

1. (a) $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} \pi r^2 (r + 6)$ 1M+1M
 $4r^3 = 3r^3 + 18r^2$
 $r^3 - 18r^2 = 0$
 $r = 18$ 或 0 (捨去) 1A
- (b) 原來的總表面面積
 $= \pi(18)\sqrt{18^2 + 24^2} + \frac{1}{2} \times 4\pi(18)^2$ 1M+1M
 $= 1188\pi \text{ cm}^2$
8 個較小的固體的總表面面積
 $= 8 \times 1188\pi \times \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\right)^2$ 1M
 $= 2376\pi \text{ cm}^2$
 $\approx 7460 \text{ cm}^2$
 $< 7500 \text{ cm}^2$
不同意該宣稱。 1A
2. (a) $\cos \frac{\angle AOB}{2} = \frac{10-2}{10}$ 1M
 $\angle AOB \approx 73.7^\circ$
所求面積
 $= \pi(10)^2 \times \frac{\angle AOB}{360^\circ}$ 1M
 $\approx 64.4 \text{ cm}^2$ 1A
- (b) $AB = 2\sqrt{10^2 - 8^2} = 12 \text{ cm}$
水的體積
 $= \left(\pi(10)^2 \times \frac{\angle AOB}{360^\circ} - \frac{(12)(8)}{2} \right) (30)$ 1M
 $\approx 491 \text{ cm}^3$
 $CD = 12 \times \frac{5}{4} = 15 \text{ cm}$ 1M
 $\sin \frac{\angle COD}{2} = \frac{\left(\frac{15}{2}\right)}{10}$
 $\angle COD \approx 97.2^\circ$
油的體積
 $= \left[\pi(10)^2 \times \frac{\angle COD}{360^\circ} - \frac{(15)(\sqrt{10^2 - 7.5^2})}{2} \right] (30) - (\text{水的體積})$ 1M
 $\approx 565 \text{ cm}^3$
 $> 491 \text{ cm}^3$
油的體積大於水的體積。 1A

3. (a) $\frac{1}{3}\pi r^2 h_1 = \pi r^2 h_2$ 1M

$$h_1 = 3h_2$$

同意該宣稱。

1A

(b) 設 R cm 為該球體的半徑。

$$4\pi R^2 = 576\pi$$

1M

$$R^2 = 144$$

$$R = 12 \text{ 或 } -12 \text{ (捨去)}$$

該圓錐的體積為該球體的體積的一半。

$$\frac{1}{3}\pi(8^2)h_1 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi(12)^3$$

1M

$$h_1 = 54$$

該圓錐的高為 54 cm。

1A

4. (a) 奶的體積 = $\frac{1}{3}\pi(78)^2\sqrt{130^2 - 78^2}$ 1M

$$= 210\,912\pi \text{ cm}^3$$

1A

(b) 設該半球形容器內的平截頭體的高為 h cm。

$$h^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = 75^2$$

1M

$$h^2 + 60^2 = 75^2$$

$$h = 45$$

該平截頭體的體積

$$= \frac{1}{3}(96)(72)(150) \left[1 - \left(\frac{150 - 45}{150} \right)^3 \right]$$

1M

$$= 227\,059.2 \text{ cm}^3$$

該容器的容量

$$= \frac{2}{3}\pi(75)^3 - 227\,059.2$$

1M

$$\approx 656\,514 \text{ cm}^3$$

1A

$$< 210\,912\pi \text{ cm}^3$$

奶會溢出。

同意該宣稱。

1A

5. (a) 設桶 A 的底半徑為 r cm。

$$80\pi = 10(2r\pi)$$

1M

$$r = 4$$

1A

所求底半徑為 4 cm。

$$\begin{aligned} \text{(b) 容量} &= (4)^2\pi(10) & 1\text{M} \\ &= 160\pi \text{ cm}^3 & 1\text{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c) 桶 } B \text{ 的底半徑} &= \frac{8\pi}{2\pi} = 4 \text{ cm} \\ \frac{A \text{ 的底半徑}}{B \text{ 的底半徑}} &= 1 \neq \frac{A \text{ 的高}}{B \text{ 的高}} = \frac{10}{12} & 1\text{M} \\ &\text{因此，它們不相似。} & 1\text{A} \end{aligned}$$

6. (a) 設 $r \text{ cm}$ 為 P 的底半徑。

$$\begin{aligned} \pi r(39) &= 585\pi & 1\text{M} \\ r &= 15 \end{aligned}$$

所求高度

$$\begin{aligned} &= \sqrt{39^2 - 15^2} & 1\text{M} \\ &= 36 \text{ cm} & 1\text{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) (i) } \frac{P \text{ 的體積}}{Q \text{ 的體積}} &= (\sqrt{9})^3 & 1\text{M} \\ &= 27 \end{aligned}$$

所求體積

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3}\pi(15)^2(36)\left(1 - \frac{1}{27}\right) & 1\text{M} \\ &= 2600\pi \text{ cm}^3 & 1\text{A} \end{aligned}$$

(ii) 設 $x \text{ cm}$ 為該正方體的邊長。

$$\begin{aligned} 4x^3 &= 2600\pi & 1\text{M} \\ x &\approx 12.69 \\ &< 15 \end{aligned}$$

不同意該宣稱。 1A

7. (a) 設 $r \text{ cm}$ 為上底半徑及 $x \text{ cm}$ 為上半部的高。

$$\begin{aligned} \frac{x}{x+9} &= \frac{r}{2r} \\ x &= 9 & 1\text{A} \end{aligned}$$

考慮 X 的體積。

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}\pi(2r)^2(18) - \frac{1}{3}\pi r^2(9) &= 3024\pi & 1\text{M} \\ r^2 &= 144 \\ r &= 12 \quad \text{或} \quad -12 \text{ (捨去)} \end{aligned}$$

