

# REG-LOCUS-2425-ASM-SET 1-MATH

## 建議題解

### 多項選擇題

- |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D  | 2. A  | 3. A  | 4. D  | 5. B  |
| 6. D  | 7. B  | 8. B  | 9. C  | 10. C |
| 11. B | 12. C | 13. D | 14. D | 15. A |
| 16. A | 17. A | 18. D | 19. A | 20. C |
| 21. A | 22. D | 23. A | 24. A |       |

1. ☐ D

$L_1$  與  $L_2$  為不平行直線。

$P$  的軌跡為  $L_1$  與  $L_2$  所成的角的角平分線，即一對互相垂直的直線。

2. ☐ A

$P$  的軌跡是一直徑為  $AB$  的圓。

3. ☐ A

與定點維持固定距離  $\Rightarrow$  圓

4. ☐ D

$L_1$  平行於  $L_2$ 。

所求軌跡為一平行於  $L_1$  的直線，在  $L_1$  與  $L_2$  之間。

5. ☐ B

$AB$  與  $BC$  不平行。 $P$  的軌跡為  $\angle ABC$  的角平分線。

I.  $\times$ 。該軌跡不垂直於  $AC$ ，除非  $AB = BC$ 。

II.  $\times$ 。該軌跡不通過  $AC$  的中點，除非  $AB = BC$ 。

III.  $\checkmark$ 。

6. ☐ D

$P$  的軌跡為平行於  $L$  的一對直線。

7. ☐ B

$P$  的軌跡為由  $x$  軸與  $y$  軸形成的角的角平分線。

答案為  $B$ 。

8. ☐ B

由  $P$  至  $AB$  的距離為  $\triangle PAB$  的高，即為一常數。

$P$  的軌跡為兩直線，與直線  $AB$  維持一固定距離。

9. C

$P$  的軌跡為一對平行直線， $y = -1$  及  $y = 11$ 。

10. C

$P$  的軌跡為  $\angle AOF$  的角平分線。

$$\angle AOF = 40^\circ + 30^\circ \times 2 + 10^\circ + 50^\circ = 160^\circ$$

$$\text{留意 } \angle AOD = 40^\circ + 30^\circ + 10^\circ = 80^\circ = \frac{160^\circ}{2}。$$

$P$  的軌跡為線段  $OD$ 。

11. B

$P$  的軌跡通過  $B$ 、 $J$  及  $D$ 。

$P$  的軌跡為線段  $BD$ 。

12. C

$P$  的軌跡為兩相交直線形成的角的角平分線。

兩角平分線互相垂直。

13. D

設  $M$  及  $N$  分別為  $AB$  及  $CD$  的中點。

I. 該軌跡為  $AB$  的垂直平分線。

軌跡為線段  $MN$ 。

II. 該軌跡為通過  $AB$  的中點且平行於  $AD$  的直線。

軌跡為線段  $MN$ 。

III. 留意  $\triangle PCD$  為等腰三角形。 $P$  與  $C$  及  $D$  等距。

$P$  的軌跡為  $CD$  的垂直平分線。

軌跡為線段  $MN$ 。

三個條件均給出相同的  $P$  的軌跡。

14. D

$Q$  的軌跡通過  $F$ 、 $J$  及  $H$ ，為線段  $FH$ 。

15. A

與兩定點等距  $\Rightarrow$  垂直平分線

16. A

$P$  與點  $A$  維持不變距離。所以， $P$  的軌跡為一圓。

17. A

設  $P(x, y)$ 。

則  $A$  及  $B$  的坐標分別為  $(2x, 0)$  及  $(0, 2y)$ 。

$$AB = \sqrt{(2x)^2 + (2y)^2}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{(AB)^2}{4}$$

$P$  的軌跡是一弧（圓的部分），其中圓心為  $(0, 0)$  及半徑  $\frac{AB}{2}$ 。

18. D

$P$  的軌跡是  $L_1$  與  $L_2$  間的角的角平分線。

$P$  的軌跡是一對直線（互相垂直，通過  $L_1$  與  $L_2$  的交點）。

19. A

$P$  的軌跡為  $AB$  的垂直平分線，即為一直線。

20. C

設  $P = (x, y)$ 。

$$PX = 2PY$$

$$\sqrt{x^2 + (y-5)^2} = 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

$$x^2 + (y-5)^2 = 4[(x-1)^2 + y^2]$$

$$0 = 3x^2 + 3y^2 - 8x + 10y - 21$$

21. A

$P$  的軌跡是一圓，圓心  $A(2, -5)$  及半徑  $AB$ 。

A. ✓。圓心  $(2, -5)$  及  $8^2 + 3^2 - 4(8) + 10(3) - 71 = 0$ 。

B. ✗。圓心  $(-2, 5)$

C. ✗。圓心  $(-2, 5)$

D. ✗。圓心  $(2, -5)$  但  $8^2 + 3^2 - 4(8) + 10(3) - 75 = -4 \neq 0$ 。

22. D

設  $P$  的坐標為  $(x, y)$ 。

$$\frac{y-4}{x-0} \times \frac{y-2}{x-6} = -1$$

$$(y-4)(y-2) = -x(x-6)$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 8 = 0$$

