REG-LOCUS-2425-ASM-SET 2-MATH
建議題解

結構式試題

1. (a) P 的軌跡平行於 L。 1A

   (b) 設 $(x,\ y)$ 為 P 的坐標。
   P 與 L 的距離為 2。

$$y-(-1)=2 \quad \text{1M}$$
$$y-1=0 \quad \text{1A}$$

   P 的軌跡方程為 $y-1=0$。

2. 設 $(x,\ y)$ 為 P 的坐標。

$$AP=\sqrt{7}$$
$$\sqrt{[x-(-3)]^2+(y-2)^2}=\sqrt{7} \quad \text{1M}$$
$$(x+3)^2+(y-2)^2=7$$
$$x^2+y^2+6x-4y+6=0 \quad \text{1A}$$

   P 的軌跡方程為 $x^2+y^2+6x-4y+6=0$。

3. 設 $(x,\ y)$ 為 P 的坐標。

$$PB=2PA$$
$$\sqrt{(x-4)^2+(y+6)^2}=2\sqrt{(x-3)^2+(y-0)^2} \quad \text{1M}$$
$$(x-4)^2+(y+6)^2=4(x-3)^2+4y^2$$
$$3x^2+3y^2-16x-12y-16=0 \quad \text{1A}$$

   P 的軌跡方程為 $3x^2+3y^2-16x-12y-16=0$。

4. (a) P 的軌跡為線段 AB 的垂直平分線。 1A

   (b) 設 $(x,\ y)$ 為 P 的坐標。

$$PA=PB$$
$$\sqrt{(x-9)^2+[y-(-7)]^2}=\sqrt{[x-(-4)]^2+(y-6)^2} \quad \text{1M}$$
$$(x-9)^2+(y+7)^2=(x+4)^2+(y-6)^2$$
$$26x-26y-78=0$$
$$x-y-3=0 \quad \text{1A}$$

   P 的軌跡方程為 $x-y-3=0$。

5. 設 (x, y) 為 P 的坐標。

$$2PA = 3PB$$

$$2\sqrt{(x-9)^2+(y-3)^2} = 3\sqrt{(x-4)^2+\left(y-\frac{4}{3}\right)^2} \qquad \text{1M}$$

$$4[(x-9)^2+(y-3)^2] = 9\left[(x-4)^2+\left(y-\frac{4}{3}\right)^2\right]$$

$$5x^2+5y^2-200=0$$

$$x^2+y^2-40=0 \qquad \text{1A}$$

P 的軌跡方程為 $x^2+y^2-40=0$。

6. 設 (x, y) 為 P 的坐標。

AP 的斜率 $= \dfrac{y-(-2)}{x-6} = \dfrac{y+2}{x-6}$ 1M

PB 的斜率 $= \dfrac{y-4}{x-2}$

$$\frac{y+2}{x-6}\cdot\frac{y-4}{x-2} = -1 \qquad \text{1M}$$

$$(y+2)(y-4) = -(x-6)(x-2)$$

$$x^2+y^2-8x-2y+4=0 \qquad \text{1A}$$

P 的軌跡方程為 $x^2+y^2-8x-2y+4=0$。

7. P 的軌跡是兩個圓心為 O 的圓，半徑為 7 及 11。 1M

當 P 與 O 保持固定距離 7 時，

軌跡方程為 $x^2+y^2=49$。 1A

當 P 與 O 保持固定距離 11 時，

軌跡方程為 $x^2+y^2=121$。 1A

8. (a) P 的軌跡為 L 與 x 軸的夾角之一對角平分線。 1A

(b) 設 θ 為 L 的傾角。

$$\tan\theta = -\sqrt{3} \qquad \text{1M}$$

$$\theta = 60^\circ$$

兩角平分線的傾角為 30° 及 120° 1A

L 的 x 截距 $= \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

P 的軌跡方程為

$$y-0 = (\tan 30^\circ)\left(x-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \quad \text{及} \quad y-0 = (\tan 120^\circ)\left(x-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\sqrt{3}x-3y-2=0 \qquad\qquad \sqrt{3}x+y-2=0 \qquad \text{1A+1A}$$

