1 結構式試題

1. (a) 中位數 = 3 1A

四分位數間距 = 4 − 2 1M

= 2 1A

(b) 所求概率 $= \dfrac{30}{9 + 12 + 18 + 30}$ 1M

$= \dfrac{10}{23}$ 1A

2. (a) 四分位數間距為 10 kg。

$55 - (40 + h) = 10$ 1M

$h = 5$

眾數 = 52 kg 1A

平均值 $= \dfrac{37 + 39 + \ldots + 65}{26}$

= 51 kg 1A

(b) 所求概率 $= \dfrac{14}{26}$ 1M

$= \dfrac{7}{13}$ 1A

3. (a) 該分佈的分佈域為 25。

$78 - (50 + a) = 25$ 1M

$a = 3$

平均值 $= \dfrac{53 + 53 + \ldots + 78}{30} = 65$ g 1A

眾數 = 72 g 1A

(b) 所求概率 $= \dfrac{26}{30}$ 1M

$= \dfrac{13}{15}$ 1A

4. (a) $47 = (50 + c) - (10 + a)$ 1M

$c - a = 7$

$$33 = \frac{(10 + a) + 14 + 18 + \ldots + (50 + c)}{18}$$ 1M

$a + b + c = 10$

由於 $0 \le a \le 4$、$0 \le b \le 3$ 及 $7 \le c \le 9$，可得

$(a,\ b,\ c) = (0,\ 3,\ 7)$ 或 $(1,\ 1,\ 8)$。 1A

(b) 所求概率 $= \frac{10}{18}$ 1M

$= \frac{5}{9}$ 1A

5. (a) 平均值 = 6.4 1A

中位數 = 6.5 1A

眾數 = 5 及 8 1A

(b) (i) $\frac{50 \times 6.4 + 15n}{50 + 15} = 6.4 + 0.6$ 1M

$n = 9$ 1A

(ii) 最小可取眾數為 4。 1A

最大可取眾數為 9。 1A

6. (a) $11 = 28 - \frac{(20 + c) + 13}{2}$ 1M

$c = 1$ 1A

(b) $(30 + b) - (10 + a) \ge 25$

$b - a \ge 5$

$$23 = \frac{(10 + a) + 12 + 13 + \ldots + (30 + b)}{16}$$ 1M

$a + b = 6$

可得 $a = 0$ 及 $b = 6$。 1A+1A

7. (a) $71 - (50 + h) = 16$ 1M

$h = 5$ 1A

$\dfrac{(60 + k) + (60 + k)}{2} = 68$ 1M

$k = 8$ 1A

(b) 四分位數間距為 11 kg。 1A

方差為 32.85 kg^2 。 1A

(c) 原來的四分位數間距為 11 kg。

離隊的兩個足球員的個的體重為 55 kg 及 71 kg。

新的四分位數間距 = 68 − 57 = 11 kg 1M

四分位數間數維持不變。 1A

8. (a) $96 - (60 + a) = 36$ 1M

$a = 0$ 1A

$\dfrac{(80 + b) + 89}{2} - 71 = 17$

$b = 7$ 1A

(b) (i) 該分佈原來的中位數及眾數分別為 81.5 及 84。

該兩名學生的得分均低於 81.5。 1M

該分佈的眾數會是 84，維持不變。

同意該宣稱。 1A

(ii) 由於分佈域減小，其中一個被移除的數據為 60。

當另一名學生的得分為 80 時，平均值會最小。 1M

最小可取平均值

$= \dfrac{62 + 64 + \ldots + 96}{18}$

$= 80$ 1A

9. (a) $\dfrac{(10 + a) + (10 + a) + \ldots + 45}{20} = 29$ 1M

$2a + 3b = 21$

留意 a 及 b 均為整數，其中 $0 \le a \le 9$ 及 $4 \le b \le 8$。

可得 $(a,\ b) = (3,\ 5)$ 或 $(0,\ 7)$。 1A+1A

(b) 35 1A

(c) 當 $b = 5$ 時，四分位數間距為最小。

最小可取四分位數間距

$= 35 - 24.5$ 1M

$= 10.5$ 1A

10. (a) $159 - (120 + a) = 35$

$a = 4$ 1A

$\frac{(140 + b) + 141}{2} - 128 = 13$ 1M

$b = 1$ 1A

(b) 設 x cm 及 y cm 為該兩條試驗水管的長度，其中 $x \leq y$。

$\frac{x + y + 137(20)}{22} = 137 - 1$ 1M

$x + y = 252$

分佈域增加 1 cm。

假定 $x = 123$，則 $y = 252 - 123 = 129$。 1M

假定 $y = 160$。則 $x = 252 - 160 = 92$，新的分佈域為 68 cm。

捨去該可能性。

因此，該兩條試驗水管的長度為 123 cm 及 129 cm。

