REG-CP2B-2425-ASM-SET 3-MATH
建議題解

多項選擇題

1. C	2. A	3. B	4. A	5. D
6. C	7. C	8. D	9. C	10. D
11. A	12. C	13. B	14. A	15. A
16. B	17. C	18. C	19. C	20. B
21. B	22. C	23. C	24. A	25. A
26. C	27. C	28. D	29. D	30. D
31. D	32. A	33. A	34. B	35. D
36. A	37. C	38. C	39. B	40. D
41. A				

1. $\boxed{\text{C}}$

$$\begin{aligned}\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA &= 180^\circ \\ \angle AOC + 2(27^\circ) &= 180^\circ \\ \angle AOC &= 126^\circ\end{aligned}$$

$$\angle BOC = \angle AOC \times \frac{2}{1+2} = 84^\circ$$

$$\angle BAC = \frac{\angle BOC}{2} = 42^\circ$$

$$\angle BCD = \angle BAC = 42^\circ$$

2. $\boxed{\text{A}}$

$$\angle PBA = \angle PAB = \frac{180^\circ - 42^\circ}{2} = 69^\circ$$

$$\angle ABD = 180^\circ - 69^\circ - 35^\circ = 76^\circ$$

$$\angle ACD = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$$

3. $\boxed{\text{B}}$

設 O 為半圓 $ABCD$ 的圓心。

可得 $OC \perp EF$ and $OB \perp BE$。

因此，$\angle BOC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 90^\circ$。

$$\angle AOC = \angle AFE + 90^\circ = 132^\circ$$

$$\angle AOB = 132^\circ - 90^\circ = 42^\circ$$

$$\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2} = 21^\circ$$

4. $\boxed{\text{A}}$

$$\angle AEB = \angle SAB = 60^\circ$$

$$\angle BCD = \angle AEB = 60^\circ$$

$$\angle BCE : \angle ECD = 15^\circ : 60^\circ - 15^\circ = 1 : 3$$

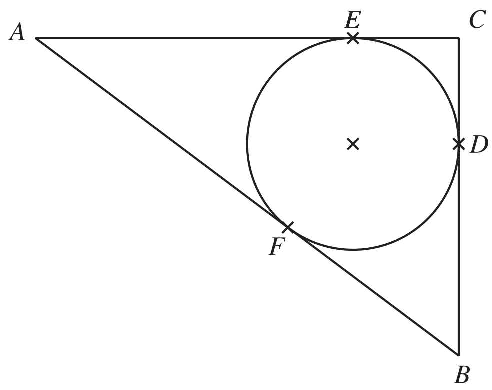
5. $\boxed{\text{D}}$

$EB = EC$
$\angle EBC = \dfrac{180° - 72°}{2} = 54°$
$\angle BAC = \angle EBC = 54°$
$\angle ACF = \angle ABC = 63°$
$AB = AC$
$\angle ABC = \dfrac{180° - 54°}{2} = 63°$
$\angle DBE = 90°$
$\angle CBD = 90° - 54° = 36°$
$\angle CAF = \angle CBD = 36°$
$\angle AFC = 180° - 36° - 63° = 81°$

6. $\boxed{\text{C}}$

設 D、E、F 分別為內切圓與 BC、AC、AB 的切點。

設 $CE = x$。則 $AE = 12 - x$、$CD = x$ 及 $BD = 5 - x$。
利用切線性質，$AF = 12 - x$ 及 $BF = 5 - x$。
由於 $AB = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$，可得 $x = 2$。
因此，內心的坐標為 (10, 3)。



7. $\boxed{\text{C}}$

$\angle OBC + \angle OCB + \angle BOC = 180°$
$\angle BOC = 180° - 2 \times 55°$
$= 70°$
$\angle OCT = 90°$
$\angle OTC + \angle OCT + \angle COT = 180°$
$\angle OTC = 180° - 70° - 90°$
$\angle ATC = 20°$

8. $\boxed{\text{D}}$

$\angle BCE = \angle CEG = 70°$
$\angle CBE = \angle CEG = 70°$
$\angle BEC = 180° - 70° - 70° = 40°$
$\angle ABE = \angle BEC = 40°$
$\angle ADE = \angle ABE = 40°$

