REG-CP2B-2425-ASM-SET 4-MATH
建議題解

多項選擇題

1. D	2. B	3. C	4. B	5. B
6. D	7. C	8. C	9. A	10. A
11. B	12. C	13. D	14. B	15. A
16. C	17. B	18. A	19. A	20. D
21. A	22. D	23. C	24. B	25. D
26. A	27. A	28. B	29. A	30. C
31. B	32. D	33. C	34. D	35. B
36. C	37. A	38. B	39. A	

1. $\boxed{\text{D}}$

四面體 $ABCD$ 的體積 $= \frac{1}{3}\left[\frac{(3)(2)}{2}\right](4)$

$= 4\text{ cm}^3$

$BC = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}\text{ cm}$

$AC = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}\text{ cm}$

$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{ cm}$

設 $s = \frac{AB + AC + BC}{2} \approx 6.54\text{ cm}$。

$\triangle ABC$ 的面積 $= \sqrt{s(s - AB)(s - AC)(s - BC)}$

$\approx 7.81\text{ cm}^2$

設所求之角為 θ。考慮該四面體的體積。

$4 = \frac{1}{3}(\triangle ABC \text{ 的面積})(CD \sin\theta)$

$\theta \approx 50°$

2. $\boxed{\text{B}}$

設 M 為 BC 上的點使得 $AM \perp BC$。
留意 AMD 為該四面體的對稱面，且垂直於平面 BCD。
可得 $\angle AMD = 80^\circ$ 及所求之角為 $\angle ADM$。
考慮 $\triangle ABC$。
$AM = 56\sin 60^\circ = 28\sqrt{3}\text{ cm}$
考慮 $\triangle BCD$。
$DM = \sqrt{60^2 - 28^2} = \sqrt{2816}\text{ cm}$
考慮 $\triangle AMD$。
$AD^2 = AM^2 + DM^2 - 2(AM)(DM)\cos 80^\circ$
$AD \approx 65.4\text{ cm}$
$AM^2 = AD^2 + DM^2 - 2(AD)(DM)\cos\angle ADM$
$\angle ADM \approx 47^\circ$

3. $\boxed{\text{C}}$

設 K 為 EF 的中點。
留意 $M_5K \perp M_4M_5$。
可從三垂線定理求得 $M_1M_5 \perp M_4M_5$。
因此，$\theta = \angle KM_5M_1$。
設 $AB = 2x\text{ cm}$。

$$\begin{aligned}\tan\theta &= \frac{KM_1}{M_1M_5} \\ &= \frac{2x}{\sqrt{x^2+x^2}} \\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

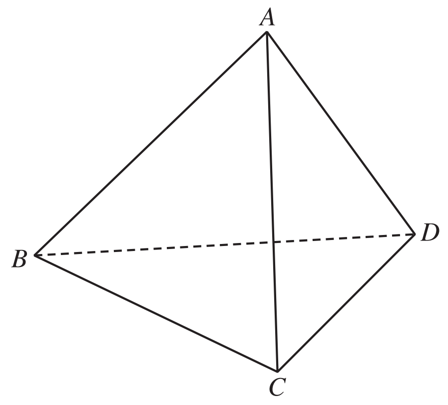
4. $\boxed{\text{B}}$

設 Q 為 BG 上的一點使得 $PQ \perp BG$。
則 $\theta = \angle PCQ$。
$CQ = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}\text{ cm}$

$$\begin{aligned}\cos\theta &= \frac{CQ}{PC} \\ &= \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{14^2 + (\sqrt{29})^2}} \\ &= \frac{\sqrt{29}}{15}\end{aligned}$$