11. (a) 該分佈的分佈域為 42 kg。

$(80 + n) - 41 = 42$ 1M

$n = 3$ 1A

該分佈的平均值為 60 kg。

$\frac{41 + 43 + \ldots + 83}{21} = 60$

$m = 9$ 1A

(b) 設 x kg 及 y kg 分別為兩名會員的體重，其中 $x \leq y$。

$\frac{x + y + 61 \times 21}{23} = 60 + 1$ 1M

$x + y = 143$

新的分佈域為 43 kg。

情況 1：$x = 40$

$40 + y = 143$ 1M

$y = 103$

新的分佈域為 63 kg，捨去該情況。

情況 2：$y = 84$

$x + y = 143$

$x = 59$

新的分佈域為 43 kg。

因此，該兩名會員的體重分別為 59 kg 及 84 kg。 1A+1A

12. (a) 分佈域 $= 74 - 40$ 1M

$= 34\text{ kg}$

四分位數間距 $= \dfrac{(60+b)+69}{2} - \dfrac{48+50}{2}$ 1M

$= (0.5b + 15.5)\text{ kg}$

$34 - (0.5b + 15.5) = 14$

$b = 9$ 1A

(b) 設 $(40+a)$ kg 為該隊員的體重，其中 $a < 8$。

新的上四分位數 $= \dfrac{69+69}{2} = 69\text{ kg}$

新的下四分位數 $= 69 - (20 + 1.5) = 47.5\text{ kg}$ 1M

$\dfrac{(40+a)+48}{2} = 47.5$ 1M

$a = 7$ 1A

該隊員的體重為 47 kg。

13. (a) (i) 數據的平均值為 20 cm。

$\dfrac{18+23+\ldots+x}{8} = 20$ 1M

$x = 19$ 1A

(ii) 分佈域 $= 26 - 13 = 13\text{ cm}$ 1A

眾數 $= 26\text{ cm}$ 1A

(b) (i) 最小可取值 $= \dfrac{14+18}{2}$ 1M

$= 16\text{ cm}$ 1A

最大可取值 $= \dfrac{23+26}{2}$

$= 24.5\text{ cm}$ 1A

(ii) 26 cm、26 cm，26 cm 及 26 cm。 1A

14. (a) 分佈域 $= 44 - 14 = 30$ 1M

四分位數間距 $= (30 + b) - 19 = 11 + b$ 1M

$$30 = 2(11 + b)$$

$$b = 4$$ 1A

(b) (i) 該分佈的平均值至少為 27。

$$\frac{14 + 15 + \ldots + 44}{19} \geq 27$$ 1M

$$a \geq 2$$

a 的最小可取值為 2。 1A

(ii) 兩棵新樹木的樹齡的平均 $= \dfrac{18 + 32}{2}$ 1M

$$= 25$$

由於 $25 < 27$，公園內的樹木的平均樹齡必會下降。

同意該宣稱。 1A

15. (a) 平均值 $= \dfrac{2.7 + 3.1 + 2.9 + 2.8 + 3.4 + 2.8 + 3.3}{7}$

$= 3\,\text{kg}$ 1A

分佈域 $= 3.4 - 2.7$

$= 0.7\,\text{kg}$ 1A

(b) (i) 設 x kg 為所求總體重。

$$\frac{7(3) + 3.3 + 3.4 + x}{11} = 3$$ 1M

$$x = 5.3$$ 1A

(ii) 設 a kg 及 b kg 為兩新加入的女嬰的體重。

假定分佈域維持不變，可得 $2.7 \leq a \leq 3.4$ 及 $2.7 \leq b \leq 3.4$。 1M

可得 $a + b \geq 2.7 + 2.7 = 5.4$，即為矛盾。

因此，這是不可能的。 1A

16. (a) $2a-(a-32)=4(118-a)$ 1M

$a=88$

下四分位數為 \$88。 1A

分佈域 $=2a-(a-32)$

$=\$120$ 1A

(b) $\dfrac{219\,468+102\times 92+54h+54k}{2017+210}\geq 108$ 1M

$k\geq 216-h$

留意 $h\leq 110$。

$k\geq 216-110$

$k\geq 106$

h 及 k 的值均大於 105。 1M

只有 108 本 (54 + 54) 新書的售價大於 \$105。

共有 102 本新書的售價小於 \$105。

售價的新中位數不小於加入 210 本新書前的中位數。 1M

新的中位數不小於 \$105。

不同意該宣稱。 1A

17. (a) 四分位數間距 $=2.8-1.9$ 1A

$=0.9\text{ h}$ 1A

(b) (i) $m=2.4$ 1A

$n=1.1+2.0=3.1$ 1A

(ii) 偉明的跑步時間的四分位數間距（0.9 小時）小於志誠（1.1 小時）。 1M

教練應選偉明。 1A

(iii) 根據過往表現，