9. $\boxed{\text{C}}$

連接 OE 並設圓的半徑為 r。

$OD = 8 - r$。

$DE = \sqrt{(8-r)^2 - r^2} = \sqrt{64 - 16r}$

由於 $\triangle OED \sim \triangle ABD$ （AA），

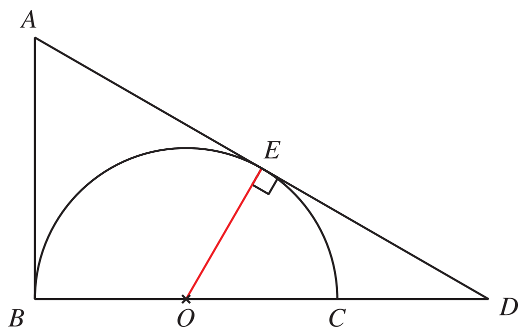
$$\frac{AB}{BD} = \frac{6}{8} = \frac{r}{\sqrt{64-16r}} = \frac{OE}{ED}$$

$$\frac{9}{16} = \frac{r^2}{64-16r}$$

$$9 = \frac{r^2}{4-r}$$

$$0 = r^2 + 9r - 36$$

$$r = 3 \text{ 或 } -12 \text{（捨去）}$$



10. $\boxed{\text{D}}$

將 BC 與圓的交點記為 C 及 F。

$\angle CAF = \angle ECB = 30^\circ$

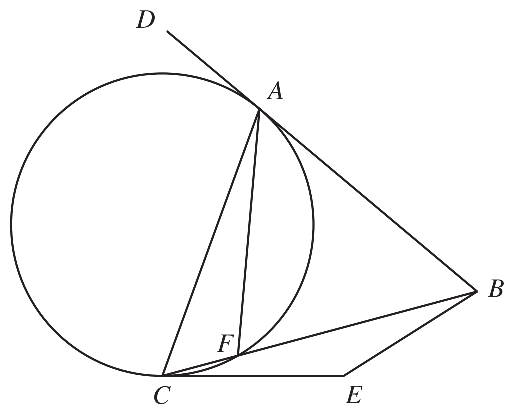
$\angle BAF = \angle FCA$

$$\angle FCA + \angle BAF + 30^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle BAF = 110^\circ$$

