

REG-EXP-2425-ASM-SET 2-MATH

建議題解

多項選擇題

1. C	2. B	3. A	4. D	5. C
6. A	7. C	8. A	9. C	10. A
11. A	12. A	13. B	14. C	15. A
16. B	17. C	18. C	19. C	20. D
21. A	22. C	23. A	24. A	25. C
26. C	27. D	28. B	29. A	30. C

1. C

$$\begin{aligned} 27^x &= (3^x)^3 \\ &= a^3 \end{aligned}$$

2. B

$$\begin{aligned} a^2 + \frac{1}{a} &= b + \frac{1}{\sqrt{b}} \\ &= b + \frac{\sqrt{b}}{b} \\ &= \frac{b^2 + \sqrt{b}}{b} \end{aligned}$$

3. A

$$\begin{aligned} x^{-\frac{3}{2}} &= \frac{1}{8} \\ x &= \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} \\ &= 4 \end{aligned}$$

4. D

$$\begin{aligned} 5^{3x+4} \cdot 5^{\frac{1}{2}} &= 125 \\ 5^{3x+4+\frac{1}{2}} &= 5^3 \\ 3x + \frac{9}{2} &= 3 \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

5. C

$$(2^x)(16^y) = (\sqrt{8})^z$$

$$(2^x)(2^{4y}) = 2^{\frac{3z}{2}}$$

$$x + 4y = \frac{3z}{2}$$

$$z = \frac{2}{3}(x + 4y)$$

6. A

$$\frac{64^x \cdot 4^{-2y}}{2^{3x}} = 1$$

$$2^{6x} \cdot 2^{-4y} = 2^{3x}$$

$$6x - 4y = 3x$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

7. C

$$16^x = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$2^{4x} = 2^{-\frac{3}{2}}$$

$$4x = -\frac{3}{2}$$

$$x = -\frac{3}{8}$$

8. A

$$(2^x)(4^x)(8^x) = 16$$

$$2^{x+2x+3x} = 2^4$$

$$6x = 4$$

$$x = \frac{2}{3}$$

9. C

$$3^{x+2y} = 1 \quad \text{及} \quad 4^x \cdot 8^y = 2$$

$$x + 2y = 0 \quad 2^{2x+3y} = 2^1$$

$$2x + 3y = 1$$

求解後，可得 $x = 2$ 及 $y = -1$ 。

10. A

$$4^{x+2y} = 2 \quad \text{及} \quad 3^{x+y} = 1$$

$$2^{2x+4y} = 2^1 \quad x + y = 0$$

$$2x + 4y = 1$$

求解後，可得 $x = -\frac{1}{2}$ 及 $y = \frac{1}{2}$ 。

11. A

$$2^{x+3y} = 32 \quad \text{及} \quad 2^{3x+y} = \frac{1}{2}$$

$$x + 3y = 5 \qquad 3x + y = -1$$

求解後，可得 $x = -1$ 及 $y = 2$ 。

因此， $x + y = 1$ 。

12. A

$$8^{x+\frac{1}{3}} + 8^{x-\frac{1}{3}} = 20$$

$$8^x(8^{\frac{1}{3}} + 8^{-\frac{1}{3}}) = 20$$

$$8^x = 8$$

$$x = 1$$

13. B

$$49^{x+1} = 7^{2x-1} + 342$$

$$7^{2x+2} - 7^{2x-1} = 342$$

$$7^{2x}(7^2 - 7^{-1}) = 342$$

$$7^{2x} = 7$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

14. C

$$3^x = 36 - 3^{x-1}$$

$$3^x(1 + 3^{-1}) = 36$$

$$3^x = 27$$

$$x = 3$$

15. A

$$7^x + 7^{x+1} = 392$$

$$7^x(1 + 7) = 392$$

$$7^x = 49$$

$$x = 2$$

16. B

$$2^{2x+2} - 3(2^{2x}) = 128$$

$$2^{2x}(2^2 - 3) = 128$$

$$2^{2x} = 128$$

$$2^{2x} = 2^7$$

$$2x = 7$$

$$x = \frac{7}{2}$$

17. C

$$2^{2x+3} - 4^{x+1} = 128$$

$$2^{2x+3} - 2^{2x+2} = 128$$

$$2^{2x}(2^3 - 2^2) = 128$$

$$2^{2x} = 32$$

$$2^{2x} = 2^5$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

18. C

$$4^x = 3(4^{x-1}) + 16$$

$$4^x - \frac{3}{4} \cdot 4^x = 16$$

$$4^x \left(1 - \frac{3}{4}\right) = 16$$

$$4^x = 64$$

$$x = 3$$

19. C

$$\text{所求數目} = 40(1.4)^3$$

$$\approx 110$$

20. D

$$4\,000\,000 = A(1.08)^0$$

$$A = 4\,000\,000$$

$$\text{所求價值} = A(1.08)^2$$

$$= \$4\,665\,600$$

21. A

對 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ 的圖像。

x	-1	0	1
y	$\frac{1}{3}$	1	3

該圖像通過 $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$ 、 $(0, 1)$ 及 $(1, 3)$ 。