偉明破比賽紀錄的概率 $=\dfrac{5}{19}$； 1A

志誠破比賽紀錄的概率 $\leq 0.25<\dfrac{5}{19}$。

教練應選偉明。 1A

18. (a) 中位數 $= 54$ 1A

分佈域 $= 84 - 40 = 44$ 1A

四分位數間距 $= 75 - 54 = 21$ 1A

(b) (i) 新的四分位數間距 $= 80 - 55 = 25 > 21$ 1A

第二學期的分數的分佈的離差不小於第一學期。 1A

(ii) 第一學期共有 2 名學生獲得 A 級。

第二學期最高分的六位同學的得分可能為

80 80 80 80 80 88 1M

使得上四分位數為 80 及最大值為 88。

獲得 A 級的學生人數為 1，即不較第一學期多 3 人。

該宣稱不正確。 1A

19. (a) 中位數 $= 26.5$ min 1A

分佈域 $= 42.3 - 16.8 = 25.5$ min 1A

(b) 設新學生所需的時間為 t 分鐘。

$$28 \times 35 + t = (28 - 0.3) \times 36$$

$$t = 17.2$$ 1A

分佈域 $= 42.3 - 16.8 = 25.5$ min 1M

該宣稱不正確。 1A

20. (a) $28 = 159 - (130 + a)$

$a = 1$ 1A

$$145 = \frac{131 + 132 + \ldots + 159}{16}$$ 1M

$b = 1$ 1A

四分位數間距 $= 151 - 141 = 10$ cm 1A

(b) (i) 對 B 組，四分位數間距 $= 168 - 157 = 11$ cm > 10 cm。 1M

B 組學生的身高分佈離差較 A 組大。 1A

(ii) B 組的分佈的中位數（162 cm）較 A 組分佈的最大值（159 cm）高。 1M

同意該宣稱。 1A

21. (a) $55 - 49 > 64 - k$ 1M

$k > 58$

所求之值為 59。 1A

(b) 測驗乙的分數中位數（63）大於測驗甲的最高分數（k）。 1A

同意該宣稱。 1A

22. (a) 分佈域 $= 13.1 - 1.8$ 1M

$= 11.3\,\text{g}/100\text{mL}$ 1A

四分位數間距 $= 9.2 - 5.4$

$= 3.8\,\text{g}/100\text{mL}$ 1A

(b) 新的平均值 $= \dfrac{7.2 \times 20 + 2.4 + 4.6 + 7.5 + 10.4 + 13.4}{20 + 5}$ 1M

$= 7.292\,\text{g}/100\text{mL}$ 1A

新的中位數為升序的第 13 個數據。

新的中位數為 7.5 g/100mL。 1M+1A

23. (a) 平均值 $= \dfrac{28 + 29 + \ldots + 69}{18}$

$= 42$ 1A

中位數 $= \dfrac{40 + 42}{2} = 41$ 1A

(b) (i) 39 1A

(ii) 設 x、y 及 z 為新的數據，其中 $x \le y \le z$。

中位數維持不變，可得 $y = 41$。 1A

x、y 及 z 的平均值同為 42。

<u>情況 1：$x = 27$</u>

平均值 $= \dfrac{27 + 41 + z}{3} = 42$

$z = 58$ 1A

標準差 ≈ 10.4

<u>情況 2：$z = 70$</u>

平均值 $= \dfrac{x + 41 + 70}{3} = 42$

$x = 15$ （捨去）

因此，$x = 27$、$y = 41$ 及 $z = 58$。

標準差為 10.4。 1A

24. (a) $87 - 55 = 2[(70 + n) - (60 + m)]$ 1M+1M

$n = m + 6$

由於眾數為 67，可得 $0 < m < 3$。

因此，$(m,\ n) = (1,\ 7)$ 或 $(2,\ 8)$。 1A+1A

(b) 離開的選手的體重為 87 kg。 1A

<u>情況 1：$m = 1$ 及 $n = 7$</u>

標準差 ≈ 8.34 kg 1M

<u>情況 2：$m = 2$ 及 $n = 8$</u>

標準差 ≈ 8.36 kg

最大可取標準差為 8.36 kg。 1A

25. (a) (i) 眾數 = 39

因此，$a = b = 9$。 1A

(ii) $\dfrac{(50 + c) + 51}{2} - \dfrac{(30 + d) + 30}{2} = 21$ 1M

$c - d = 1$

分佈域 $= (60 + d) - (20 + c)$

$= 40 - (c - d)$

$= 39$ 1A

(b) 平均值 $= \dfrac{(20 + c) + 25 + 26 + \ldots + (60 + d)}{20}$ 1M

$= \dfrac{830 + 2(c + d)}{20}$

由於 $c - d = 1$，$1 \le c \le 5$ 及 $2 \le d \le 5$，可得 $3 \le c + d \le 9$。 1M