$$\angle BAF = 55^\circ$$

$\angle CAD = 180^\circ - 30^\circ - 55^\circ = 95^\circ$



11. $\boxed{\text{A}}$

留意 $\angle ABC = 90^\circ$。

設半徑為 r cm。

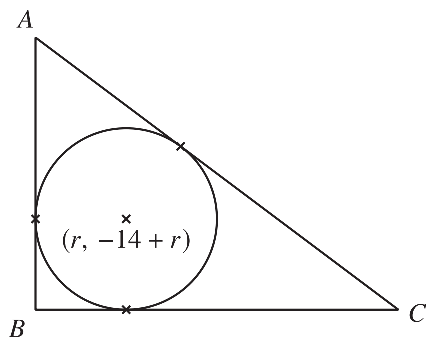
圓心的坐標為 $(r, -14 + r)$。

考慮 AC 的長度。

$$(24 - r) + (18 - r) = \sqrt{18^2 + 24^2}$$

$$r = 6$$

圓心的坐標為 $(6, -8)$。



12. $\boxed{\text{C}}$

設 $\angle CBD = \angle CDB = x$ 及 $\angle DAS = y$。

$\angle BCD = 180° - 2x$ 及 $\angle BAD = 2x$。

$\angle ABD = \angle DAS = y$。

$$y + (2x + y) + 40° = 180°$$
$$x + y = 70°$$

$\angle ABC = x + y = 70°$。

13. $\boxed{\text{B}}$

設 $\angle CAP = x$。則 $\angle ABC = \angle CAP = x$。

$$\angle DBA + \angle BAP = 180°$$
$$40° + x + x + 90° = 180°$$
$$x = 25°$$

14. $\boxed{\text{A}}$

BC 為直徑，$\angle BDC = 90°$。

由於 $\triangle BDC \sim \triangle CDA$，$\dfrac{BD}{BC} = \dfrac{CD}{AC}$

$\dfrac{BD}{CD} = \dfrac{3}{4}$

$\angle BCD = \tan^{-1}\dfrac{3}{4}$ 及 $BD = 9\sin\angle BCD = 5.4\,\text{cm}$。

15. $\boxed{\text{A}}$

$\angle CBP = \angle BCP = \angle BAC = 56°$

$\angle BPC = 180° - 56° - 56° = 68°$

$\angle PBD = 90°$

$\angle BQP = 180° - 90° - 68°$

$= 22°$

16. $\boxed{\text{B}}$

$EA = ED$

$\angle EDA = \dfrac{180° - 86°}{2} = 47°$

$\angle ACD = \angle EDA = 47°$

$\angle FGH = 180° - \angle FEH = 94°$

$\angle GBC = \dfrac{180° - 94°}{2} = 43°$

$\angle BDC = \angle GBC = 43°$

$\angle AID = \angle BDC + \angle ACD = 90°$

17. $\boxed{\text{C}}$

RT 為 $\angle SRP$ 的角平分線。所以，$\angle SRP = 24°$。
$\angle QPS = \angle QSR$。

$$\angle QPS + (\angle QSR + 70°) + 24° = 180°$$
$$\angle QPS = 43°$$

18. $\boxed{\text{C}}$

$\angle ADC = 180° - 100° = 80°$
$\angle ADB = 80° \times \dfrac{2}{2+3} = 32°$
$\angle BCA = \angle ADB = 32°$
$\angle DAT = \angle ADC - \angle ATD = 50°$
$\angle ACT = \angle DAT = 50°$
$\angle BCT = 32° + 50° = 82°$

19. $\boxed{\text{C}}$

該圖像通過 (0, 3)。

A. ✗。當 $x = 0$，$y = \sin 30° + 3 = 3.5 \neq 3$。

B. ✗。當 $x = 0$，$y = 2\sin 30° + 1 = 2 \neq 3$。

C. ✓。當 $x = 0$，$y = 2\sin 30° + 2 = 3$。

D. ✗。當 $x = 0$，$y = 3\sin 30° + 4 = 5.5 \neq 3$。

20. $\boxed{\text{B}}$

$$4 + \cos(90° + \theta) = 4\cos^2\theta$$
$$4 - \sin\theta = 4(1 - \sin^2\theta)$$
$$4\sin^2\theta - \sin\theta = 0$$
$$\sin\theta = 0 \quad 或 \quad \frac{1}{4}$$

方程 $\sin\theta = 0$ 有一個根。
方程 $\sin\theta = \dfrac{1}{4}$ 有兩個根。
因此，方程 $4 + \cos(90° + \theta) = 4\cos^2\theta$ 有 3 個根。

21. $\boxed{\text{B}}$

可得 $2\sin^2 x = 1$ 或 $\sin x = 0$。
當 $\sin x = 0$，$x = 180°$。
當 $2\sin^2 x = 1$，$\sin x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，有四個根在所求範圍內。
因此，共有 5 個根。

22. $\boxed{\text{C}}$

曲線通過 (0, 1)。只有選項 C 滿足此。

23. $\boxed{\text{C}}$

圖像通過 (0°, 1) 及 (90°, 3)。

	(0°, 1)	(90°, 3)
A.	✓	✗
B.	✗	
C.	✓	✓
D.	✗	

24. $\boxed{\text{A}}$

若 p 為正數，則 $y = p\sin 3x° + q$ 的最大值為 $p+q$，最小值為 $-p+q$。

解 $\begin{cases} p+q=1 \\ -p+q=-3 \end{cases}$，可得 $p=2$ 及 $q=-1$。

25. $\boxed{\text{A}}$

$$3\tan x = 2\sin(90° - x)$$
$$\frac{3\sin x}{\cos x} = 2\cos x$$
$$3\sin x = 2\cos^2 x$$
$$3\sin x = 2(1-\sin^2 x)$$
$$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$$
$$\sin x = 0.5 \quad 或 \quad -2（捨去）$$
$$x = 30° \quad 或 \quad 150°$$

共有 2 個根。

26. $\boxed{\text{C}}$

A. 3 個根

B. 3 個根

C. 4 個根

D. 2 個根

27. $\boxed{\text{C}}$

$$4 - \sin\theta = 4\cos^2\theta$$
$$4 - \sin\theta = 4(1-\sin^2\theta)$$
$$4\sin^2\theta - \sin\theta = 0$$
$$\sin\theta = 0 \quad \text{or} \quad \frac{1}{4}$$

方程 $\sin\theta = 0$ 有一個根。

方程 $\sin\theta = \frac{1}{4}$ 有兩個根。

因此，共有 3 個根。

28. $\boxed{\text{D}}$

$$3\tan^2 x = \tan x$$
$$\tan x(3\tan x - 1) = 0$$
$$\tan x = 0 \quad 或 \quad \frac{1}{3}$$

當 $\tan x = 0$，$x = 0°$ 或 $180°$ 或 $360°$。
當 $\tan x = \frac{1}{3}$，共有 2 個根（在象限一及三）。
共有 5 個根。

29. $\boxed{\text{D}}$

$$\sin\theta = \sin^3\theta$$
$$0 = \sin\theta(\sin^2\theta - 1)$$
$$\sin\theta = 0 \quad 或 \quad \pm 1$$

