

# REG-EOC-2425-ASM-SET 2-MATH

## 建議題解

### 多項選擇題

- |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C  | 2. D  | 3. C  | 4. A  | 5. C  |
| 6. A  | 7. D  | 8. A  | 9. B  | 10. C |
| 11. B | 12. D | 13. A | 14. B | 15. B |
| 16. A | 17. A | 18. B | 19. C | 20. C |
| 21. B | 22. C | 23. C | 24. A |       |

1. ☐ C

圓心的坐標為  $(-3, -6)$ 。

$$\text{半徑} = \sqrt{9} = 3$$

2. ☐ D

圓心的坐標為  $(2, -1)$ 。

$$\text{圓周} = 2\pi(\sqrt{2^2 + 1^2 + 11})$$

$$= 8\pi$$

3. ☐ C

$$\frac{k}{-2} = 2$$

$$k = -4$$

$$\text{面積} = \pi(\sqrt{1^2 + 2^2 + 11})^2$$

$$= 16\pi$$

4. ☐ A

圓心的坐標為  $(-1, 5)$ 。

$$-1 - 3(5) + 2a = 0$$

$$a = 8$$

5. ☐ C

圓心的坐標為  $(-1, 6)$ 。

$$\text{A. } \times \circ 2(-1) + 6 - 3 = 1 \neq 0$$

$$\text{B. } \times \circ -1 + 3(6) - 14 = 3 \neq 0$$

$$\text{C. } \checkmark \circ 2(-1) + 3(6) - 16 = 0$$

$$\text{D. } \times \circ 2(-1) + 2(6) - 7 = 3 \neq 0$$

6. A

圓心的坐標為  $\left(-\frac{D}{2}, 5\right)$ 。

圓心在直線  $5x - 6y + 25 = 0$  上。

$$5\left(-\frac{D}{2}\right) - 6(5) + 25 = 0$$

$$D = -2$$

7. D

圓心的坐標為  $(3, -4)$ 。

$$\text{Radius} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

I.  $\checkmark$ 。

II.  $\checkmark$ 。由圓心至  $x$  軸的距離等於半徑。

III.  $\checkmark$ 。由圓心至  $y$  軸的距離小於半徑。

8. A

$$x^2 + 0 - 11x + 0 + 18 = \quad \quad \quad \text{及} \quad 0 + y^2 - 0 + 9y + 18 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{或} \quad 9$$

$$y = -3 \quad \text{或} \quad -6$$

$$\text{所求面積} = \frac{(9)(6)}{2} - \frac{(2)(3)}{2}$$

$$= 24$$

9. B

A.  $\times$ 。重寫方程為  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = -10$ 。可得  $r^2 = -10 < 0$ ，沒有可能。

B.  $\checkmark$ 。

C.  $\times$ 。 $x^2$  與  $y^2$  的係數不相等。

D.  $\times$ 。 $x^2$  與  $y^2$  的係數不相等。

10. C

圓心的坐標為  $(4, -2)$ 。

$$4^2 + 2^2 + 4k > 0$$

$$k > -5$$

11. B

$$\text{A. } \times. h^2 + k^2 - F = 3^2 + 5^2 - 30 = 4 \neq 0$$

$$\text{B. } \checkmark. h^2 + k^2 - F = 4^2 + 1^2 - 17 = 0$$

$$\text{C. } \times. h^2 + k^2 - F = 2.5^2 + 2.5^2 + 3.5 = 16 \neq 0$$

$$\text{D. } \times. h^2 + k^2 - F = 6^2 + 2^2 - 70 = -30 \neq 0$$

12. D

圓  $x^2 + y^2 - 2(k+1)x - 2(k-3)y - 2(k^2-9) = 0$  為實圓。

$$(k+1)^2 + (k-3)^2 + 2(k^2-9) > 0$$

$$4k^2 - 4k - 8 > 0$$

$$k < -1 \quad \text{或} \quad k > 2$$

13. A

圓心的坐標為  $(-1, 6)$ .