$\dfrac{830 + 2(3)}{20} = 41.8 \le$ 平均值 $\le \dfrac{830 + 2(9)}{20} = 42.4$

因此，平均值 = 42 及 $c + d = 5$。 1A

求解後，可得 $c = 3$ 及 $d = 2$。

標準差 ≈ 11.9 1A

26. (a) $57 = \dfrac{41 + 47 + \ldots + (70 + a)}{12}$ 1M

$a = 5$ 1A

(b) 分佈域 $= 75 - 41 = 34$ kg 1A

四分位數間距 $= 66 - 49.5 = 16.5$ kg 1A

標準差 ≈ 10.7 kg 1A

27. 平均值 $= \dfrac{20 + 23 + \ldots + 63}{25} = 45$ 1A

下四分位數 = 35 1A

標準差 ≈ 12.2 1A

28. (a) 該分佈的眾數為 38。

$$38 = \frac{21 + 22 + \ldots + 69}{18} \quad \text{1M}$$

$$2h + 2k = 20$$

四分位數間距為分佈域的三分之一。

$$(40 + k) - (20 + h) = \frac{69 - 21}{3} \quad \text{1M}$$

$$k - h = -4$$

求解後，可得 $h = 7$ 及 $k = 3$。 1A+1A

(b) (i) 原來的中位數為 38。
新的中位數為第 10 個數據，同樣為 38。 1M
該分佈的中位數沒有改變。 1A

(ii) 設 x 為新加入的學生一分鐘內打中文字的字數。

<u>第 1 個情況：$x = 20$</u>
標準差 ≈ 12.9
<u>第 2 個情況：$x = 70$</u>
標準差 ≈ 14.1

最小可取標準差為 12.9。 1M
因此，該分佈的標準差不可能小於 12.7。 1A

29. (a) $(50 + c) - 24 = 33$ 1M

$c = 7$ 1A

(b) $\dfrac{43 + (40 + b)}{2} - \dfrac{(20 + a) + 26}{2} \ge 20$ 1M

$b - a \ge 3$

只有兩個情況。

情況 1：眾數為 24。

可得 $a = 4$ 及 $b \ne 3$。 1M

$b - 4 \ge 3$

$b \ge 7$

當 $a = 4$ 及 $b = 7$ 時，標準差 ≈ 10.3 1M

When $a = 4$ 及 $b = 8$ 時，標準差 ≈ 10.4

情況 2：眾數為 43。

可得 $a \ne 4$ 及 $b = 3$。

$3 - a \ge 3$

$a \le 0$ （捨去）

因此，最大可取標準差為 10.4。 1A

30. (a) $\dfrac{13 + x + 2}{32} = \dfrac{9}{16}$ 1M

$x = 3$ 1A

$y + 13 + x + 2 = 32$

$y = 14$ 1A

(b) 0.856 1A

31. (a) $\dfrac{k + 14}{k + 14 + 8 + 7 + 3} = \dfrac{5}{8}$ 1M

$8k + 112 = 5k + 160$

$k = 16$ 1A

(b) 1.24 1A

(c) 中位數 = 2 1M

眾數 = 1

中位數與眾數不相等。 1A

32. (a) 眾數為 9。可得 $x > 10$。
中位數為 9.5。

$$7 + 9 + x = 10 + y + 8 \quad \text{1M}$$
$$y = x - 2$$

可得 $(x,\ y) = (11,\ 9)$ 或 $(12,\ 10)$。 1A+1A

(b) 當 $x = 11$ 及 $y = 9$ 時，標準差 ≈ 1.61。 1M
當 $x = 12$ 及 $y = 10$，標準差 ≈ 1.59。
最小可標準差為 1.59。 1A

(c) 四名離開的會員的年齡為 7、7、7 及 9。 1M
當 $x = 11$ 及 $y = 9$ 時，平均值 $= \dfrac{7(4) + 8(9) + \ldots + 12(8)}{4 + 9 + \ldots + 8} = 9.7$。
當 $x = 12$ 及 $y = 10$ 時，平均值 $= \dfrac{7(4) + 8(9) + \ldots + 12(8)}{4 + 9 + \ldots + 8} \approx 9.71$。
最大可取平均值為 9.71。 1A

33. (a) 中位數 $= 4$ 1A
四分位數間距 $= 6 - 2$
$= 4$ 1A
標準差 ≈ 1.99 1A

(b) (i) 8 1A
(ii) 31 1A

34. (a) $(50 + b) - (20 + a) = 36$ 1M

$$b - a = 6$$

平均值 $= \dfrac{(20 + a) + 23 + \ldots + (50 + b)}{18} > 38$ 1M

$$a + b > 8$$

可得 $(a,\ b) = (3,\ 9)$ 或 $(2,\ 8)$。 1A+1A

(b) 假定 $a = 3$ 及 $b = 9$。
標準差為 10.30。 1M
假定 $a = 2$ 及 $b = 8$。
標準差為 10.27。
最大可取標準差為 10.30。 1A