參照正弦圖像，共有 5 個根。

30. $\boxed{\text{D}}$

$$\sin^2\theta = \cos^2\theta$$
$$\tan^2\theta = 1$$
$$\tan\theta = \pm 1$$
$$\theta = 45° 或 135° 或 225° 或 315°$$

共有 4 個根。

31. $\boxed{\text{D}}$

G 為圓 ABC 的圓心。
半徑 $= GB = \sqrt{(18-10)^2 + (3+3)^2} = 10$
由於 A 為該圓上的一點，A 的 y 坐標在 $3 + 10$ 與 $3 - 10$ 之間，包含首尾兩項。
因此，-8 不是 A 的可取 y 坐標。

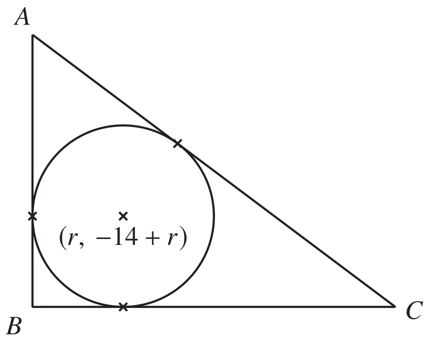
32. $\boxed{\text{A}}$

留意 $\angle ABC = 90°$。

設半徑為 r cm。
圓心的坐標為 $(r,\ -14 + r)$。
考慮 AC 的長度。

$$(24 - r) + (18 - r) = \sqrt{18^2 + 24^2}$$
$$r = 6$$

圓心的坐標為 $(6,\ -8)$。



33. $\boxed{\text{A}}$

留意 $\angle POQ = 90°$。

$\triangle OPQ$ 的垂心為 O。

$\triangle OPQ$ 的外心為 PQ 的中點。

$\triangle OPQ$ 的外心的坐標為 $\left(\frac{p}{2},\ \frac{q}{2}\right)$。

直線 $2x - y = 3k$ 通過 O 及 $\left(\frac{p}{2},\ \frac{q}{2}\right)$。

$$\begin{cases} 2(0) - 0 = 3k \\ 2\left(\frac{p}{2}\right) - \frac{q}{2} = 3k \end{cases}$$

求解後，可得 $k = 0$ 及 $2p = q$。

因此，$p : q = 1 : 2$。

34. $\boxed{\text{B}}$

將 AB 的中點記為 M。

設 G 為 $\triangle ABP$ 的形心。

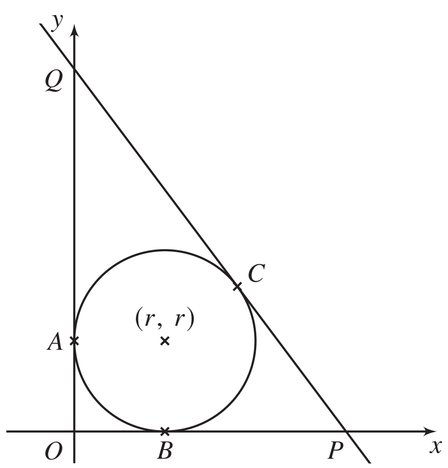
留意 $MG : GP = 1 : 2$。

G 的 y 坐標因此為常數。

$\triangle ABP$ 的形心的軌跡為一平行於 L 的直線。

35. $\boxed{\text{D}}$

P 及 Q 的坐標分別為 $(6,\ 0)$ 及 $(0,\ 8)$。



設內切圓的半徑為 r。

考慮 $\triangle OPQ$ 的面積。

$$\frac{(6)(8)}{2} = \frac{(6)(r)}{2} + \frac{(8)(r)}{2} + \frac{(\sqrt{6^2 + 8^2})(r)}{2}$$