$$10 = 2\sqrt{1^2 + 6^2 - k}$$

$$k = 12$$

A.  $\checkmark$ 。L.H.S.  $= 0^2 + 0^2 + 0 - 0 + 12 = 12 > 0$

點  $(0, 0)$  在圓  $C$  外。

B.  $\times$ 。L.H.S.  $= 2^2 + 5^2 + 2(2) - 12(5) + 12 = -15 < 0$

點  $(2, 5)$  在圓  $C$  內。

C.  $\times$ 。L.H.S.  $= 1^2 + 6^2 + 2(1) - 12(-6) + 12 = 123 > 0$

點  $(1, -6)$  在圓  $C$  外。

D.  $\times$ 。L.H.S.  $= 2^2 + 2^2 + 2(-2) - 12(-2) + 12 = 40 > 0$

點  $(-2, -2)$  在圓  $C$  內。

14. B

A. L.H.S.  $= 0 + 6^2 - 0 - 10(6) - 35 = -59$

$A(0, 6)$  在該圓內。

B. L.H.S.  $= 6^2 + 6^2 - 4(-6) - 10(6) - 35 = 1 > 0$

$B(-6, 6)$  在該圓外。

C. L.H.S.  $= 4^2 + 2^2 - 4(4) - 10(-2) - 35 = -11 < 0$

$C(4, -2)$  在該圓內。

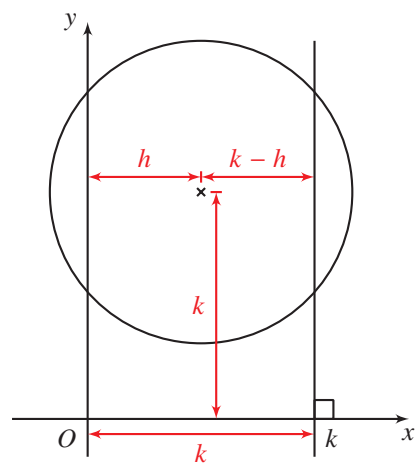
D. L.H.S.  $= 1^2 + 2^2 - 4(-1) - 10(-2) - 35 = -6 < 0$

$D(-1, -2)$  在該圓內。

15. **B**

圓心在象限一。故此， $h > 0$  及  $k > 0$ 。

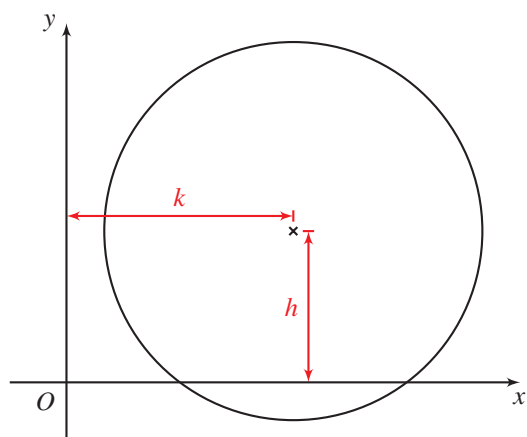
- I. ✓。可得  $h < r$ ，即  $h - r < 0$ 。
- II. ✗。可得  $k > r$ ，即  $k - r > 0$ 。
- III. ✓。可得  $k - h < r$ 。



16. **A**

圓心在象限一，可得  $h > 0$  及  $k > 0$ 。

- I. ✓。可得  $h < k$ ，即  $h - k < 0$ 。
- II. ✓。可得  $h < r$ ，即  $h - r < 0$ 。
- III. ✗。可得  $k > r$ ，即  $k - r > 0$ 。



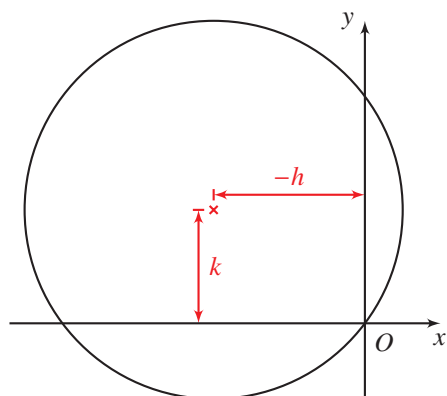
17. **A**

圓心在象限二，可得  $h < 0$  及  $k > 0$ 。

- I. ✓。
- II. ✓。可得  $r > -h$ ，即  $r + h > 0$ 。
- III. ✗。考慮圓心與原點的距離。

$$r > \sqrt{h^2 + k^2}$$

$$r^2 > h^2 + k^2$$



18. B

$C_1$  的圓心的坐標為  $(3, 4)$ 。

$$C_1 \text{ 的半徑} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 9} = \sqrt{34}$$

$C_2$  的圓心的坐標為  $(6, 6)$ 。

$$C_2 \text{ 的半徑} = \sqrt{6^2 + 6^2 - 67} = \sqrt{5}$$

$$\text{圓心的距離} = \sqrt{(6-3)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{13}$$