35. (a) 設 $\bar{x}$ 為該考試的得分的平均數。

$$\frac{71-\bar{x}}{6} = 1.5 \quad \text{1M}$$

$$\bar{x} = 62 \quad \text{1A}$$

(b) 子樂的得分 $= 62 - 2.5(6) = 47$ 1M

得分的分佈域 $\geq 71 - 47 = 24 > 23$

不同意該宣稱。 1A

36. (a) 設 x 分為安琪在英文考試的得分。

$$\frac{x-60}{10} = -0.6 \quad \text{1M}$$

$$x = 54 \quad \text{1A}$$

(b) 安琪在中文考試的標準分

$$\frac{54-59}{8}$$

$= -0.625$ 1A

< -0.6

安琪在英文考試的表現較好。

該宣稱不正確。 1A

37. (a) $$\frac{3.1 + (0.1-k) + (0.1+k) + k}{4} = 0 \quad \text{1M}$$

$$k = -3.3 \quad \text{1A}$$

(b) 設 σ 分為學生得分的標準差。

$$0.1 - (-3.3) = \frac{74-40}{\sigma}$$

$$\sigma = 10 \quad \text{1A}$$

希文的標準分 $= \dfrac{72-40}{10}$

$= 3.2$

> 3.1

該宣稱不正確。 1A

38. 設 σ 為得分的標準差。

$$-3.5 = \frac{28-70}{\sigma}$$ 1M

$$\sigma = 12$$

一名學生的最大可取得分

$= 72 + 28$

$= 100$ 1A

一名學生的最大可取標準分

$= \dfrac{100-70}{12}$

$= 2.5$

一名學生的標準分不可能超過 2.5。 1A

39. (a) 設 μ 分鐘為該分佈的平均值。

$$\frac{190-\mu}{20} + \frac{240-\mu}{20} = 0.5$$ 1M

$$\mu = 210$$ 1A

平均值為 210 分鐘。

(b) 中位數為 220 分鐘，大於平均值（210 分鐘）。 1M

同意該宣稱。 1A

40. (a) 設 x 分為志文在英文測驗的得分。

$$\frac{x-52}{16} = 0.5$$ 1M

$$x = 60$$ 1A

(b) 志文在中文測驗的標準分

$= \dfrac{68-66}{8}$

$= 0.25$

< 0.5 1A

志文在英文測驗的表現較中文測驗好。

該宣稱不正確。 1A

41. 設 $\$\mu$ 及 $\$\sigma$ 分別為薪金的平均值及標準差。
設 $\$C$ 及 $\$J$ 分別為嘉言及立行的薪金。
可得 $C - J = 3000$。 1M

$$\frac{C-\mu}{\sigma} - \frac{J-\mu}{\sigma} = 1-(-2) \quad \text{1M}$$
$$\frac{C-J}{\sigma} = 3$$
$$\frac{3000}{\sigma} = 3$$
$$\sigma = 1000 \quad \text{1A}$$

方差 $= 1000^2$
$= \$1\,000\,000$ 1A

42. (a) 設 $\overline{x}$ 為得分的平均值。

$$\frac{74-\overline{x}}{12.5} = 0.96 \quad \text{1M}$$
$$\overline{x} = 62 \quad \text{1A}$$

(b) 可兒的標準分
$= \dfrac{60-62}{12.5}$
$= -0.16$
留意 $-0.16 + 1 = 0.84 < 0.96$。 1M
該宣稱不正確。 1A

43. (a) $y = 7$ 1A

$$67 - \frac{1}{2}[(40+x)+51] = 18$$
$$x = 7 \quad \text{1A}$$

(b) 平均值 $= \dfrac{34+35+\ldots+83}{20}$
$= 58$
標準差 $= \sigma \approx 13.5$
所求標準分 $= \dfrac{62-58}{\sigma}$ 1M
≈ 0.296 1A

(c) 兩被刪除的數據之和 $= 58 \times 2 = 116$
該被刪除的數據只可能為 $\{42, 74\}$。 1M
在這情況中，新的標準差為 13.2，較原來的標準差低。
新的平均值同為 58。
故此，新的標準分上升。 1M
不同意該宣稱。 1A

44. (a) $\dfrac{13-x}{2}=1.5$ 1M

$x=10$ 1A

(b) 3 名新人的平均分同為 10。

$\dfrac{p+(p+1)+(p+5)}{3}=10$ 1M

$p=8$

該 3 名新人的得分為 8、9 及 13。
共有 2 人的得分較平均分低。
因此，共有 2 人的標準分為負值。 1A

45. (a) 設該分佈的平均值及標準差分別為 μ 及 σ。

$\begin{cases}\dfrac{60-\mu}{\sigma}=1.25\\[2mm]\dfrac{44-\mu}{\sigma}=0.25\end{cases}$ 1M

求解後，可得 $\mu=40$ 及 $\sigma=16$。 1A+1A

(b) 曉穎的新標準分 $=\dfrac{44(1+10\%)-40(1+10\%)}{16(1+10\%)}$ 1M

$=0.25$

該宣稱不正確。 1A

46. (a) 設 $\$\sigma$ 為該公司的僱員的薪金的標準差。

$\dfrac{3000}{\sigma}=1-(-2)$ 1M

$\sigma=1000$

偉明的薪金 $=20\,000+1(1000)=\$21\,000$ 1A
志誠的薪金 $=20\,000-2(1000)=\$18\,000$ 1A

(b) 他們的標準分之差

$=\dfrac{21\,000(1+10\%)-20\,000(1+10\%)}{1000(1+10\%)}-\dfrac{18\,000(1+10\%)-20\,000(1+10\%)}{1000(1+10\%)}$ 1M