下底半徑為 24 cm 。 1A

(b) 該圓錐的曲面面積

$$= \pi(24)\sqrt{24^2 + 18^2}$$

$$= 720\pi \text{ cm}^2$$

Y 的總曲面面積

$$= 2\pi(24)^2 + 720\pi \times \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] \quad 1M$$

$$= 1692\pi \text{ cm}^2 \quad 1A$$

Z 的總曲面面積

$$= \left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right)^2 \times 1692\pi \quad 1M$$

$$= 752\pi \text{ cm}^2$$

$$\approx 2360 \text{ cm}^2$$

$$< 2400 \text{ cm}^2$$

同意該宣稱。 1A

8. (a) 設 r cm 為該圓柱的底半徑。

$$\pi r^2 = 9\pi \quad 1M$$

$$r = 3 \quad \text{或} \quad -3 \quad (\text{捨去})$$

該固體的高 = $3 + 4$

$$= 7 \text{ m} \quad 1A$$

(b) 該固體的總表面面積

$$= \frac{1}{2} \times 4\pi(3)^2 + 2\pi(3)(4) + 9\pi \quad 1M$$

$$= 51\pi \text{ m}^2$$

所求費用

$$= 15 \times 51\pi \quad 1M$$

$$\approx \$2403$$

$$< \$2500$$

髹漆的所需費用不會超出工人的預算。 1A

9. (a) $BC = \sqrt{24^2 - 15^2}$

$$= \sqrt{351} \text{ cm}$$

該角錐的高

$$= \sqrt{37^2 - \left(\frac{24}{2}\right)^2}$$

$$= 35 \text{ cm}$$

所求體積

$$= \frac{1}{3} \times (15 \times \sqrt{351}) \times 35 \quad 1M$$

$$= 525\sqrt{39} \text{ cm}^3 \quad 1A$$

$$\approx 3280 \text{ cm}^3$$

(b) (i) 設 r cm 及 h cm 分別為該圓柱的半徑及高。

$$4\pi r^2 = 2\pi r h + 2\pi r^2 \quad 1M$$

$$2r = h + r$$

$$r = h$$

考慮固體的體積。

$$\frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h = 525\sqrt{39}$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^3 = 525\sqrt{39}$$

$$\frac{7}{3}\pi r^3 = 525\sqrt{39}$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 300\sqrt{39}$$

$$\approx 1870$$

該球體的體積為 $300\sqrt{39} \text{ cm}^3$ 。

1A

(ii) 該角錐的總表面面積

$$= 15(\sqrt{351}) + 2 \times \frac{1}{2} \left[15 \times \sqrt{35^2 + \left(\frac{\sqrt{351}}{2}\right)^2} + \sqrt{351 \times \sqrt{35^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2}} \right] \quad 1M$$

$$\approx 1495.11 \text{ cm}^2$$

該球體及圓柱的總表面面積

$$= 2 \times 4\pi r^2$$

$$\approx 1469.88 \text{ cm}^2$$

總表面面積的改變

$$\approx 1495.11 - 1469.88$$

1M

$$\approx 25.2 \text{ cm}^2$$

1A

$$> 25 \text{ cm}^2$$

不同意該宣稱。

1A

10. (a) $BG = \sqrt{13^2 - (29 - 24)^2}$

1M

$$= 12 \text{ cm}$$

$$\text{容量} = \frac{(29 + 24)(12)}{2} (24)$$

1M

$$= 7632 \text{ cm}^3$$

1A

(b) (i) 該圓錐的底半徑為 12 cm。

$$\text{斜高} = \sqrt{12^2 + 16^2} \quad 1\text{M}$$

$$= 20 \text{ cm}$$

$$\text{該圓錐的曲面面積} = \pi(12)(20) \quad 1\text{M}$$

$$= 240\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{所求面積} = 240\pi \left[1 - \left(\frac{16-12}{16} \right)^2 \right] \quad 1\text{M}$$

$$= 225\pi \text{ cm}^2 \quad 1\text{A}$$

$$\text{(ii) 所求體積} = 7632 - \left[\frac{1}{3}\pi(12)^2(16) - \frac{1}{3}\pi(3)^2(16-12) \right] \quad 1\text{M}$$

$$\approx 5257 \text{ cm}^3 \quad 1\text{A}$$

11. (a) 該球體的半徑為 9 cm。

該容器的內半徑為 9 cm。 1A

所求體積

$$= \pi(9)^2(18) - \frac{4}{3}\pi(9)^3 \quad 1\text{M}$$

$$= 486\pi \text{ cm}^3 \quad 1\text{A}$$

- (b) 設 h cm 為容器內的水的高度。

$$\pi(9)^2(h) = 486\pi \quad 1\text{M}$$

$$h = 6 \quad 1\text{A}$$

12. (a) 設 x cm 為較大半球形容器的半徑。

$$\left(\frac{10}{x} \right)^2 = \frac{16}{25} \quad 1\text{M}$$

$$x = 12.5 \quad \text{或} \quad -12.5 \quad (\text{捨去})$$

水的總體積

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi(12.5^3 + 10^3) \quad 1\text{M}$$

$$= \frac{7875\pi}{4} \text{ cm}^3 \quad 1\text{A}$$

- (b) 設 H cm 及 h cm 分別為上半部及下半部的高。

$$\frac{H}{H+h} = \frac{10}{15} \quad 1\text{M}$$

$$H = 2h$$

考慮該平截頭體的體積。

$$\frac{1}{3}\pi(15)^2(H+h) - \frac{1}{3}\pi(10)^2H = \frac{7875\pi}{4} \quad 1\text{M}$$

$$225(3h) - 100(2h) = \frac{23\,625}{4}$$

$$h \approx 12.4 \quad 1\text{A}$$

該平截頭體的高為 12.4 cm。

13. (a) 設 h cm 為該圓柱的高。

$$2\pi(40)h = 6000\pi \quad 1M$$

$$h = 75$$

$$\text{所求體積} = \pi(40)^2(75) \quad 1M$$

$$= 120\,000\pi \text{ cm}^3 \quad 1A$$

- (b) 設 H cm 為 B 的高。

$$\frac{1}{3}\pi(40)^2(60) + \frac{1}{3}\pi(60)^2H = 120\,000\pi \quad 1M+1M$$

$$H = \frac{220}{3}$$

$$\frac{B \text{ 的高}}{A \text{ 的高}} = \frac{\left(\frac{220}{3}\right)}{60} = \frac{11}{9} \quad 1M$$

$$\frac{B \text{ 的底半徑}}{A \text{ 的底半徑}} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2} \neq \frac{11}{9}$$