所求方程為  $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 8 = 0$ 。

23. A

軌跡為  $AB$  的垂直平分線。

$AB$  的斜率  $= \frac{5+1}{1+5} = 1$ 。軌跡的斜率  $= -1$ 。只有選項 A 的直線的斜率為  $-1$ 。

24. A

$A$  及  $B$  的坐標分別為  $(5, 0)$  及  $(0, -12)$ 。

$P$  的軌跡為  $AB$  的垂直平分線。

$AB$  的中點的坐標為  $\left(\frac{5}{2}, -6\right)$ 。

留意  $15x + 36y + 179 = 15\left(\frac{5}{2}\right) + 36(-6) + 179$  不是整數，代表它不可能是零。

答案為 A。

# 結構式試題

25. (a) 設  $P$  的坐標為  $(x, y)$ 。

$$[(x-8)^2 + (y-1)^2] + [(x-3)^2 + (y-4)^2] = (8-3)^2 + (4-1)^2 \quad 1M$$

$$2x^2 + 2y^2 - 22x - 10y + 56 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 11x - 5y + 28 = 0$$

$$P \text{ 的軌跡的方程為 } x^2 + y^2 - 11x - 5y + 28 = 0。 \quad 1A$$

- (b) 設  $P$  的坐標為  $(x, y)$ 。

$$[(8-3)^2 + (4-1)^2] + [(x-3)^2 + (y-4)^2] = (x-8)^2 + (y-1)^2 \quad 1M$$

$$10x - 6y - 6 = 0$$

$$5x - 3y - 3 = 0$$

$$P \text{ 的軌跡的方程為 } 5x - 3y - 3 = 0。 \quad 1A$$

- (c) 設  $P$  的坐標為  $(x, y)$ 。

$$\sqrt{(x-8)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} \quad 1M$$

$$-10x + 6y = 40$$

$$5x - 3y - 20 = 0$$

$$P \text{ 的軌跡的方程為 } 5x - 3y - 20 = 0。 \quad 1A$$

26. (a) 設  $P$  的坐標為  $(x, y)$ 。則  $F$  的坐標為  $(x, 3)$ 。

$$[(x-2)^2 + y^2] + [x^2 + (y+2)^2] = 2(y-3)^2 \quad 1M$$

$$2x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + 8 = 2y^2 - 12y + 18$$

$$y = -\frac{x^2}{8} + \frac{x}{4} + \frac{5}{8}$$

$$P \text{ 的軌跡的方程為 } y = -\frac{x^2}{8} + \frac{x}{4} + \frac{5}{8}。 \quad 1A$$

- (b)  $P$  的軌跡為一開口向下的拋物線。 1A

27. (a)  $AB$  的長度為 4。由  $P$  至  $AB$  的距離  $= \frac{6 \times 2}{4} = 3$  1A

$$P \text{ 的軌跡為一對垂直直線，在 } AB \text{ 左方 3 單位及右方 3 單位。} \quad 1A$$

- (b)  $P$  的軌跡的方程為  $x = -1$  及  $x = 5$ 。 1M+1A

28. (a) 設  $B$  的坐標為  $(p, q)$ 。

$$\frac{q-4}{p-0} \times (-1) = -1 \quad 1M$$

$$q - 4 = p$$

$$AB \text{ 的中點在 } \left( \frac{p}{2}, \frac{q+4}{2} \right)。$$

所以， $\frac{q+4}{2} = -\frac{p}{2}$ 。 1M

求解後，可得  $p = -4$  及  $q = 0$ 。  $B$  的坐標為  $(-4, 0)$ 。 1A

(b)  $\frac{y-4}{x-0} \times \frac{y-0}{x+4} = -1$  1M

$$y(y-4) + x(x+4) = 0$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0 \quad 1$$

(c)  $\Gamma$  的半徑  $= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

$$\pi r^2 - \pi(2\sqrt{2})^2 = \pi(2\sqrt{2})^2 \quad 1M$$

$$r^2 = 16$$

$$r = 4 \quad 1A$$