9. (a) B 的坐標為 $(4,\ -3)$。 1A

C 的坐標為 $(-8,\ 9)$。 1A

(b) (i) 設 $(x,\ y)$ 為 P 的坐標。

$$BP = CP$$

$$\sqrt{(x-4)^2 + [y-(-3)]^2} = \sqrt{[x-(-8)]^2 + (y-9)^2} \quad \text{1M}$$

$$(x-4)^2 + (y+3)^2 = (x+8)^2 + (y-9)^2$$

$$-24x + 24y - 120 = 0$$

$$x - y + 5 = 0 \quad \text{1A}$$

P 的軌跡方程為 $x - y + 5 = 0$。

(ii) 代 $(-2,\ 3)$ 至 P 的軌跡方程，

$$\text{左式} = -2 - 3 + 5 \quad \text{1M}$$

$$= 0$$

$$= \text{右式}$$

P 的軌跡通過 $D\,(-2,\ 3)$。 1A

10. 設 $(x,\ y)$ 為 P 的坐標。

A' 的坐標為 $(10,\ -24)$。 1A

$$AP = A'P$$

$$\sqrt{[x-(-10)]^2 + (y-24)^2} = \sqrt{(x-10)^2 + [y-(-24)]^2} \quad \text{1M}$$

$$(x+10)^2 + (y-24)^2 = (x-10)^2 + (y+24)^2$$

$$40x - 96y = 0$$

$$5x - 12y = 0 \quad \text{1A}$$

P 的軌跡方程為 $5x - 12y = 0$。

11. 設 h 為 P 至 AB 的垂直距離。

$$\frac{1}{2} \times (3+2) \times h = 25$$

$$h = 10$$

P 的軌跡為一對平行於 AB 的直線，且它們均與 AB 相距 10。 1A

設 $(x,\ y)$ 為 P 的坐標。

$$x + 2 = 10 \quad \text{或} \quad -2 - x = 10 \quad \text{1M}$$

$$x - 8 = 0 \qquad\qquad x + 12 = 0 \quad \text{1A}$$

P 的軌跡方程為 $x - 8 = 0$ 及 $x + 12 = 0$。

12. (a) 設 $(x,\ y)$ 為 P 的坐標。

$$\sqrt{(x-1)^2+[y-(-2)]^2}=\sqrt{(y-5)^2} \qquad \text{1M}$$

$$(x-1)^2+(y+2)^2=(5-y)^2$$

$$x^2-2x+14y-20=0 \qquad \text{1A}$$

P 的軌跡方程為 $x^2-2x+14y-20=0$。

(b) 設 $(x,\ y)$ 為 Q 的坐標。

$$QA=QB$$

$$\sqrt{(x-2)^2+(y-5)^2}=\sqrt{(x-1)^2+[y-(-2)]^2} \qquad \text{1M}$$

$$(x-2)^2+(y-5)^2=(x-1)^2+(y+2)^2$$

$$-2x-14y+28=0$$

$$x+7y-12=0 \qquad \text{1A}$$

Q 的軌跡方程為 $x+7y-12=0$。

(c) 代 $y=-\dfrac{x^2}{14}+\dfrac{x}{7}+\dfrac{10}{7}$ 至 $x+7y-12=0$，

$$x+7\left(-\frac{x^2}{14}+\frac{x}{7}+\frac{10}{7}\right)-12=0 \qquad \text{1M}$$

$$-\frac{x^2}{2}+2x-2=0$$

$$x=2$$

代 $x=2$ 至 $y=-\dfrac{x^2}{14}+\dfrac{x}{7}+\dfrac{10}{7}$，

$$y=-\frac{2^2}{14}+\frac{2}{7}+\frac{10}{7}$$

$$=\frac{10}{7}$$

D 的坐標為 $\left(2,\ \dfrac{10}{7}\right)$。 1A

– 試卷完 –