5. $\boxed{\text{B}}$

參照下圖。設 E 為 BC 的中點，且每邊的長度為 x cm。



在 $\triangle AED$ 中，$AE = DE = x\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}x}{2}$ cm。

$$x^2 = AE^2 + DE^2 - 2(AE)(DE)\cos\angle AED$$

$$\angle AED = \cos^{-1}\frac{1}{3}$$

考慮該四面體的體積。

$$\frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{2}\sin 60°\right)(AE\sin\angle AED) = 576$$

$$x \approx 17.0$$

設 X 為 A 在 BCD 上的投影。

留意 D、X、E 共線。

考慮 $\triangle AXE$。

所求高度 $= AE\sin\angle AED$

≈ 13.9 cm

6. $\boxed{\text{D}}$

留意 $\angle CAB = 50°$，$\angle PBA = \angle PBC = 90°$。

可得 $BC = \dfrac{PB}{\tan 35°}$ 及 $AB = \dfrac{PB}{\tan 40°}$。

$$\frac{AB}{\sin\angle ACB} = \frac{BC}{\sin\angle BAC}$$

$$\frac{PB}{\tan 40°\sin\angle ACB} = \frac{PB}{\tan 35°\sin 50°}$$

$$\angle ACB \approx 39.7°$$

所求方位角為 N39.7°W。

7. $\boxed{\text{C}}$

設 K 為 AC 上的一點使得 $DK \perp AC$。
可得 $x = \angle DKE$。
考慮 $\triangle ACD$ 的面積。

$$\frac{(AD)(CD)}{2} = \frac{(AC)(DK)}{2}$$
$$\frac{(3)(4)}{2} = \frac{\sqrt{3^2+4^2}(DK)}{2}$$
$$DK = 2.4\,\text{cm}$$

考慮 $\triangle DKE$。

$$\tan x = \frac{DE}{DK} = \frac{2}{2.4} = \frac{5}{6}$$

8. $\boxed{\text{C}}$

設 $PQ = 2$。則 $RS = 3$。
$RQ = \dfrac{PQ}{\tan 45^\circ} = 2$
$QS = \dfrac{PQ}{\tan 30^\circ} = 2\sqrt{3}$
考慮 $\triangle QRS$。

$$RS^2 = RQ^2 + QS^2 - 2(RQ)(QS)\cos\angle RQS$$
$$\angle RQS \approx 60^\circ$$

9. $\boxed{\text{A}}$

設 K 為 ME 上的一點使得 $FK \perp ME$。[而事實上，K 在 M 點的位置。]
由於 $AF \perp EM$，可得 $AK \perp ME$。所求之角為 $\angle AKF$。
由於 $MH = EH = 12\,\text{cm}$，$\angle EMH = 45^\circ$ 及 $\angle FEM = 45^\circ$。
$FK = FE\sin\angle FEM = 12\sqrt{2}\,\text{cm}$
所求之角 $= \tan^{-1}\dfrac{AF}{FK} = \dfrac{10}{12\sqrt{2}} \approx 31^\circ$

10. $\boxed{\text{A}}$

留意 $\theta = \angle BKA$。
$AK = \sqrt{12^2+9^2} = 15\,\text{cm}$
$BK = \sqrt{15^2+8^2} = 17\,\text{cm}$
$$\cos\theta = \frac{AK}{BK} = \frac{15}{17}$$

11. $\boxed{\text{B}}$

PR（方程 $x = 3$）為鉛垂線且為圓的切線。
考慮圓的圓心及半徑。

A. ✗。圓心 $\left(9,\ \dfrac{9}{2}\right)$，半徑 $= \sqrt{9^2 + \left(\dfrac{81}{4}\right)^2 - 59} = 6.5$。
圓心與 $x = 3$ 的距離為 $6 \neq 6.5$。

B. ✓。圓心 $(5,\ 4)$，半徑 $= \sqrt{5^2 + 4^2 - 37} = 2$。
圓心與 $x = 3$ 的距離為 2。

C. ✗。圓心 $\left(\dfrac{5}{2},\ 2\right)$，半徑 $= \sqrt{\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 + 2^2 - 37}$，不是實數。

D. ✗。圓心 $\left(\dfrac{9}{2},\ \dfrac{9}{4}\right)$，半徑 $= \sqrt{\left(\dfrac{9}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{9}{4}\right)^2 - 59}$，不是實數。

