

REG-2425-MOCK-SET 10-MATH-EP(M2)

建議題解

$$\begin{aligned}
 1. \quad f'(0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{e^h}{h+2} - \frac{e^0}{0+2}}{h} & 1M \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2e^h - (h+2)}{2h(h+2)} & 1M \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{e^h - 1}{h} \cdot \frac{1}{h+2} - \frac{1}{2(h+2)} \right] & 1M \\
 &= 1 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2)} \\
 &= \frac{1}{4} & 1A
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad (a) \quad (1+3x)^n &= 1 + C_1^n(3x) + C_2^n(3x)^2 + C_3^n(3x)^3 + C_4^n(3x)^4 + \dots & 1M \\
 &= 1 + 3C_1^n x + 9C_2^n x^2 + 27C_3^n x^3 + 81C_4^n x^4 + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left(x - \frac{4}{x}\right)^2 &= x^2 - 8 + \frac{16}{x^2} \\
 (1)(-8) + (9C_2^n)(16) &= 5176 & 1M \\
 -8 + \frac{9n(n-1)}{2}(16) &= 5176 \\
 72n^2 - 72n - 5184 &= 0
 \end{aligned}$$

$$n = 9 \quad \text{或} \quad -8 \quad (\text{捨去}) \quad 1A$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad \text{所求係數} &= (1)(1) + (9C_2^9)(-8) + (81C_4^9)(16) & 1M \\
 &= 160\,705 & 1A
 \end{aligned}$$

解	分
3. (a) (i) $\cos\left(3 \times \frac{3\pi}{10}\right) + \sin\left(2 \times \frac{3\pi}{10}\right)$ $= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{10}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{10}\right)$ $= -\cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{10}$ $= 0$ 因此，$\frac{3\pi}{10}$ 為方程 $\cos 3\theta + \sin 2\theta = 0$ 的根。 (ii) $\cos 3\theta$ $= \cos(2\theta + \theta)$ $= \cos 2\theta \cos \theta - \sin 2\theta \sin \theta$ $= (2 \cos^2 \theta - 1) \cos \theta - (2 \sin \theta \cos \theta) \sin \theta$ $= 2 \cos^3 \theta - \cos \theta - 2 \cos \theta (1 - \cos^2 \theta)$ $= 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$ (b) $\cos 3\theta + \sin 2\theta = 0$ $(4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta) + 2 \sin \theta \cos \theta = 0$ $\cos \theta (4 \cos^2 \theta - 3 + 2 \sin \theta) = 0$ $\cos \theta [4(1 - \sin^2 \theta) + 2 \sin \theta - 3] = 0$ $\cos \theta (-4 \sin^2 \theta + 2 \sin \theta + 1) = 0$ $\cos \theta = 0$ 或 $-4 \sin^2 \theta + 2 \sin \theta + 1 = 0$ 考慮方程 $-4 \sin^2 \theta + 2 \sin \theta + 1 = 0$。 $\sin \theta = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(-4)(1)}}{2(-4)}$ $= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$ 利用 (a)，$\frac{3\pi}{10}$ 為方程的根。 由於 $0 < \frac{3\pi}{10} < \frac{\pi}{2}$，$\cos \frac{3\pi}{10} \neq 0$ 及 $\sin \frac{3\pi}{10} > 0$。 因此，可得 $\sin \frac{3\pi}{10} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$。	1 1M 1 1M 1A
4. (a) $\int u(21^u) du = \frac{1}{\ln 21} \left[u(21^u) - \int 21^u du \right]$ $= \frac{u(21^u)}{\ln 21} - \frac{21^u}{(\ln 21)^2} + \text{常數}$ (b) 所求面積 $= \int_0^1 x(21^x) dx$ $= \left[\frac{x(21^x)}{\ln 21} - \frac{21^x}{(\ln 21)^2} \right]_0^1$ $= \frac{21}{\ln 21} - \frac{20}{(\ln 21)^2}$	1M+1M 1A 1M 1M 1A