因此， A 與 B 不相似。

該宣稱不正確。 1A

14. (a) 設 θ 為所求之角。

$$10^2\pi \times \frac{\theta}{360^\circ} = 2\pi \quad 1M$$

$$\theta = 7.2^\circ \quad 1A$$

$$(b) \text{ 周界} = 2(10)\pi \times \frac{7.2^\circ}{360^\circ} + 2(10) \quad 1M$$

$$= (0.4\pi + 20) \text{ cm} \quad 1A$$

15. (a) 設 h cm 為所求高度。

留意較小正四棱錐的正方底底的邊長同為 h cm。 1M

$$27 \times \frac{1}{3} \times h^2 \times h = 4 \times \left[12^3 - \frac{1}{3} \times 12^2 \times 12 \right] \quad 1M$$

$$h^3 = 512$$

$$h = 8 \quad 1A$$

$$(b) \text{ 所求比例} = 8^2 : 12^2 \quad 1M$$

$$= 4 : 9 \quad 1A$$

- (c) 設 k cm 為金屬正方體的邊長，及 H cm 為較小正四棱錐的高。

較小正四棱錐的高為 k cm。

$$27 \times \frac{1}{3} \times H^2 \times H = 4 \times \left[k^3 - \frac{1}{3} \times k^2 \times k \right] \quad 1M$$

$$\left(\frac{H}{k} \right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$\frac{H}{k} = \frac{2}{3}$$

(b) 的比變為 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$ ，與之前相等。 1M

不同意該宣稱。 1A

16. (a) $2 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ 1M

$$h = 4r \quad 1A$$

(b) 該液體的體積

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi (2)^3 \quad 1M$$

$$= \frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$$

該圓錐的體積

$$= \frac{1}{3} \pi (2)^2 (4 \times 2) \quad 1M$$

$$= \frac{32\pi}{3} \text{ cm}^3$$

設 h cm 為該圓錐內液體的深度。

$$\frac{16\pi}{3} \div \frac{32\pi}{3} = \left(\frac{h}{8} \right)^3 \quad 1M$$

$$h^3 = 256$$

$$h = \sqrt[3]{256}$$

$$\approx 6.35$$

該圓錐內的液體的深度為 6.35 cm。 1A

17. (a) 設 h cm 為該容器的高。

$$\pi(18)\sqrt{18^2 + h^2} = 540\pi \quad 1M$$

$$18^2 + h^2 = 30^2$$

$$h = 24 \quad \text{或} \quad -24 \quad (\text{捨去}) \quad 1A$$

(b) 該容器的容量 $= \frac{1}{3} \pi (18)^2 (24)$ 1M

$$= 2592\pi \text{ cm}^2$$

設 $V \text{ cm}^3$ 為所求體積。

$$\sqrt[3]{\frac{V}{2592\pi}} = \sqrt{\frac{375\pi}{540\pi}} \quad 1\text{M}+1\text{M}$$

$$V = 1500\pi \quad 1\text{A}$$

18. (a) 設 $h \text{ cm}$ 為該圓錐的高。

$$\frac{1}{3}\pi(24)^2h = 30 \times \frac{4}{3}\pi\left(\frac{12}{2}\right)^3 \quad 1\text{M}$$

$$h = 45 \quad 1\text{A}$$

該圓錐的高為 45 cm 。

(b) (i) 原來的圓錐的曲面面積

$$= \pi(24)(\sqrt{24^2 + 45^2}) \quad 1\text{M}+1\text{M}$$

$$= 1224\pi \text{ cm}^2$$

X 對原來的圓錐的體積之比為 $1 : (1 + 7) = 1 : 8$ 。

X 對原來的圓錐的高之比為 $1 : 2$ 。

$$\text{所求面積} = 1224\pi \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] \quad 1\text{M}$$

$$= 918\pi \text{ cm}^2 \quad 1\text{A}$$

(ii) X 的總表面面積

$$= 1224\pi - 918\pi + \pi\left(\frac{24}{2}\right)^2 \quad 1\text{M}$$

$$= 450\pi \text{ cm}^2$$

Y 的總表面面積

$$= 918\pi + \pi\left(\frac{24}{2}\right)^2 + \pi(24)^2$$

$$= 1638\pi \text{ cm}^2$$

所求之比 = $450\pi : 1638\pi$

$$= 25 : 91 \quad 1\text{A}$$

19. (a) 設 $V \text{ cm}^3$ 為 Y 的體積。

$$\sqrt[3]{\frac{V}{6144\pi}} = \sqrt{\frac{25}{16}} \quad 1\text{M}+1\text{M}$$

$$V = 12\,000\pi \quad 1\text{A}$$

$$(b) A \text{ 的體積} = \frac{1}{3}\pi(12)^2(42)$$

$$= 2016\pi \text{ cm}^3$$

$$B \text{ 的體積} = 6144\pi + 12\,000\pi - 2016\pi \quad 1\text{M}$$

$$= 16\,128\pi \text{ cm}^3$$

設 r cm 為 B 的底半徑。

$$\frac{1}{3}\pi r^2(84) = 16\,128\pi \quad 1M$$

$$r = 24 \quad \text{或} \quad -24 \quad (\text{捨去})$$

$$\frac{A \text{ 的底半徑}}{B \text{ 的底半徑}} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{A \text{ 的高}}{B \text{ 的高}} = \frac{42}{84} = \frac{1}{2}$$