$C_2$  的圓心在  $C_1$  內。

答案為 B。

19. C

圓心的坐標為  $(3, 2)$ 。

$$\text{半徑} = \sqrt{3^2 + 2^2 - 4} = 3$$

$$A \text{ 與圓心的距離} = \sqrt{(3+3)^2 + (2+6)^2} = 10$$

$$\text{所求距離} = 10 - 3 = 7$$

20. C

$$\text{圓心 } (1, -2); \text{ 半徑} = \sqrt{1^2 + 2^2 - 4} = 1$$

$$\text{由 } A \text{ 至圓心的距離} = \sqrt{(5-1)^2 + (-5+2)^2} = 5$$

$$\text{所求距離} = 5 - 1$$

$$= 4$$

21. B

I. ✓。

II. ✗。半徑  $= \sqrt{3^2 + 6^2 + 4} = 7 \neq 49$

III. ✓。L.H.S.  $= 0^2 + 0^2 - 0 + 0 - 4 < 0$

原點在該圓內。

22. C

$$C: x^2 + y^2 - 6x + 2y + \frac{3}{2} = 0$$

圓心的坐標為  $(3, -1)$ 。

$$\text{半徑} = \sqrt{3^2 + 1^2 - \frac{3}{2}} = \sqrt{8.5}$$

I. ✗。

II. ✓。PQ 的中點的坐標為  $(2, 2)$ 。

$$\text{L.H.S.} = 2^2 + 2^2 - 6(2) + 2(2) + \frac{3}{2} = 1.5 > 0$$

PQ 的中點在 C 以外。

$$\begin{aligned} \text{III. } \checkmark. (PG \text{ 的斜率})(QG \text{ 的斜率}) &= \frac{1+1}{-1-3} \times \frac{3+1}{5-3} \\ &= -1 \end{aligned}$$

因此， $\angle PGQ = 90^\circ$ 。

23. C

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$$

圓心的坐標為  $(-2, 3)$ 。

$$\text{半徑} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 12} = 5$$

A. ✗。

B. ✓。

C. ✓。L.H.S.  $= 0^2 + 0^2 + 0 - 0 - 12 = -12 < 0$

原點在圓內。

24. A

$$x^2 + y^2 + 4x + 8y - 5 = 0$$

圓心的坐標為  $(-2, -4)$ 。

$$\text{半徑} = \sqrt{2^2 + 4^2 + 5} = 5$$

I. ✓。

II. ✗。  $AB$  的中點的坐標為  $(2, 0)$ 。

$$\text{L.H.S.} = 2^2 + 0 + 4(2) + 0 - 5 = 7 \neq 0$$

$AB$  的中點不在圓上。

$$\begin{aligned} \text{III. ✗。} (AG \text{ 的斜率})(BG \text{ 的斜率}) &= \frac{2+4}{3+2} \times \frac{-2+4}{1+2} \\ &= \frac{4}{5} \neq -1 \end{aligned}$$

$AG$  與  $BG$  不互相垂直。

# 結構式試題

25. (a)  $C_1$  及  $C_2$  的圓心的坐標分別為  $(5, -3)$  及  $(2, -4)$ 。 1M  
 所求距離  $= \sqrt{(5-2)^2 + (-3+4)^2} = \sqrt{10}$  1A
- (b)  $C_1$  及  $C_2$  的半徑分別為 2 及 3。 1M  
 由於  $(3-2) < \text{兩圓心的距離} < (3+2)$ ， 1M  
 該兩圓相交於兩點。 1A
26. (a)  $C_1$  及  $C_2$  的圓心分別為  $(2, -1)$  及  $(-2, -3)$ 。 1M  
 所求距離  $= \sqrt{(2+2)^2 + (-1+3)^2} = 2\sqrt{5}$  1A
- (b)  $\sqrt{2^2 + (-1)^2} + \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 - k} = 2\sqrt{5}$  1M  
 $\sqrt{13-k} = \sqrt{5}$   
 $k = 8$  1A
27. (a)  $M$  的坐標為  $(4, 7)$ 。 1A  
 半徑  $= \sqrt{4^2 + 7^2 - 61} = 2$  1A
- (b)  $L$  的斜率為  $-\frac{4}{3}$ 。  
 $MN$  的斜率  $= \frac{3}{4}$  1M  
 所求方程為  
 $y - 7 = \frac{3}{4}(x - 4)$  1M  
 $3x - 4y + 16 = 0$  1A
- (c) (i) 解  $\begin{cases} 3x - 4y + 16 = 0 \\ 4x + 3y - 62 = 0 \end{cases}$ ， 1M  
 可得  $x = 8$  及  $y = 10$ 。  
 $N$  的坐標為  $(8, 10)$ 。 1A
- (ii)  $MN = \sqrt{(8-4)^2 + (10-7)^2} = 5$   
 所求距離  $= 5 - 2$  1M  
 $= 3$  1A
28. (a)  $(2, 3)$  1A
- (b) (i) 設  $P$  的坐標為  $(a, b)$ 。  
 可得  $3a - 2b - 13 = 0$ 。  
 $PA$  的斜率  $= \frac{3-b}{2-a}$   
 $\frac{3-b}{2-a} \times \frac{3}{2} = -1$  1M  
 $2a + 3b - 13 = 0$

求解後，可得  $a = 5$  及  $b = 1$ 。

1A

$$\begin{aligned}\text{所求長度} &= \sqrt{(5-2)^2 + (1-3)^2} \\ &= \sqrt{13}\end{aligned}$$

1A

(ii) (1)  $P$ 、 $A$ 、 $Q$  共線。

1A

$$\begin{aligned}\text{(2) 半徑} &= \sqrt{2^2 + 3^2 - 9} \\ &= 2\end{aligned}$$

$$\text{所求比例} = AQ : AP$$

1M

$$= 2 : \sqrt{13}$$

1A