解	分
5. (a) 設 $x - 1 = 6 \sin \theta$。則 $dx = 6 \cos \theta d\theta$。 $\int \frac{1}{\sqrt{35 + 2x - x^2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{36 - (x - 1)^2}} dx$ $= \int \frac{6 \cos \theta}{\sqrt{36 - 36 \sin^2 \theta}} d\theta$ $= \int d\theta$ $= \theta + \text{常數}$ $= \sin^{-1} \frac{x - 1}{6} + \text{常數}$	1M 1M 1A
(b) 設 $u = 35 + 2x - x^2$。則 $du = (2 - 2x) dx$。 $y = \int \frac{-2x + 3}{\sqrt{35 + 2x - x^2}} dx$ $= \int \frac{-2x + 2}{\sqrt{35 + 2x - x^2}} dx + \int \frac{1}{\sqrt{35 + 2x - x^2}} dx$ $= \int u^{-\frac{1}{2}} du + \sin^{-1} \frac{x - 1}{6} + C_1$ $= 2u^{\frac{1}{2}} + \sin^{-1} \frac{x - 1}{6} + C$ $= 2\sqrt{35 + 2x - x^2} + \sin^{-1} \frac{x - 1}{6} + C$ G 通過點 $(4, 6\sqrt{3})$。 $6\sqrt{3} = 2\sqrt{35 + 8 - 16} + \sin^{-1} \frac{4 - 1}{6} + C$ $C = -\frac{\pi}{6}$ 代 $x = 1$。 $y = 2\sqrt{35 + 2 - 1} + \sin^{-1} \frac{1 - 1}{6} - \frac{\pi}{6}$ $= 12 - \frac{\pi}{6}$ 因此，G 通過 $(1, 12 - \frac{\pi}{6})$。	1M 1M 1A

解	分
6. (a) 當 $n = 1$, 左式 $= 1(1+1)(1+2) = 6$ 右式 $= \frac{1(1+1)(1+2)(1+3)}{4} = 6 = \text{左式}$ 對 $n = 1$, 命題為真。 假設 $\sum_{k=1}^m k(k+1)(k+2) = \frac{m(m+1)(m+2)(m+3)}{4}$, 其中 $m \in \mathbb{Z}^+$ 。 $\sum_{k=1}^{m+1} k(k+1)(k+2)$ $= \sum_{k=1}^m k(k+1)(k+2) + (m+1)(m+2)(m+3)$ $= \frac{m(m+1)(m+2)(m+3)}{4} + (m+1)(m+2)(m+3)$ $= \frac{(m+1)(m+2)(m+3)}{4}(m+4)$ $= \frac{(m+1)(m+2)(m+3)(m+4)}{4}$ 對 $n = m+1$, 命題為真。 藉數學歸納法, $\forall n \in \mathbb{Z}^+$, 命題為真。 (b) $\sum_{k=44}^{66} k \left(\frac{k+1}{8} \right) \left(\frac{k+2}{9} \right)$ $= \frac{1}{72} \left[\sum_{k=1}^{66} k(k+1)(k+2) - \sum_{k=1}^{43} k(k+1)(k+2) \right]$ $= \frac{1}{72} \left[\frac{66 \times 67 \times 68 \times 69}{4} - \frac{43 \times 44 \times 45 \times 46}{4} \right]$ $= 58\,443$	1 1M 1M 1 1M 1M 1A

7. (a) $\det M = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

$$M^{-1} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}^T$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

1M

(b) $M^2 = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} \cos^2 \theta - \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

1M

$$= \begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}$$

$$M^3 = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos 2\theta \cos \theta & -\cos 2\theta \sin \theta - \sin 2\theta \cos \theta \\ \sin 2\theta \cos \theta + \cos 2\theta \sin \theta & -\sin 2\theta \sin \theta + \cos 2\theta \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos 3\theta & -\sin 3\theta \\ \sin 3\theta & \cos 3\theta \end{pmatrix}$$

1A

(c) $(M^2)^{-1} M (M^4 + I) = (M^{-1})^2 M (M^4 + I)$

$$= M^3 + M^{-1}$$

1M

$$= \begin{pmatrix} \cos 3\theta + \cos \theta & -\sin 3\theta + \sin \theta \\ \sin 3\theta - \sin \theta & \cos 3\theta + \cos \theta \end{pmatrix}$$

比較對應元素。

$$\cos 3\theta + \cos \theta = 0$$

1M

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0 \quad \text{或} \quad \cos \theta = 0$$

$$2\theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{或} \quad \frac{3\pi}{2} \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