12. $\boxed{\text{C}}$

利用計算機程式解聯立方程 $\begin{cases} mx - y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - 11x + 7y + 20 = 0 \end{cases}$。

m 的值	交點數目	Δ
-3	0	$-$

所求範圍包含 -3，且 -3 不是界線值。
答案為 C。

13. $\boxed{\text{D}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} mx - y - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 16x - 2y + 31 = 0 \end{cases}$。
當 $m = \dfrac{5}{3}$ 及當 $m = -\dfrac{3}{5}$ 時，方程組有重根。
因此，$m = \dfrac{5}{3}$ 或 $-\dfrac{3}{5}$。

14. $\boxed{\text{B}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x - y + b = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - y + \dfrac{5}{4} = 0 \end{cases}$。

A. ✗。沒有

B. ✓。1 個交點：$\left(1,\ \dfrac{1}{2}\right)$

C. ✗。沒有

D. ✗。沒有

15. $\boxed{\text{A}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 3x + 4y + k = 0 \\ x^2 + y^4 - \dfrac{9}{4} = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
$-\dfrac{15}{2}$	1	0
0	2	+

所求範圍有 $-\dfrac{15}{2}$ 作為界線值（不等於），且包含 0。
答案為 A。

16. $\boxed{\text{C}}$

當直線通過圓心 $(-1,\ 2)$ 時，$k = -1 - 2 = -3$。
AB 的中點即為圓心。
當 $k = -3$ 時，中點的 y 坐標 $= 2$。
只有選項 C 符合上述條件。

17. $\boxed{\text{B}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 - 8x - 10y - 39 = 0 \end{cases}$ 。

A. ✗。2 相異交點。

B. ✓。1 個交點：$(4,\ 9)$。

C. ✗。2 相異交點。

D. ✗。2 相異交點。

18. $\boxed{\text{A}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} mx - y = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x + 4 = 0 \end{cases}$ 。

A. 1 個交點 $\rightarrow$ 切線

B. 沒有交點

C. 沒有交點

D. 沒有交點

19. $\boxed{\text{A}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} kx - y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 5x - 9y + 24 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
$\frac{1}{3}$	1	0
-3	0	$-$

所求範圍有 $\frac{1}{3}$ 為其中一個界線值，且包含 $k = -3$。
答案為 A。

20. $\boxed{\text{D}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
-7	1	0
0	2	$+$

所求範圍有 -7 作為界線值，且不包含 0。
答案為 D。

21. $\boxed{\text{A}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x + 2y + k = 0 \\ x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ 。

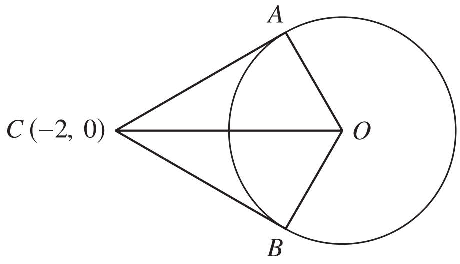
k 的值	交點數目	Δ
7	1	0
0	2	$+$

所求範圍包含「7」為界線值，且不包含 0。
答案為 A。

22. $\boxed{\text{D}}$

圓的半徑 = 1；$\angle AOC = \cos^{-1}\dfrac{1}{2} = 60°$

$\angle AOB = 120°$ 及 $AB = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2(1)(1)\cos 120°} = \sqrt{3}$



23. $\boxed{\text{C}}$

設分數的標準差及比利的得分分別為 σ 及 x。

$$\begin{cases} 2a = \dfrac{60 - 74}{\sigma} \\ -a = \dfrac{x - 74}{\sigma} \end{cases}$$