1M

因此， A 與 B 相似。

1A

20. (a) 設 r cm 為金屬球的半徑。

$$4\pi r^2 = 36\pi \quad 1M$$

$$r = 3 \quad \text{或} \quad -3 \quad (\text{捨去})$$

金屬球的體積

$$= \frac{4}{3}\pi(3)^3$$

$$= 36\pi \text{ cm}^3$$

1A

(b) 設 h cm 為容器內原來的水的深度。

$$36\pi + \pi(8)^2 h = \pi(8)^2(7) \quad 1M+1M$$

$$h = \frac{103}{16} \quad 1A$$

(c) 設 R cm 及 ℓ cm 分別為圓錐形器皿的底半徑及斜高。

$$2\pi R = 24\pi$$

$$R = 12$$

考慮曲面面積。

$$\pi R\ell = 180\pi$$

$$\ell = 15$$

$$\text{該器皿的高} = \sqrt{15^2 - 12^2}$$

1M

$$= 9 \text{ cm}$$

$$\text{該器皿的容量} = \frac{1}{3}\pi(12)^2(9)$$

1M

$$= 432\pi \text{ cm}^3$$

該容器內水的體積

$$= \pi(8)^2 \left(\frac{103}{16} \right)$$

$$= 412\pi \text{ cm}^3$$

$$< 432\pi \text{ cm}^3$$

水不會溢出。

1A

21. (a) 設 r cm 為 X 的底半徑。

$$\pi r(85) = 3060\pi \quad 1M$$

$$r = 36$$

$$X \text{ 的高} = \sqrt{85^2 - 36^2}$$

$$= 77 \text{ cm}$$

$$X \text{ 的體積} = \frac{1}{3}\pi(36)^2(77) \quad 1M$$

$$= 33\,264\pi \text{ cm}^3 \quad 1A$$

(b) (i) Y 對 Z 的體積比 $= \left(\sqrt{\frac{16}{25}}\right)^3 \quad 1M$

$$= \frac{64}{125}$$

$$Y \text{ 的體積} = 33\,264\pi \times \frac{64}{64 + 125} \quad 1M$$

$$= 11\,264\pi \text{ cm}^3 \quad 1A$$

(ii) $\frac{X \text{ 的體積}}{Y \text{ 的體積}} = \frac{33\,264\pi}{11\,264\pi}$

$$= \frac{189}{64}$$

$$\frac{X \text{ 的總表面面積}}{Y \text{ 的總表面面積}} = \frac{3060\pi + 36^2\pi}{3025\pi} \quad 1M$$

$$= \frac{36}{25}$$

留意 $\sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}$ ，而 $\sqrt[3]{\frac{189}{64}} \approx 1.43 \neq \frac{6}{5}$ 。 $1M$

X 與 Y 不相似。 $1A$

22. (a) 該圓錐的體積 $= \frac{1}{3}\pi(64)^2(48) \quad 1M$

$$= 65\,536\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{所求體積} = 65\,536 \times \left[1 - \left(\frac{18}{48}\right)^3\right] \quad 1M$$

$$= 62\,080\pi \text{ cm}^3 \quad 1A$$

(b) X 的曲面面積

$$= \pi(64)\sqrt{48^2 + 64^2} \left[1 - \left(\frac{18}{48}\right)^2\right] \quad 1M$$

$$= 4400\pi \text{ cm}^2$$

X 的總表面面積

$$= 4400\pi + \pi(64)^2 \left[1 + \left(\frac{18}{48}\right)^2\right] \quad 1M$$

$$= 9072\pi \text{ cm}^2$$

$$\left(\frac{X \text{ 的高}}{Z \text{ 的高}}\right)^2 = \left(\frac{48-18}{10}\right)^2 = 9$$

$$\frac{X \text{ 的總表面面積}}{Z \text{ 的總表面面積}} = \frac{9072\pi}{1296\pi} = 7 \neq 9$$

X 與 Z 不相似。

1M

1A

23. (a) $\pi OX^2 \times \frac{216^\circ}{360^\circ} = 540\pi$

1M

$$OX = 30 \text{ cm} \quad \text{或} \quad -30 \text{ cm} \quad (\text{捨去})$$

OX 的長度為 30 cm。

1A

(b) 設 R cm 為該容器的底半徑。

$$2\pi R = 2\pi(30) \times \frac{216^\circ}{360^\circ}$$

1M

$$R = 18$$

所求容量

$$= \frac{1}{3}\pi(18)^2\sqrt{30^2 - 18^2}$$

1M

$$= 2592\pi \text{ cm}^3$$

1A

(c) 設 $A \text{ cm}^2$ 為該容器被浸濕的曲面面積。

$$\sqrt{\frac{A}{540\pi}} = \sqrt[3]{\frac{768\pi}{2592\pi}}$$

1M

$$A = 240\pi$$

該容器沒有浸濕的曲面面積

$$= 540\pi - 240\pi$$

1M

$$\approx 942 \text{ cm}^2$$

$$< 950 \text{ cm}^2$$

不同意該宣稱。

1A

24. (a) $\frac{OM}{ON} = \frac{AM}{ND}$

$$\frac{13.5 - ON}{ON} = \frac{5}{4}$$

1M

$$ON = 6 \text{ cm}$$

$$\text{所求體積} = \frac{1}{3}\pi(4)^2(6)$$

1M

$$= 32\pi \text{ cm}^3$$

1A

(b) 由於奶的體積較下半圓錐的體積大，

共有 $36\pi - 32\pi = 4\pi \text{ cm}^3$ 的奶在上圓錐。

設上圓錐中的奶的水深為 h cm。

$$\left(\frac{h}{6}\right)^3 = \frac{4\pi}{32\pi}$$

1M

$$h = 3$$

下圓錐的曲面面積

$$= \pi(4)(\sqrt{4^2 + 6^2})$$

1M

$$= 8\sqrt{13}\pi$$

總浸濕的曲面面積

$$= 8\sqrt{13}\pi \times \left(\frac{3}{6}\right)^2 + 8\sqrt{13}\pi$$

1M

$$= 10\sqrt{13}\pi \text{ cm}^2$$

$$> 36\pi \text{ cm}^2$$

同意該宣稱。

1A

25. (a) 圓柱的體積 $= \pi(4)^2 \left(\frac{70}{9}\right)$
 $= \frac{1120\pi}{9} \text{ cm}^3$