1A

$$\theta = \frac{\pi}{4} \quad \text{或} \quad \frac{3\pi}{4}$$

當 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 時, $a = b = 0$ 。捨去。

當 $\theta = \frac{3\pi}{4}$ 時, $a = b = 0$ 。捨去。

當 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 時, $a = 2$ 及 $b = -2$ 。

因此, $a = 2$ 及 $b = -2$ 。

1A

解		分										
8.	(a) $f'(x) = \frac{(x-4)(2x) - x^2(1)}{(x-4)^2}$	1M										
	$= \frac{x^2 - 8x}{(x-4)^2}$	1A										
	(b) $\frac{x^2 - 8x}{(x-4)^2} = 0$											
	$x = 0$ 或 8	1A										
	<table border="1"><tr><td>x</td><td>$x < 0$</td><td>$0 < x < 4$</td><td>$4 < x < 8$</td><td>$x > 8$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr></table>	x	$x < 0$	$0 < x < 4$	$4 < x < 8$	$x > 8$	$f'(x)$	+	-	-	+	1M
	x	$x < 0$	$0 < x < 4$	$4 < x < 8$	$x > 8$							
	$f'(x)$	+	-	-	+							
	$f(0) = 3$ 及 $f(8) = 19$											
	局部極大值為 3，局部極小值為 19。	1A										
	(c) 垂直漸近線為 $x = 4$ 。	1A										
$f(x) = 3 + \frac{x^2}{x-4}$ $= x + 7 + \frac{16}{x-4}$	1M											
斜漸近線為 $y = x + 7$ 。	1A											

$$9. (a) \quad A(\theta) = \frac{[(1 - \sin \theta) + 1](2 - \cos \theta)}{2}$$

$$= \frac{(2 - \sin \theta)(2 - \cos \theta)}{2}$$

1A

$$\frac{dA(\theta)}{d\theta} = \frac{1}{2} [(-\cos \theta)(2 - \cos \theta) + (2 - \sin \theta)(\sin \theta)]$$

$$= \frac{1}{2} [2(\sin \theta - \cos \theta) - (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)]$$

$$= \frac{1}{2} (\sin \theta - \cos \theta)(2 - \sin \theta - \cos \theta)$$

1M

1

(b) (i) 對 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，可得 $\sin \theta < 1$ 及 $\cos \theta < 1$ 。

1M

$$2 - \sin \theta - \cos \theta > 2 - 1 - 1$$

$$2 - \sin \theta - \cos \theta > 0$$

1

(ii) 當 $A(\theta) = 0$ 時，

$$\sin \theta - \cos \theta = 0$$

1M

$$\tan \theta = 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

θ	$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$
$\frac{dA(\theta)}{d\theta}$	-	+

1M

$A(\theta)$ 在 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 達至極小值。

1A

所求之值

$$= \frac{1}{2} \left(2 - \sin \frac{\pi}{4} \right) \left(2 - \cos \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \frac{9 - 4\sqrt{2}}{4}$$

1A

(c) 設 t s 為時間。

$$\frac{dA(\theta)}{dt} = \frac{dA(\theta)}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$$

1M

當 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 及 $\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{10}$ 時，

$$\frac{dA(\theta)}{dt} = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3} \right) \left(2 - \sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3} \right) \left(-\frac{1}{10} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \cdot \frac{4 - \sqrt{3} - 1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{10} \right)$$

$$= \frac{3 - 2\sqrt{3}}{40}$$

1M

所求變率為 $\frac{3 - 2\sqrt{3}}{40} \text{ m}^2/\text{s}$ 。

1A

$$\begin{aligned}
 10. \quad (a) \quad (i) \quad \cos^4 x \sin^2 x &= \cos^2 x \left(\frac{2 \sin x \cos x}{2} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right) \left(\frac{\sin^2 2x}{4} \right) \\
 &= \frac{\sin^2 2x + \cos 2x \sin^2 2x}{8}
 \end{aligned}$$

1M

1

(ii) 設 $x = \frac{\pi}{2} - u$ 。則 $dx = -du$ 。

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos^2 x \, dx &= - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sin^4 \left(\frac{\pi}{2} - u \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - u \right) du \\
 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 u \sin^2 u \, du \\
 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 2u + \cos 2u \sin^2 2u}{8} du \\
 &= \frac{1}{16} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 4u) \, du + \frac{1}{16} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2u \, d(\sin 2u) \\
 &= \frac{1}{16} \left[u - \frac{\sin 4u}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{16} \left[\frac{\sin^3 2u}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
 &= \frac{\pi}{32}
 \end{aligned}$$

