. C

兩個圖像的  $x$  截距均為 1。

設  $C$  的坐標為  $(c, 0)$ 。

I.  $\checkmark$ 。

$y = \log_{\frac{1}{b}} x$  的圖像與直線  $y = 1$  相交於  $\left(\frac{1}{b}, 1\right)$ ，在直線  $x = 0$  與  $x = 1$  之間。

$$0 < \frac{1}{b} < 1$$

$$b > 1$$

II.  $\times$ 。

假定  $AC = CB$ 。

$$\log_a c = -\log_{\frac{1}{b}} c$$

$$\frac{\log c}{\log a} = \frac{\log c}{\log b}$$

$$a = b$$

該陳述在此情況不正確。

III.  $\checkmark$ 。

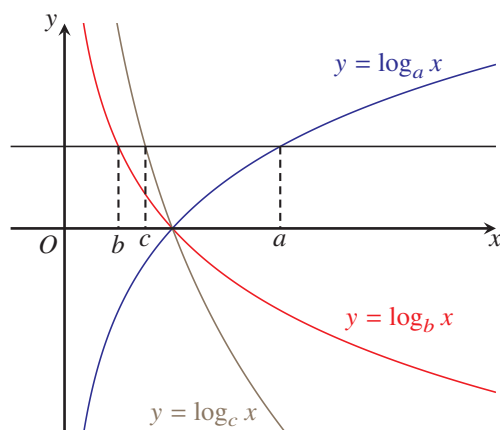
$$\begin{aligned} \frac{AB}{BC} &= (\log_a c - \log_{\frac{1}{b}} c) \div (-\log_{\frac{1}{b}} c) \\ &= \left( \frac{\log c}{\log a} + \frac{\log c}{\log b} \right) \div \frac{\log c}{\log b} \\ &= \frac{\log b}{\log a} + 1 \\ &= \frac{\log b + \log a}{\log a} \\ &= \log_a ab \end{aligned}$$

16. A

描繪直線  $y = 1$ 。

留意圖像的  $x$  截距為 1。

可得  $0 < b < c < 1 < a$ 。



17. D

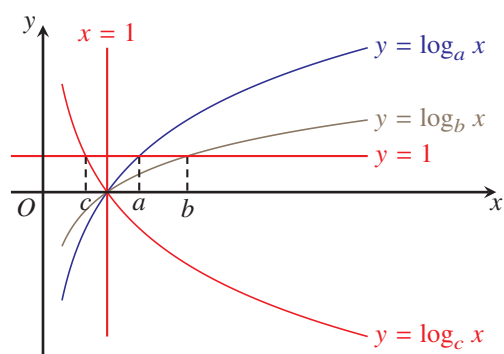
- A. ✗。該圖像通過  $(1, 0)$  但  $\log_2 0$  為未定義。  
 B. ✗。該圖像通過  $(1, 0)$  但  $\log_{0.5} 0$  為未定義。  
 C. ✗。當  $y = 1$  時， $x = 2^1 = 2$ 。所示圖像明顯不通過  $(2, 1)$ 。  
 D. ✓。

18. D

繪畫直線  $y = 1$ 。

該直線與圖像相交於  $(a, 1)$ 、 $(b, 1)$  及  $(c, 1)$ 。

從圖像中，可得  $c < a < b$ 。



19. A

對  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  的圖像。

$x$	3	1	$\frac{1}{3}$
$y$	-1	0	1

該圖像通過點  $(3, -1)$ 、 $(1, 0)$  及  $(\frac{1}{3}, 1)$ 。

答案為 A。

20. B

描繪直線  $y = 1$ 。可得  $0 < a < b < 1$ 。

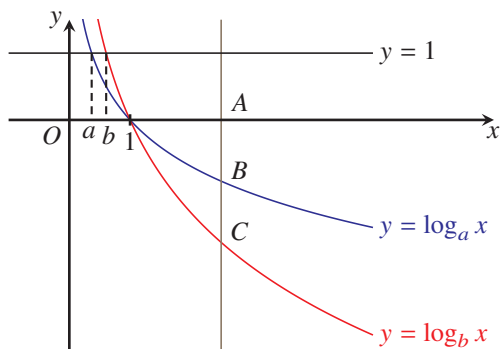
I. ✗。

II. ✗。

III. ✓。設  $ABC$  的方程為  $x = k$ 。

$B$  及  $C$  的坐標分別為  $(k, \log_a k)$  及  $(k, \log_b k)$ 。

$$\begin{aligned}\frac{BC}{AB} &= \frac{\log_a k - \log_b k}{-\log_a k} \\ &= \frac{\frac{\log k}{\log a} - \frac{\log k}{\log b}}{-\frac{\log k}{\log a}} \\ &= \frac{\log a}{\log b} - 1 \\ &= \log_b a - \log_b b \\ &= \log_b \frac{a}{b}\end{aligned}$$