$$r = 2$$

所求坐標為 $(2,\ 2)$。

參照上圖。

$OA = OB = r$

$BP = CP = 6 - r$

$AQ = CQ = 8 - r$

考慮 PQ 的長度。

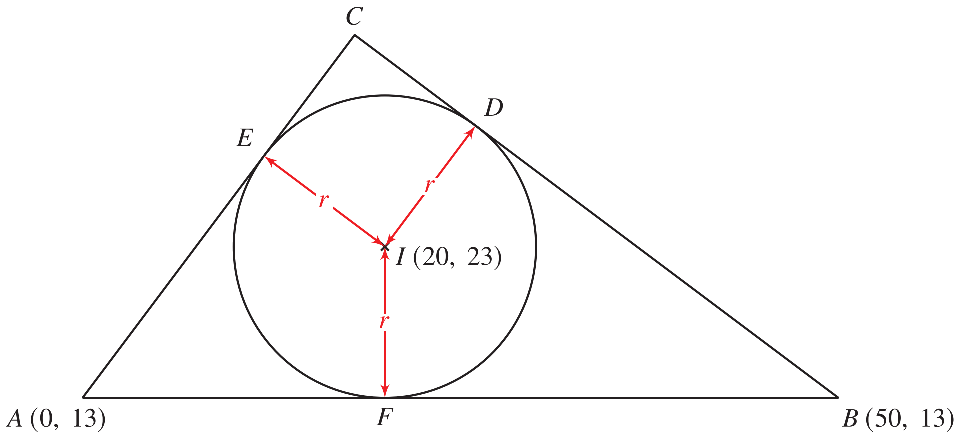
$$(6 - r) + (8 - r) = \sqrt{6^2 + 8^2}$$
$$r = 2$$

所求坐標為 $(2,\ 2)$。

36. $\boxed{\text{A}}$

由於 C 為 $\triangle ABC$ 的垂心，$\angle ACB = 90°$。

設 D、E 及 F 為切點，如下圖所示。將 $\triangle ABC$ 的內心記為 I。



考慮從 $(20,\ 23)$ 至 AB 的垂直距離。

$$\begin{aligned} r &= 23 - 13 \\ &= 10 \end{aligned}$$

留意 $CDIE$ 為正方形。

可得 $AC = AE + r = AF + r = 20 + 10 = 30$。

考慮 A 至 C 的水平距離。

$$\begin{aligned} \text{水平距離} &= AC \cos \angle BAC \\ &= 30 \cos \angle BAC \\ &= 30\left(\frac{AC}{AB}\right) \qquad \text{（留意 } \angle ABC \text{ 為一直角三角形。）} \\ &= 30 \times \frac{30}{50} \\ &= 18 \end{aligned}$$

C 的 x 坐標為 $0 + 18 = 18$。

37. $\boxed{\text{C}}$

A 及 B 的坐標分別為 $\left(\dfrac{k}{6},\ 0\right)$ 及 $\left(0,\ -\dfrac{k}{3}\right)$。
將 AB 的中點記為 M。
M 的坐標為 $\left(\dfrac{k}{12},\ -\dfrac{k}{6}\right)$。
設 C 的坐標為 $(c,\ 0)$。
可得 $CG : GM = 2 : 1$，其中 G 為 $\triangle ABC$ 的形心。

$$\frac{CG}{GM} = \frac{c-0}{0-\frac{k}{12}}$$
$$2 = -\frac{12c}{k}$$
$$c = -\frac{k}{6}$$

> A 及 B 的坐標為 $\left(\dfrac{k}{6},\ 0\right)$ 及 $\left(0,\ -\dfrac{k}{3}\right)$。
> 設 C 的坐標為 $(c,\ 0)$。
> 留意 $\triangle ABC$ 的形心的 x 坐標為 0。
> $$\frac{\frac{k}{6}+0+c}{3} = 0$$
> $$c = -\frac{k}{6}$$

38. $\boxed{\text{C}}$

I. ✓。BC 的中點的 y 坐標為 0。
$\triangle ABC$ 的形心的 y 坐標
$= \dfrac{1(6)+2(0)}{1+2}$
$= 2$
$\triangle ABC$ 的形心在 $y = 2$ 上。

II. ✓。留意 y 軸通過 A 且垂直於 BC。
因此，$\triangle ABC$ 的垂心在 y 軸上。

39. $\boxed{\text{B}}$

$$\angle BAC + 2\angle CBD + 2\angle BCD = 180^\circ$$
$$\angle CBD + \angle BCD = 55^\circ$$
$$\angle BDC + \angle CBD + \angle BCD = 180^\circ$$
$$\angle BDC = 125^\circ$$

40. $\boxed{\text{D}}$

留意 $AB = AD = AE$。

A 為 BDE 的外接圓的圓心。

由於 BE 為圓 BDE 的直徑，可得 $\angle BDE = 90^\circ$。

$\angle ADE = \angle DEA = 35^\circ$

$\angle ADB = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

$\angle CBD = \angle ADB = 55^\circ$

41. $\boxed{\text{A}}$

AB 為 $\angle CAD$ 的角平分線。

$\angle BAC = \angle BAD = 48^\circ$

$\angle ACD = \angle BAD = 48^\circ$

$\angle ADC + \angle ACD + \angle CAD = 180^\circ$

$\angle ADC + 48^\circ + (48^\circ + 48^\circ) = 180^\circ$

$\angle ADC = 36^\circ$