1M

1M+1M

1A

(b) (i) 設 $x = k - u$ 。則 $dx = -du$ 。

$$\begin{aligned}
 \int_0^k f(x) \, dx &= \int_0^{\frac{k}{2}} f(x) \, dx + \int_{\frac{k}{2}}^k f(x) \, dx \\
 &= \int_0^{\frac{k}{2}} f(x) \, dx - \int_{\frac{k}{2}}^0 f(k - u) \, du \\
 &= \int_0^{\frac{k}{2}} f(x) \, dx + \int_0^{\frac{k}{2}} f(x) \, dx \\
 &= 2 \int_0^{\frac{k}{2}} f(x) \, dx
 \end{aligned}$$

1M

1

(ii) 設 $x = k - w$ 。則 $dx = -dw$ 。

$$\begin{aligned}
 \int_0^k x f(x) \, dx &= - \int_k^0 (k - w) f(k - w) \, dw \\
 &= k \int_0^k f(w) \, dw - \int_0^k w f(w) \, dw \\
 &= k \int_0^k f(x) \, dx - \int_0^k x f(x) \, dx \\
 2 \int_0^k x f(x) \, dx &= k \int_0^k f(x) \, dx \\
 \int_0^k x f(x) \, dx &= \frac{k}{2} \int_0^k f(x) \, dx \\
 &= k \int_0^{\frac{k}{2}} f(x) \, dx
 \end{aligned}$$

1M

1

(iii) 設 $f(x) = \cos^4 x \sin^2 x$ 。

$$\text{則 } f(\pi - x) = \cos^4(\pi - x) \sin^2(\pi - x) = \cos^4 x \sin^2 x = f(x) \text{。}$$

1M

解		分
11. (a) (i) (1)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & a & -4 \\ 3a+1 & 2-a & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & a-6 & -1 \\ 3a+1 & -7a & 3a+4 \end{vmatrix}$ $= (a-6)(3a+4) - 7a$ $= 3(a-8)(a+1)$ (E) 有唯一的解當且僅當 $3(a-8)(a+1) \neq 0$。 因此，$a \neq 8$ 及 $a \neq -1$。	1A 1M 1
(2)	$x = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 2 & -1 \\ b & a & -4 \\ 2-6b & 2-a & 3 \end{vmatrix}}{3(a-8)(a+1)}$ $= -\frac{5(b+2)}{3(a+1)}$ $y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 12 & -1 \\ 3 & b & -4 \\ 3a+1 & 2-6b & 3 \end{vmatrix}}{3(a-8)(a+1)} = \frac{3ab - 144a - 2b - 154}{3(a-8)(a+1)}$ $z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 12 \\ 3 & a & b \\ 3a+1 & 2-a & 2-6b \end{vmatrix}}{3(a-8)(a+1)} = \frac{-36a^2 + ab - 46a + 36b + 60}{3(a-8)(a+1)}$	1M 1A 1A
(ii) (1)	當 $a = -1$，(E) 的增廣矩陣為 $\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 2 & -1 & 12 \\ 3 & -1 & -4 & b \\ -2 & 3 & 3 & 2-6b \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc c} 1 & 2 & -1 & 12 \\ 0 & -7 & -1 & b-36 \\ 0 & 7 & 1 & 26-6b \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc c} 1 & 2 & -1 & 12 \\ 0 & 7 & 1 & 36-b \\ 0 & 0 & 0 & -10-5b \end{array} \right)$ 故此，$-10-5b = 0$，即 $b = -2$。	1M 1A
(2)	當 $a = -1$ 及 $b = -2$，(E) 的增廣矩陣為 $\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 2 & -1 & 12 \\ 0 & 7 & 1 & 38 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$ 設 $z = t$，其中 $t \in \mathbb{R}$。則 $y = \frac{38-t}{7}$ 及 $x = \frac{9t+8}{7}$。 解集為 $\left\{ \left(\frac{9t+8}{7}, \frac{38-t}{7}, t \right) : t \in \mathbb{R} \right\}$。	1A
(b)	利用 (a)，解為 $\left\{ \left(\frac{9t+8}{7}, \frac{38-t}{7}, t \right) : t \in \mathbb{R} \right\}$。 $x^2 - 9y^2 + 36z = \left(\frac{9t+8}{7} \right)^2 - 9 \left(\frac{38-t}{7} \right)^2 + 36t$ $= \frac{72t^2}{49} + \frac{2592t}{49} - \frac{12932}{49}$ $= \frac{72}{49} (t+18)^2 - 740$ 最小值為 -740。	1M 1M 1A