圓錐的長度比 $= \sqrt{4} : \sqrt{9} = 2 : 3$

圓錐的體積比 $= 2^3 : 3^3 = 8 : 27$

1M

所求體積 $= \frac{1120\pi}{9} \times \frac{27}{8+27}$

1M

$$= 96\pi \text{ cm}^3$$

1A

(b) 較大圓錐的高 $= \frac{96\pi}{\frac{1}{3}\pi(6)^2}$

$$= 8 \text{ cm}$$

1A

較大圓錐的曲面面積

A 的曲面面積

$$= \frac{\pi(6)(\sqrt{6^2 + 8^2})}{240\pi}$$

1M

$$= \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{\text{較大圓錐的底半徑}}{\text{A 的底半徑}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{6}{15}\right)^2$$

$$= \frac{4}{25}$$

$$\neq \frac{1}{4}$$

1M

它們不相似。

不同意該宣稱。

1A

26. (a) (i) 體積 $= \frac{1}{3}(60)^2(72)$

1M

$$= 86\,400 \text{ cm}^3$$

1A

$$(ii) \text{ 側面的高} = \sqrt{\left(\frac{60}{2}\right)^2 + 72^2} \quad 1M$$

$$= 78 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{1}{2}(60)(78) \times 4 \\ &= 9360 \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad 1A$$

$$(b) \quad (i) \text{ 所求體積} = 86\,400 - 86\,400 \left(\sqrt{\frac{1}{9}}\right)^3 \quad 1M$$

$$= 83\,200 \text{ cm}^3 \quad 1A$$

(ii) 設 $h \text{ cm}$ 為該圓錐的高。

$$\frac{1}{3}\pi(10)^2h = 83\,200 \quad 1M$$

$$h = \frac{2496}{\pi}$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \pi(10)(\sqrt{10^2 + h^2}) \\ &\approx 25\,000 \text{ cm}^2 \end{aligned} \quad 1A$$

$$27. \quad (a) \quad (10 + 6\pi) = 2(5) + 2\pi(5) \times \frac{m^\circ}{360^\circ} \quad 1M$$

$$m = 216 \quad 1A$$

(b) 設 $r \text{ cm}$ 為該圓錐的底半徑。

$$2\pi r = (10 + 6\pi) - 2(5) \quad 1M$$

$$r = 3$$

$$\text{所求高度} = \sqrt{5^2 - 3^2} \quad 1M$$

$$= 4 \text{ cm} \quad 1A$$

$$28. \quad (a) \quad \frac{Y \text{ 的體積}}{X \text{ 的體積}} = \left(\sqrt{\frac{9}{4}}\right)^3 \quad 1M$$

$$= \frac{27}{8}$$

$$\text{所求體積} = \pi(10)^2(4.2) \times \frac{27}{27+8}$$

$$= 324\pi \text{ cm}^3 \quad 1A$$

(b) 設 $r \text{ cm}$ 為 Y 的底半徑。

$$\frac{1}{3}\pi r^2 \left(\frac{4r}{3}\right) = 324\pi \quad 1M$$

$$r^3 = 729$$

$$r = 9$$

Y 的底半徑及高分別為 9 cm 及 12 cm 。

所求面積 = $\pi(9)(\sqrt{9^2 + 12^2})$	1M
$= 135\pi \text{ cm}^2$	1A
(c) X 的曲面面積 = $135\pi \times \frac{4}{9}$	1M
$= 60\pi \text{ cm}^2$	
Z 的曲面面積	
$= 135\pi - 135\pi \left(1 - \frac{2}{3}\right)^2$	1M
$= 120\pi \text{ cm}^2$	
$= 2 \times (X \text{ 的曲面面積})$	
該宣稱正確。	1A
29. (a) 留意 $h : r = 3 : 1$ 及 $h + r = 12$ 。	
可得 $h = 9$ 及 $r = 3$ 。	1A
該固體上部的體積	
$= \frac{1}{2} \left[\frac{4}{3} \pi (3)^3 \right]$	1M
$= 18\pi \text{ cm}^3$	
該固體下部的體積	
$= \pi(3)^2(9)$	1M
$= 81\pi \text{ cm}^3$	
所求之差 = $81\pi - 18\pi$	
$= 63\pi \text{ cm}^3$	1A
(b) 該固體的總表面面積	
$= \pi(3)^2 + 2\pi(3)(9) + \frac{1}{2}(4\pi)(3)^2$	1M
$= 81\pi \text{ cm}^2$	1A
30. (a) $BC = \sqrt{40^2 - 24^2} = 32 \text{ cm}$	1A
角錐的高 = $\sqrt{29^2 - \left(\frac{40}{2}\right)^2} = 21 \text{ cm}$	
角錐的體積 = $\frac{1}{3}(24)(32)(21)$	1M
$= 5376 \text{ cm}^3$	1A
(b) (i) 設該圓柱的半徑及高分別為 $r \text{ cm}$ 及 $h \text{ cm}$ 。	
$4\pi r^2 = 2\pi r^2 + 2\pi r h$	1M
$r = h$	
$\frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2(r) = 5376$	1M
$\pi r^3 = 2304$	

$$\text{球體體積} = \frac{4}{3}\pi r^3 = 3072 \text{ cm}^3 \quad 1A$$

(ii) 原來的總表面面積

$$= (24)(32) + \frac{(24)\sqrt{21^2 + 16^2}}{2} \times 2 + \frac{(32)\sqrt{21^2 + 12^2}}{2} \times 2 \quad 1M$$

$$\approx 2180 \text{ cm}^2$$

新總表面面積

$$= 4\pi r^2 \times 2$$

$$= 8\pi \left(\frac{2304}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\approx 2040 \text{ cm}^2 < 2180 \text{ cm}^2 \quad 1A$$