21. D

$A$  的坐標為  $(a, 1)$ 。

$B$  的坐標為  $(a, \log_b a)$ 。

$C$  的坐標為  $(a, 0)$ 。

由於  $0 < b < a < 1$ ，可得  $\log_b a = \frac{\log a}{\log b} < \frac{\log a}{\log a} = 1$ 。

因此，點  $B$  在  $A$  以下。

$$\begin{aligned}\frac{AB}{BC} &= \frac{1 - \log_b a}{\log_b a - 0} \\ &= \frac{1}{\log_b a} - 1 \\ &= 1 \div \frac{\log a}{\log b} - 1 \\ &= \frac{\log b}{\log a} - 1 \\ &= \log_a b - 1\end{aligned}$$

22. C

可得下表的數值。

$x$	$\frac{1}{3}$	1	3
$y$	-2	0	2

該圖像通過點  $(\frac{1}{3}, -2)$ 、 $(1, 0)$  及  $(3, 2)$ 。

答案為 D。



23. D

I. ✗。

$y = \log_b x$  的圖像與直線  $y = 1$  相交於  $(b, 1)$ 。

$y = \log_b x$  的圖像的  $x$  截距為 1。

比較兩點的  $x$  坐標，可得  $b < 1$ 。

II. ✓。

設  $L$  的方程為  $x = k$ ，其中  $k > 1$ 。

$A$  及  $B$  的坐標分別為  $(k, \log_a k)$  及  $(k, \log_b k)$ 。

$$AC = BC$$

$$\log_a k = -\log_b k$$

$$\frac{\log k}{\log a} = -\frac{\log k}{\log b}$$

$$\log b = -\log a$$

$$\log ab = 0$$

$$ab = 1$$

III. ✓。

兩曲線的  $x$  截距均為 1。

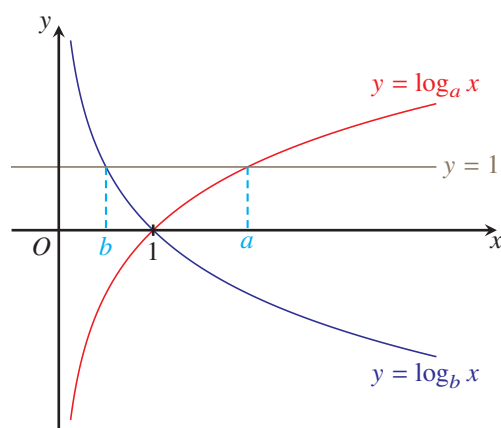
24. C

繪畫直線  $y = 1$ 。

該直線與圖像相交於  $(b, 1)$  及  $(a, 1)$ 。

從圖像中，可得  $0 < b < 1 < a$ 。

結果隨之而來。



結構式試題

25.  $G$  通過  $(-12, 0)$  及  $(0, 1)$ 。

$$\begin{cases} 0 = a + \log_b(-12 + 16) \\ 1 = a + \log_b 16 \end{cases} \quad 1\text{M}$$

$$1 - 0 = \log_b 16 - \log_b 4 \quad 1\text{M}$$

$$1 = \log_b 4$$

$$b = 4 \quad 1\text{A}$$

當  $b = 4$ ， $a = 1 - \log_4 16 = -1$ 。

$$y = -1 + \log_4(x + 16)$$

$$4^{y+1} = x + 16$$

$$x = 4^{y+1} - 16 \quad 1\text{A}$$

26. 可得

$$\begin{cases} 0 = m^2 - n \\ -12 = m - n \end{cases} \quad 1\text{M}$$

$$0 + 12 = m^2 - m \quad 1\text{M}$$

$$0 = m^2 - m - 12$$

$$m = 4 \quad \text{或} \quad -3 \quad (\text{捨去})$$

當  $m = 4$  時， $n = m + 12 = 16$ 。 1A

$$4^x - 16 > 2021$$

$$4^x > 2037$$

$$x \log 4 > \log 2037 \quad 1\text{M}$$

$$x > 5.50 \quad 1\text{A}$$