$=3$
標準分之差維持不變。
不同意該宣稱。 1A

47. (a) 標準分 $= \dfrac{74 - 64}{4}$ 1M

$= 2.5$ 1A

(b) 俊傑在調整後的標準分

$= \dfrac{74(1 + 10\%) - 64(1 + 10\%)}{4(1 + 10\%)}$ 1M

$= 2.5$

< 2.75

淑娟在該測驗表現較佳。 1A

2 多項選擇題

1. $\boxed{\text{C}}$

數據量 $= 8 + 6 + 6 + 4 + 6 = 30$

四分位數間距 $= 9 - 3$

$= 6$

2. $\boxed{\text{D}}$

I. ✓。

II. ✗。

$$q = (50 + p) - 42$$

$$q - p = 8$$

III. ✓。

由於 $2 \le p \le 5$ 及四分位數間距為 $q = p + 8$。

可得 $10 \le q \le 13$。

3. $\boxed{\text{B}}$

該分佈的上四分位數為 210 g。

所求概率 $= \dfrac{7}{24}$

4. $\boxed{\text{C}}$

分佈域 $= (40 + b) - (10 + a) \leq 36$

$$b - a \leq 6$$

I. ✓。留意 $a \leq 2$ 及 $b \geq 5$。

$$\begin{aligned} \text{分佈域} &= (40 + b) - (10 + a) \\ &= 30 + (b - a) \\ &\geq 30 + (5 - 2) \\ &= 33 \end{aligned}$$

II. ✗。取 $b = 8$ 及 $a = 2$，上述分佈的分佈域為 36。

III. ✓。中位數 $= \dfrac{30 + 32}{2} = 31$

5. $\boxed{\text{A}}$

中位數 $= \dfrac{(20 + n) + 25}{2} \leq 24$ 及 四分位數間距 $= (30 + n) - (10 + m) \geq 18$

$$n \leq 3$$

$$n - m \geq -2$$

$$m - n \leq 2$$

I. ✓。$m \leq n + 2 \leq 3 + 2 = 5$ 及 $m \geq 0$。

II. ✓。從幹葉圖，$n \geq 1$。與 $n \leq 3$ 合併，可得 $1 \leq n \leq 3$。

III. ✗。有可能 $m = n = 1$，使得所有條件均能滿足。

6. $\boxed{\text{A}}$

I. ✗。

平均值 $= \dfrac{4 + 5 + \ldots + v}{11} = \dfrac{71 + u + v}{11}$

取 $u = v = 4$，可得平均值 $= \dfrac{79}{11} \neq 7$。

II. ✓。

中位數為第 6 個數據，必定為 7。

III. ✗。

取 $u = v = 5$，可得眾數 $= 5 \neq 7$。

7. $\boxed{\text{B}}$

考慮四分位數間距。

$$(30+n)-(10+m)>24$$
$$n-m>4$$

I. ✓。
留意 $0 \le n \le 8$ 及 $n-m>4$。
可得 $0 \le m < n-4 \le 8-4=4$。

II. ✗。
取 $n=8$ 及 $m=0$。
四分位數間距為 28，大於 24。
因此，有可能使 $n=8$。

III. ✓。

8. $\boxed{\text{A}}$

該些整數的分佈域為 10，其中一個數據等於 14。
為簡化情況，取 $m=14$。

I. ✓。
當 $m=n=14$ 時，平均值最大。
最大可取平均值 $= \dfrac{4+5+...+14}{8} = 8.5$

II. ✓。
中位數為第 4 個數據與第 5 個數據的平均。
不論 n 的值為何，中位數仍然為 7。

III. ✗。
取 $m=14$ 及 $n=7$。
四分位數間距 $= 8.5-6 = 2.5 < 4$
最小可取四分位數間距不大於 2.5。

9. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。
當 $m=n=20$ 時，平均值最大。
最大平均值 $= \dfrac{5+7+8+...+20}{12} \approx 12.7 < 13$