不同意該宣稱。 1A

31. (a) 較大半球體的半徑 $= 12 \times \sqrt{\frac{25}{16}}$ 1M
 $= 15 \text{ cm}$

所求體積

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi(15)^3 \quad 1M$$

$$= 2250\pi \text{ cm}^3 \quad 1A$$

(b) (i) 較小半球體的體積

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi(12)^3$$

$$= 1152\pi \text{ cm}^3$$

所求體積

$$= 2250\pi + 1152\pi - \frac{1}{3}\pi(9)^2(30) \quad 1M$$

$$= 2592\pi \text{ cm}^3 \quad 1A$$

(ii) 設 $h \text{ cm}$ 為 Y 的高。

$$\frac{1}{3}\pi(12)^2 h = 2592\pi \quad 1M$$

$$h = 54$$

Y 的曲面面積

$$= \pi(12)\sqrt{12^2 + 54^2} \quad 1M$$

$$\approx 2090 \text{ cm}^2$$

X 的曲面面積的兩倍

$$= 2 \times \pi(9)\sqrt{9^2 + 30^2}$$

$$\approx 1770 \text{ cm}^2$$

$$< 2090 \text{ cm}^2$$

同意該宣稱。 1A

32. (a) 所求面積 $= \pi(36)(\sqrt{36^2 + 48^2})$ 1M
 $= 2160\pi \text{ cm}^2$ 1A

(b) (i) 設 $r \text{ cm}$ 及 $h \text{ cm}$ 分別為水平面以下的圓錐部分的底半徑及高。

$$\left(\frac{r}{36}\right)^2 = \frac{2160\pi - 2025\pi}{2160\pi} \quad 1M$$

$$r^2 = 81$$

$$r = 9 \text{ 或 } -9 \text{ (捨去)}$$

$$\text{可得 } h = 48 \times \frac{r}{36} = 12 \text{。}$$

所求底半徑及高分別為 9 cm 及 12 cm 。 1A

(ii) 設 $H \text{ cm}$ 為該容器內的圓錐部分的高。

$$\frac{H}{48} = \frac{27}{36}$$

$$H = 36$$

容器內的水的體積

$$= \pi(27)^2(80 - 36 + 12) - \frac{1}{3}\pi(9)^2(12) \quad 1M$$

$$= 40\,500\pi \text{ cm}^3$$

$$\approx 127\,000 \text{ cm}^3$$

$$\approx 0.127 \text{ m}^3$$

$$> 0.12 \text{ m}^3$$

不同意該宣稱。 1A

33. (a) 該圓錐的曲面面積

$$= \pi(24)(51) \quad 1M$$

$$= 1224\pi \text{ cm}^2$$

所求面積

$$= 1224\pi \times \left(\frac{2^2 - 1^2}{3^2}\right) \quad 1M$$

$$= 408\pi \text{ cm}^2 \quad 1A$$

(b) 該圓錐的高

$$= \sqrt{51^2 - 24^2}$$

$$= 45 \text{ cm}$$

該圓錐的體積

$$= \frac{1}{3}\pi(24)^2(45) \quad 1M$$

$$= 8640\pi \text{ cm}^3$$

所求體積

$$= 8640\pi \times \frac{2^3 - 1^3}{3^3} \quad 1M$$

$$= 2240\pi \text{ cm}^3 \quad 1A$$

34. (a) $\frac{1}{3}\pi r^2(46 - r) = \frac{5}{8}\pi r^3 \quad 1M$

$$\frac{46}{3} - \frac{r}{3} = \frac{5r}{8}$$

$$r = 16$$

1A

(b) 該圓錐的斜高

$$= \sqrt{16^2 + 30^2} \quad 1M$$

$$= 34 \text{ cm}$$

所求面積

$$= \pi(16)(34) + \frac{1}{2} \times 4\pi(16)^2 \quad 1M$$

$$= 1056\pi \text{ cm}^2 \quad 1A$$

35. (a) 該圓錐的體積 $= \pi(16)^2(57) \quad 1M$

$$= 14\,592\pi \text{ cm}^3$$

設 $V \text{ cm}^3$ 為較小圓錐的體積。

$$V + \left(\sqrt{\frac{25}{9}}\right)^3 V = 14\,592\pi \quad 1M$$

$$V = 2592\pi$$

所求體積為 $2592\pi \text{ cm}^3$ 。 1A

(b) 該圓柱的總表面面積

$$= 2\pi(16)(57) + 2\pi(16)^2 \quad 1M$$

$$= 2336\pi \text{ cm}^2$$

設 $r \text{ cm}$ 為較小圓錐的底半徑。

$$\frac{1}{3}\pi r^2(24) = 2592\pi$$

$$r = 18 \quad \text{或} \quad -18 \quad (\text{捨去})$$

較小圓錐的總表面面積

$$= \pi(18)^2 + \pi(18)(\sqrt{18^2 + 24^2}) \quad 1M$$

$$= 864\pi \text{ cm}^2$$

較大圓錐的總表面面積

$$= 864\pi \times \frac{25}{9} \quad 1M$$

$$= 2400\pi \text{ cm}^2$$

兩圓錐的總表面面積

$$= 864\pi + 2400\pi$$

$$= 3264\pi \text{ cm}^2$$

$$\neq 2336\pi \text{ cm}^2$$

不同意該宣稱。

1A

36. (a) 設 $r \text{ cm}$ 為該圓錐的底半徑。

$$\pi r(29) = 580\pi$$

1M

$$r = 20$$

該圓錐的高

$$= \sqrt{29^2 - 20^2}$$

1M

$$= 21 \text{ cm}$$

1A

- (b) (i) 考慮由 A 及 B 組成的固體，及固體 C 。

$$\text{面積比} = \frac{1+1}{1+1+6} = \frac{1}{4}$$

$$\text{體積比} = \left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$C \text{ 的體積} = \frac{7}{8} \times (\text{該圓錐的體積})$$