$$\frac{2a}{-a} = \frac{60 - 74}{\sigma} \div \frac{x - 74}{\sigma}$$

$$-2 = \frac{-14}{x - 74}$$

$$x = 81$$

24. $\boxed{\text{B}}$

設小麗的標準分為 z。

$$\frac{196 - 136}{62} < z < \frac{200 - 119}{62}$$

$$0.968 < z < 1.31$$

答案為 B。

25. $\boxed{\text{D}}$

I. ✗。新的中位數 = $(m + 7) \times 4 = 4m + 28$

II. ✗。新的方差 = $4^2 v = 16v$

26. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。m_1 在原來的數據組的最大及最小值之間。

II. ✓。新的數據組的離差較小。

III. ✗。平均值維持不變。

27. $\boxed{\text{A}}$

設得分的平均值為 $\bar{x}$ 分。

$$\begin{aligned}\frac{96-\bar{x}}{3} &= 4 \\ \bar{x} &= 84\end{aligned}$$

$$\text{所求標準分} = \frac{81-84}{3} = -1$$

28. $\boxed{\text{B}}$

設 μ 及 σ 分別為該次測驗中的得分的平均值及標準差。

$$\begin{aligned}\frac{96.5-\mu}{\sigma} - \frac{58-\mu}{\sigma} &= 4-(-1.5) \\ \frac{96.5-58}{\sigma} &= 5.5 \\ \sigma &= 7\end{aligned}$$

29. $\boxed{\text{A}}$

設該學生原來的分數為 y，則 $x = \dfrac{y-m}{s}$。

$$\begin{aligned}\text{新的標準分} &= \frac{(1.5y+10)-(1.5m+10)}{1.5s} \\ &= \frac{1.5(y-m)}{1.5s} \\ &= \frac{y-m}{s} \\ &= x\end{aligned}$$

30. $\boxed{\text{C}}$

設瑪利的分數為 M。

$$\begin{aligned}M - M(1-12.5\%) &= 10 \\ M &= 80\end{aligned}$$

彼得在該測驗中得 70 分。

$$\begin{cases}-1 = \dfrac{70-\mu}{\sigma} \\ 1.5 = \dfrac{80-\mu}{\sigma}\end{cases}$$

求解後，可得 $\mu = 74$ 及 $\sigma = 4$。
該測驗的平均分為 74 分。

31. $\boxed{\text{B}}$

分數被乘以常數 h，然後加常數 k。
可得 $32h + k = 52$ 及 $4h = 8$。求解後，可得 $h = 2$ 及 $k = -12$。
小明新的得分 $= 23(2) - 12 = 34$

32. $\boxed{\text{D}}$

新的數字組由以下步驟所組成：

- 每個數字乘以 3。
- 將所得結果加 2。

	平均值	四分位數間距	方差
原來的數字組	m_1	r_1	v_1
$\times 3$	$3m_1$	$3r_1$	$9v_1$
$+2$	$2+3m_1$	$3r_1$	$9v_1$

33. $\boxed{\text{C}}$

$\times 2 \quad \longrightarrow \quad +15$

新的方差 $= k^2(2^2) = 4k^2$

34. $\boxed{\text{D}}$

數字組 $\{b, 2b, 3b\}$ 的方差同為 4。

數字組 $\{1, 2, 3\}$ 的方差為 $\dfrac{2}{3}$。

$$\frac{2}{3} \times b^2 = 4$$
$$b^2 = 6$$

數字組 $\{1, 3, 5\}$ 的方差為 $\dfrac{8}{3}$。

所求方差 = 數字組 $\{b, 3b, 5b\}$ 的方差

$$= \frac{8}{3} \times b^2$$
$$= 16$$

35. $\boxed{\text{B}}$

$\mu_2 = \mu_1$，數據組的離差較小，故此標準差減小。

但如果所有數據相等，新的標準差及原來的標準差均為 0。

36. $\boxed{\text{C}}$

數字有兩步的變換：$\times 2$、$+23$。

新標準差 $= 14 \times 2 = 28$

37. $\boxed{\text{A}}$

新的數字組是藉插入平均值 x_1 後加 1 所組成。

I. ✓。$x_2 = x_1 + 1$

II. ✗。不能求得新的數字組的中位數。

III. ✗。$z_2 = z_1$

38. $\boxed{\text{B}}$

設平均值及標準差分別為 μ 分及 σ 分。

$$\begin{cases} \dfrac{16-\mu}{\sigma} = 2 \\ \dfrac{4-\mu}{\sigma} = -1 \end{cases}$$

求解後，可得 $\mu = 8$ 及 $\sigma = 4$。

39. $\boxed{\text{A}}$

每個數據被乘以 3，然後加 10。

I. ✓。

II. ✗。$q_2 = 3q_1$。

III. ✗。$v_2 = 3^2 v_1$。

– 試卷完 –