II. ✗。
當 $m=n=20$ 時，中位數為 14。

III. ✗。
當 $m=9$ 及 $n=20$ 時，眾數有兩個數值 9 及 15。

10. $\boxed{\text{B}}$

可得 $4 \le x \le 11$ 及 $4 \le y \le 11$。

I. ✗。

取 $x = y = 5$。該數字組的分佈域為 7，但 $y - x = 0$。

II. ✓。

由於 $0 < 4 \le x \le 11$ 及 $0 < 4 \le y \le 11$，可得

$$4 \times 4 \le xy \le 11 \times 11$$
$$16 \le xy \le 121$$

III. ✗。

取 $x = y = 4$。該數字組的分佈域為 7。

平均值 $= \dfrac{x + y + 4 + 6 + 7 + 11}{6}$

$= 6$

平均值可能不大於 6。

11. $\boxed{\text{B}}$

$$2 + 10 + 14 + m + 2 = 40$$
$$m = 12$$

$$n - 1 = 5$$
$$n = 6$$

可得 $x = 3$ 及 $z = 3$。

$y = \dfrac{1(2) + 2(10) + 3(14) + 4(12) + 6(2)}{40}$

$= 3.1$

12. $\boxed{\text{D}}$

A. ✗。眾數 = 30

B. ✗。中位數 = 30

C. ✗。下四分位數 = 25

D. ✓。

13. $\boxed{\text{D}}$

可得 $m = n = 5$。

I. ✓。

II. ✓。平均值 $= \dfrac{1 + 2 + 5 + 12 + \ldots + 5}{10} = 5.2$

III. ✓。分佈域 $= 12 - 1 = 11$

14. $\boxed{\text{B}}$

所求數目 $= \dfrac{1}{4} \times 40$

$= 10$

15. $\boxed{\text{A}}$

太容易了。

16. $\boxed{\text{C}}$

上四分位數為 9。
下四分位數為 1。
四分位數間距 = 9 − 1 = 8

備註：在此情況中，最小值等於下四分位數。

17. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。

II. ✓。四分位數間距 = 26 − 20 = 6°C

III. ✗。分佈域 = 30 − 16 = 14°C

18. $\boxed{\text{B}}$

數據集中於較大數值。
最大值、上四分位數及中位數相對較接近。
選項 A 及 D 應為錯誤。
最小值、下四分位數及中位數分別為 22、40 及 47。
下四分位數應較接近中位數，而非最小值。
答案為 B。

19. $\boxed{\text{B}}$

50% 的數據在下四分位數與上四分位數之間。

20. $\boxed{\text{B}}$

$70 - 40 = 3(a - 48)$

$a = 58$

21. $\boxed{\text{C}}$

四分位數間距 $= 85 - 70$

$= 15$ 分

22. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。

四分位數間距 $= 20 - 17 = 3$

II. ✗。

不能從圖中求得平均值。

III. ✓。

中位數為 19，大於 18。

23. $\boxed{\text{A}}$

由於中位數為 6，其中一個未知數為 6。

由於眾數為 7，其中一個未知數為 7。

簡化情況，取 $x = 6$ 及 $y = 7$。

$$\text{平均值} = \frac{2+3+3+6+7}{5}$$

$$= 4.2$$

24. $\boxed{\text{B}}$

四分位數間距 $= 9 - 4 = 5\,^\circ\text{C}$

25. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。

II. 最小值為 3 及下四分位數為 4，不相同。

III. 中位數為 3 及最小值為 3，相同。

IV. 下四分位數為 5 及中位數為 5，相同。

26. $\boxed{\text{D}}$

在累積頻數曲線中，越斜代表在對應的組內有越多的數據。

故此，數據集中在較小的部分。

最小值、下四分位數、中位數、上四分位數之間的距離會較近。

27. $\boxed{\text{D}}$

A. ✗。
中位數為 1。

B. ✗。
下四分位數為 0。

C. ✗。
眾數為 0。

D. ✓.

28. $\boxed{\text{D}}$

平均值 $= 6 = \dfrac{2+4+6+6+x+x+x+y}{8}$

$3x + y = 30$

可能性只有 $(x,\ y) = (6,\ 12)$ 或 $(8,\ 6)$ 或 $(9,\ 3)$。

I. ✗。
取 $x = 9$ 及 $y = 3$。
平均值及中位數均為 6，而眾數為 9。

II. ✓。

$(x,\ y)$	$(6,\ 12)$	$(8,\ 6)$	$(9,\ 3)$
分佈域	10	6	7

最大可取分佈域為 10。

III. ✓。

$(x,\ y)$	$(6,\ 12)$	$(8,\ 6)$	$(9,\ 3)$
方差	7	4	7

最小可取方差為 4。

29. $\boxed{\text{D}}$

I. ✗。

取 $x = y = 3$。分佈域為 3，小於 5。

眾數為 3，而非 5。

II. ✓。

當 x 及 y 取最大值時，數字的中位數最大。

由於分佈域不超過 5，x 及 y 的最大值為 7。

在此情況中，中位數為 5。

因此，最大可取中位數為 5。

III. ✓。

當數字的離差越大時，方差越大。

取 $x = 7$ 及 $y = 2$，方差為 3.01。

最大可取方差不小於 3.01，即超過 3。

30. $\boxed{\text{A}}$

越斜的曲線代表有越多的數據在對應的組內。

在分佈 X 中，數據集中在上下兩部分。

標準差較大。

在分佈 Z，數據集中在中間部分。

標準差較小。

31. $\boxed{\text{B}}$

計算機工作。

32. $\boxed{\text{D}}$

設 μ 及 σ 分別為測驗得分的平均值及標準差。

$$\begin{aligned} \frac{m}{n} &= -\frac{3}{2} \\ \frac{67-\mu}{\sigma} \div \frac{82-\mu}{\sigma} &= -\frac{3}{2} \\ \frac{67-\mu}{82-\mu} &= -\frac{3}{2} \\ 134 - 2\mu &= -246 + 3\mu \\ \mu &= 76 \end{aligned}$$