1M

$$C \text{ 的體積} = \frac{1}{3}\pi(20)^2(21) \times \frac{7}{8}$$

1M

$$= 2450\pi \text{ cm}^3$$

1A

- (ii) 設 $R \text{ cm}$ 為每個圓柱的底半徑。

$$5\pi R^2(10) = 2450\pi$$

1M

$$R = 7 \text{ 或 } -7 \text{ (捨去)}$$

1A

每個圓柱的底半徑為 7 cm 。

37. (a) 設 $r_X \text{ cm}$ 及 $r_Y \text{ cm}$ 分別為 X 及 Y 的底半徑。

$$2\pi r_X^2 = 648\pi \quad \text{及} \quad 2\pi r_X r_Y = 432\pi$$

1M

$$r_X = 18$$

$$r_Y = 12$$

所求體積

$$= \pi(12)^2(18)$$

1M

$$= 2592\pi \text{ cm}^3$$

1A

- (b) 設 $h \text{ cm}$ 及 $2h \text{ cm}$ 分別為 A 及 B 的高。

1M

$$\frac{1}{3}\pi(12)^2 h + \frac{1}{3}\pi(24)^2(2h) = 2592\pi + \frac{2}{3}\pi(18)^3$$

1M

$$h = 15$$

- A 的曲面面積
 $= \pi(12)(\sqrt{15^2 + 12^2})$ 1M
 $\approx 724 \text{ cm}^2$
 $> 720 \text{ cm}^2$
 同意該宣稱。 1A
38. (a) 所求體積 $= \frac{1}{3}\pi(9)^2(9)$ 1M
 $= 243\pi \text{ cm}^3$ 1A
- (b) (i) 所求體積
 $= 243\pi - 243\pi \times \left(\frac{9-6}{9}\right)^3$ 1M+1M
 $= 234\pi \text{ cm}^3$ 1A
- (ii) 該容器的容量 $= 18 \times 18 \times 6$
 $= 1944 \text{ cm}^3$
 水與平截頭體在四分鐘後的總體積
 $= 5 \times 4 \times 60 + 234\pi$ 1M
 $\approx 1940 \text{ cm}^3$
 $< 1944 \text{ cm}^3$
 在 4 分鐘後，水不會溢出。 1A
39. (a) 圓錐體積
 $= \frac{1}{3}(24)^2\pi(36)$ 1M
 $= 6912\pi \text{ cm}^3$
 水的體積
 $= 6912 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3$ 1M
 $= 256\pi \text{ cm}^3$ 1A
- (b) (i) 設 $h \text{ cm}$ 為水層的新高度。

$$\frac{6912\pi - 256\pi}{6912\pi} = \left(\frac{36-h}{36}\right)^3$$
 1M

$$(36-h)^3 = 44\,928$$

$$36-h = \sqrt[3]{44\,928}$$

$$h \approx 0.450$$
 1A
- (ii) 所求高度為 0.450 cm 。

$$\frac{\text{油層的底半徑}}{\text{水層的底半徑}} = \frac{24}{24} = 1$$
 1M

$$\frac{\text{油層的體積}}{\text{水層的體積}} = \frac{6912\pi - 256\pi}{256\pi} = 26 \neq 1^3$$

它們不相似。
不同意該宣稱。

1A

40. (a) 原來的圓錐的曲面面積

$$= \pi(75)(\sqrt{75^2 + 40^2})$$

1M

$$= 6375\pi \text{ cm}^2$$

P 的曲面面積

$$= 6375\pi \times \left[1 - \left(\frac{16}{40} \right)^2 \right]$$

1M

$$= 4080\pi \text{ cm}^2$$

所求面積

$$= 4080\pi + 75^2\pi \times \left[1 + \left(\frac{16}{40} \right)^2 \right]$$

1M

$$= 11\,730\pi \text{ cm}^2$$

1A

(b) P 的體積

$$= \frac{1}{3}\pi(75)^2(40) \times \left[1 - \left(\frac{16}{40} \right)^3 \right]$$

1M

$$= 58\,800\pi \text{ cm}^3$$

$$\left(\frac{P \text{ 的高}}{R \text{ 的高}} \right)^3 = \left(\frac{16}{7} \right)^3 = \frac{4096}{343}$$

$$\frac{P \text{ 的體積}}{R \text{ 的體積}} = \frac{58\,800\pi}{7350\pi} = 8 \neq \frac{4096}{343}$$

1M

P 與 R 不相似。

1A

41. C

該梯形的高

$$= \sqrt{15^2 - (27 - 18)^2}$$

$$= 12 \text{ cm}$$

考慮體積。

$$\frac{(18 + 27)12}{2} \times h + 21\,600 = 30^3$$

$$h = 20$$

42. B

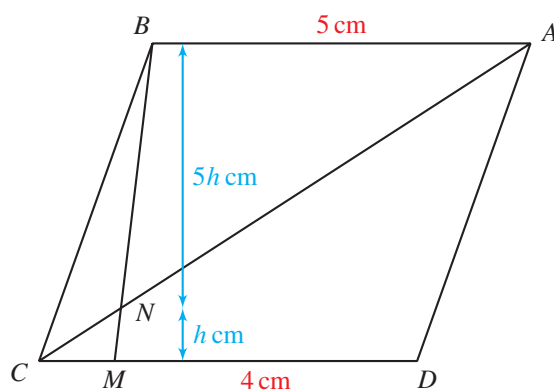
$$A \text{ 與 } F \text{ 的水平距離} = 3 + 1 = 4 \text{ cm}$$

$$A \text{ 與 } F \text{ 的鉛垂距離} = 2 + 3 - 1 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{所求距離} = \sqrt{4^2 + 4^2} \approx 5.7 \text{ cm}$$