解	分
12. (a) (i) $\mathbf{s} = \frac{k}{h+k}\mathbf{q} + \frac{h}{h+k}\mathbf{r}$ 1A (ii) $\frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{s}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}} = \frac{ \mathbf{q} \mathbf{s} \cos \angle QPS}{ \mathbf{r} \mathbf{s} \cos \angle RPS}$ 1M $\frac{\mathbf{q} \cdot \left(\frac{k}{h+k}\mathbf{q} + \frac{h}{h+k}\mathbf{r}\right)}{\mathbf{r} \cdot \left(\frac{k}{h+k}\mathbf{q} + \frac{h}{h+k}\mathbf{r}\right)} = \frac{ \mathbf{q} }{ \mathbf{r} }$ 1M $\frac{k \mathbf{q} ^2 + h(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})}{k(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) + h \mathbf{r} ^2} = \frac{ \mathbf{q} }{ \mathbf{r} }$ $k(\mathbf{q} ^2 \mathbf{r} - \mathbf{q} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})) = h(\mathbf{q} \mathbf{r} ^2 - \mathbf{r} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}))$ $\frac{h}{k} = \frac{ \mathbf{q} (\mathbf{q} \mathbf{r} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{r})}{ \mathbf{r} (\mathbf{q} \mathbf{r} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{r})}$ $= \frac{ \mathbf{q} }{ \mathbf{r} }$ 1 (b) (i) $\overrightarrow{OE} \times \overrightarrow{OF} = \begin{pmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 6 & -8 & 0 \\ 3 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ 1M $= -24\mathbf{i} - 18\mathbf{j}$ 設 $\overrightarrow{OB} = t(-24\mathbf{i} - 18\mathbf{j})$，其中 t 為一實數。 $OA = 25$ $OB = \sqrt{(24t)^2 + (18t)^2} = 30\sqrt{t^2}$ $\frac{AD}{DB} = \frac{OA}{OB}$ $\frac{5}{3} = \frac{25}{30\sqrt{t^2}}$ 1M $t^2 = \frac{1}{4}$ $t = -\frac{1}{2} \text{ 或 } \frac{1}{2}$ 由於 $\angle AOB$ 為銳角，$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 為正數。 可得 $t = -\frac{1}{2}$。 $\overrightarrow{OB} = 12\mathbf{i} + 9\mathbf{j}$ $\overrightarrow{OD} = \frac{3}{5+3}\overrightarrow{OA} + \frac{5}{5+3}\overrightarrow{OB} = \frac{15}{2}\mathbf{i} + 15\mathbf{j}$ 1A (ii) 設 G 為 OB 上的一點使得 AG 為 $\angle BAO$ 的角平分線。 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 12\mathbf{i} - 16\mathbf{j}$ $AB = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ 從 (a)，可得 $BG : GO = AB : AO = 20 : 25 = 4 : 5$。 $\overrightarrow{AG} = \frac{5}{4+5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{4+5}\overrightarrow{AO} = \frac{20}{3}\mathbf{i} - 20\mathbf{j}$ 1M	

解	分
設 $\vec{OI} = m\vec{OD}$ 及 $\vec{IA} = n\vec{AG}$，其中 m 及 n 均為實數。 $\vec{OA} = \vec{OI} + \vec{IA}$ $25\mathbf{j} = m\left(\frac{15}{2}\mathbf{i} + 15\mathbf{j}\right) + n\left(\frac{20}{3}\mathbf{i} - 20\mathbf{j}\right)$ $25\mathbf{j} = \left(\frac{15m}{2} + \frac{20}{3}\right)\mathbf{i} + (15m - 20n)\mathbf{j}$ 可得 $\frac{15m}{2} + \frac{20n}{3} = 0$ 及 $15m - 20n = 25$。 求解後，可得 $m = \frac{2}{3}$ 及 $n = -\frac{3}{4}$。 因此，$\vec{OI} = \frac{2}{3}\vec{OD}$ 及 $OI = \frac{2}{3}OD$。 (iii) $\vec{OI} = \frac{2}{3}\vec{OD} = 5\mathbf{i} + 10\mathbf{j}$ $HI = \frac{ \vec{OI} \cdot \vec{OB} }{OB}$ $= \frac{ (5\mathbf{i} + 10\mathbf{j}) \cdot (12\mathbf{i} + 9\mathbf{j}) }{\sqrt{12^2 + 9^2}}$ $= 10$ $OI = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125}$ $OH = \sqrt{OI^2 - HI^2}$ $= \sqrt{125 - 10^2}$ $= 5$	1M 1M 1 1M 1A