答案為 A。

22. C

該圖像通過 $(-1, 4)$ 及 $(0, 1)$ 。

A. ✗。 $y = 4^x$ 的圖像不通過 $(-1, 4)$ 。

B. ✗。 $y = -4^x$ 的圖像不通過 $(0, 1)$ 。

C. ✓。

D. ✗。 $y = -\left(\frac{1}{4}\right)^x$ 的圖像不通過 $(0, 1)$ 。

23. A

對 $y = 2^x$ 的圖像。

x	-1	0	1
y	$\frac{1}{2}$	1	2

該圖像通過 $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ 、 $(0, 1)$ 及 $(1, 2)$ 。

答案為 A。

24. A

$$a = 3^0 = 1$$

$$b = 3^a = 3^1 = 3$$

25. C

$$2 = ka^0$$

$$k = 2$$

26. C

直線 $x = 1$ 與 $y = 2^x$ 及 $y = 3^x$ 的圖像分別相交於 $(1, 2)$ 及 $(1, 3)$ 。

答案為 C。

27. D

直線 $x = 1$ 與 $y = 2^x$ 及 $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ 的圖像分別相交於 $(1, 2)$ 及 $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ 。

由於 y 截距為 1，與所求曲線與 $x = 1$ 的交點在 y 截距之上。

答案為 D。

28. B

所求圖像為 $y = 5^{-(-x)} = 5^x$ 。

29. A

$$a^x = b^{-x}$$

$$a^x b^x = 1$$

$$(ab)^x = 1$$

$$ab = 1$$

30. C

繪畫直線 $y = 10$ 。

可得 $x = 1.4$ 。

結構式試題

31. $3^x + 3^{x+1} = 108$
 $3^x(1 + 3) = 108$
 $3^x = 27$ 1M
 $3^x = 3^3$ 1M
 $x = 3$ 1A
32. $2^{2x+1} + 3(4^x) - 2^{2x-1} = 36$
 $2^{2x}(2 + 3 - 2^{-1}) = 36$ 1M
 $2^{2x} = 8$ 1M
 $2x = 3$
 $x = \frac{3}{2}$ 1A
33. (a) $P(1.32)^0 = 20$ 1M
 $P = 20$ 1A
(b) 所求數目 $= 20(1.32)^5$ 1M
 ≈ 80 1A
(c) 香蕉數目之比 $= \frac{P(1.32)^{2t}}{P(1.32)^t}$
 $= 1.32^t$ 1M
由於 t 可能不等於 2，該比例可能不等於 1.32^2 。
不同意該宣稱。 1A
34. (a) 所求成本 $= 45\,000(20)^{-0.2}$ 1M
 $\approx \$24\,700$ 1A
(b) 下跌百分比 $= \frac{45\,000(5)^{-0.2} - 45\,000(20)^{-0.2}}{45\,000(5)^{-0.2}} \times 100\%$ 1M
 $\approx 24.2\%$ 1A
35. (a) 假定偉傑與依汶在離 10:00 後 r 小時後相遇。
 $\frac{30 - 10.5}{r} = \frac{30 - 4}{4}$ 1M
 $r = 3$
偉傑與依汶在 13:00 相遇。 1A

(b) 當 $t = 0$, $x = 0$,

$$0 = \frac{3}{2}(a^0 - k)$$

$$0 = 1 - k$$

$$k = 1$$

1A

當 $t = 3$, $x = 10.5$,

$$10.5 = \frac{3}{2}(a^3 - 1)$$

$$a^3 = 8$$

$$a^3 = 2^3$$

1M

$$a = 2$$

1A

(c) 當 $t = 4$,

$$x = \frac{3}{2}(2^4 - 1)$$

$$= 22.5$$

1A

$$\text{依汶與 } M \text{ 城在 14:00 時的距離} = \left[30 - (1) \left(\frac{30 - 4}{4} \right) \right] \text{ km}$$

1M

$$= 23.5 \text{ km}$$

$$> 22.5 \text{ km}$$

她不能在 14:00 前與偉傑相遇。

1A