33. $\boxed{\text{B}}$

設 μ 及 σ 分別為該次測驗中的得分的平均值及標準差。

$$\frac{96.5-\mu}{\sigma}-\frac{58-\mu}{\sigma}=4-(-1.5)$$
$$\frac{96.5-58}{\sigma}=5.5$$
$$\sigma=7$$

34. $\boxed{\text{B}}$

設 $\overline{x}$ 及 σ 分別為平均值及標準差。

$$y+(-y)=\frac{54-\overline{x}}{\sigma}+\frac{74-\overline{x}}{\sigma}$$
$$0=(54-\overline{x})+(74-\overline{x})$$
$$\overline{x}=64$$

考慮得分為 70 的學生。

$$1.5=\frac{70-64}{\sigma}$$
$$\sigma=4$$

因此，$y=\dfrac{54-64}{4}=-2.5$。

35. $\boxed{\text{B}}$

設 μ 分及 σ 分分別為得分的平均值及標準差。

$$\begin{cases}\dfrac{82-\mu}{\sigma}=1.5\\[2ex]\dfrac{58-\mu}{\sigma}=-2.5\end{cases}$$

求解後，可得 $\mu=73$ 及 $\sigma=6$。

所求標準分 $=\dfrac{70-73}{6}$

$=-0.5$

36. $\boxed{\text{B}}$

設小麗的標準分為 z。

$$\frac{196-136}{62}<z<\frac{200-119}{62}$$
$$0.968<z<1.31$$

答案為 B。

37. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。
靜直的標準分較高。

II. ✓。
靜宜的得分與平均分之差為 0.8σ，其中 σ 為標準差。
德華的得分與平均分之差為 1.05σ，較 0.8σ 大。

III. ✗。
沒有任何關於分佈的資料。
這陳述可能不正確。

38. $\boxed{\text{B}}$

設 μ 及 σ 分別為測驗得分的平均值及標準差。

$$\begin{cases} \dfrac{54-\mu}{\sigma} = -1.5 \\ \dfrac{65-\mu}{\sigma} = 1.25 \end{cases}$$

求解後，可得 $\mu = 60$ 及 $\sigma = 4$。

39. $\boxed{\text{D}}$

設 μ 及 σ 分別為測驗得分的平均值及標準差。

$$\begin{cases} \dfrac{90-\mu}{\sigma} = 6 \\ \dfrac{36-\mu}{\sigma} = -3 \end{cases}$$

求解後，可得 $\mu = 54$ 及 $\sigma = 6$。

$$\begin{aligned} s &= \frac{57-54}{6} \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

40. $\boxed{\text{A}}$

設 $\overline{x}$ 分為平均分。
標準分之差

$$\begin{aligned} &= \frac{72-\overline{x}}{8} - \frac{56-\overline{x}}{8} \\ &= \frac{72-56}{8} \\ &= 2 \end{aligned}$$

41. $\boxed{\text{D}}$

I. ✗。新的中位數 $= (m + 7) \times 4 = 4m + 28$

II. ✗。新的方差 $= 4^2 v = 16v$

42. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。
設 m 為 $\{a, b, c, d, e\}$ 的平均值。
P 及 Q 的平均值分別為 $x + m$ 及 $y + m$。
P 的平均值大於 Q 的平均值。

II. ✓。
P 及 Q 的分佈域均為 $e - a$。

III. ✗。
P 及 Q 的方差同樣等於 $\{a, b, c, d, e\}$ 的方差。

43. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned}\text{標準差} &= \sqrt{9} \times 4 \\ &= 12\end{aligned}$$

44. $\boxed{\text{D}}$

新平均值 $= 2(a - 2)$
新四分位數間距 $= 2b$（不受加減數影響）
新方差 $= 4c$（記得比例需平方）

45. $\boxed{\text{B}}$

新的數字組由以下步驟形成：

(1) 每個數字乘以 5。

(2) 每個數字加 2。

I. ✓。

II. ✗。
可得 $q_2 = 5q_1 \neq 5q_1 + 2$。

III. ✓。
可得 $v_2 = 5^2 v_1 = 25v_1$。

46. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。

新的平均值 $= (m + 10)(-0.8)$

$= -0.8m - 8$

II. ✓。

新的方差 $= 0.8^2 v$

$= 0.64v$

III. ✗。

標準差不能為負數。

新的標準差為 $0.8\sqrt{v}$。

47. $\boxed{\text{D}}$

從新的數字組至原來的數字組，

將每個數字乘以 4，然後減 3。

因此，原來的數字組的平均值 $= 4m - 3$ 及方差 $= 16v$。

48. $\boxed{\text{A}}$

所求方差等於數字 -7、-1、0、4、4、6、9 及 17 的方差。

所求方差為 45。

– 試卷完 –