43. C

設 $CM = 1\text{ cm}$ ，則可得如下圖所示的長度。



點 N 留意 $\triangle CMN \sim \triangle ABN$ （比例 1 : 5）。

考慮 $\triangle CMN$ 的面積。

$$10 = \frac{(1)(h)}{2}$$

$$h = 20$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(5)(6h)}{2} - \frac{(1)(h)}{2} \\ &= 290\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

44. A

$$\sin \angle AEB = \frac{10}{20}$$

$$\angle AEB = 30^\circ$$

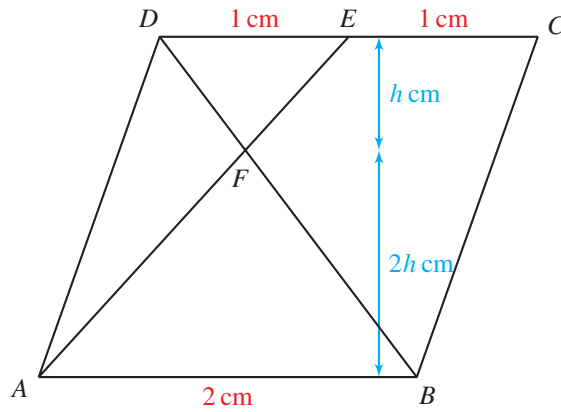
$$\angle DAE = \angle AEB = 30^\circ$$

所求面積

$$\begin{aligned} &= 20 \times 10 - \frac{10(\sqrt{20^2 - 10^2})}{2} - \pi(20)^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} \\ &\approx 8.68\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

45. C

設 $AB = 2\text{ cm}$ ，則可得如下圖所示的長度。



點 F 留意 $\triangle ABF \sim \triangle EDF$ (比例 $2:1$)。
考慮 $ABCD$ 的面積。

$$72 = (2)(3h)$$

$$h = 12$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(2)(3h)}{2} - \frac{(1)(h)}{2} \\ &= 30 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

46. B

設 $A \text{ km}^2$ 為該土地的實際面積。

$$\begin{aligned} \frac{A \times (1000 \times 100)^2}{15} &= \left(\frac{20\,000}{1} \right)^2 \\ A &= 0.6 \end{aligned}$$

47. B

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h$$

$$h = \frac{4r}{3}$$

所求比例

$$= 4\pi r^2 : 2\pi r h$$

$$= 2r : h$$

$$= 2r : \frac{4r}{3}$$

$$= 3 : 2$$

48. B

$$2\pi(OA) \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = 4\pi$$

$$OA = 12 \text{ cm}$$

$$OC = OA \cos 60^\circ = 12 \cos 60^\circ = 6 \text{ cm}$$

$$AC = OA \sin 60^\circ = 12 \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

所求面積

$$= \pi 12^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{(6)(6\sqrt{3})}{2}$$

$$\approx 44.2 \text{ cm}^2$$

49. C

$$\text{該圓錐的底半徑} = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{該圓錐的體積} = \frac{1}{3} \pi (12)^2 (16)$$

$$= 768\pi \text{ cm}^3$$

設該平截頭體的高為 h cm。

$$\frac{768\pi - 756\pi}{768\pi} = \left(\frac{16-h}{16} \right)^3$$

$$(16-h)^3 = 64$$

$$16-h = 4$$

$$h = 12$$

50. D

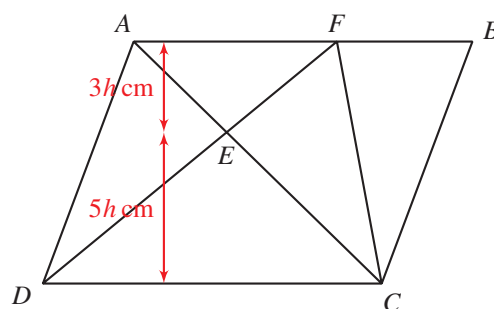
$\triangle AFE \sim \triangle CDE$ (比例 3 : 5)

設 $AF = 3$ cm，則 $CD = 5$ cm 及 $BF = 2$ cm。

$$\frac{(2)(3h+5h)}{2} = 16$$

$$h = 2$$

$$\triangle CDE \text{ 的面積} = \frac{(5)(5 \times 2)}{2} = 25 \text{ cm}^2$$



51. B

$$\text{設 } O \text{ 為圓心。半徑} = \frac{AD}{2} = \frac{\sqrt{10^2 + 24^2}}{2} = 13 \text{ cm}$$

$$AC^2 = OA^2 + OC^2 - 2(OA)(OC) \cos \angle AOC$$

$$\angle AOC \approx 135^\circ$$

$$\text{面積} = 13^2 \pi \times \frac{\angle AOC}{360^\circ} - \frac{1}{2} (13)^2 \sin \angle AOC \approx 139 \text{ cm}^2$$

52. C

設所求之高為 h cm。

$$\pi r^2 h + \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi r^2 (2r)$$

$$h + \frac{4r}{3} = 2r$$

$$h = \frac{2r}{3}$$

53. C

設 r cm 為較小的球體的半徑。

$$\frac{4}{3} \pi r^3 + \frac{4}{3} \pi (5r)^3 = 1344\pi$$

$$r^3 = 8$$

$$r = 2$$

所求面積

$$= 4\pi r^2 + 4\pi (5r)^2$$

$$= 416\pi \text{ cm}^2$$

54. C

$$DG = DB = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{面積} = \frac{1}{4} (10\sqrt{2} - 10)^2 \pi \approx 13 \text{ cm}^2$$

55. A

$$BC = \sqrt{26^2 - (28 - 18)^2}$$

$$= 24 \text{ cm}$$

$$\text{所求面積} = \frac{(18 + 28)24}{2}$$

$$= 552 \text{ cm}^2$$

56. C

留意該圖沿 BD 對稱。

$$\text{可得 } AF = CE = \frac{24 - 8}{2} = 8 \text{ cm}。$$

F 及 C 分別為圓 $ABCD$ 及 $BEDF$ 的圓心。

留意 $\triangle BCF$ 為等邊。

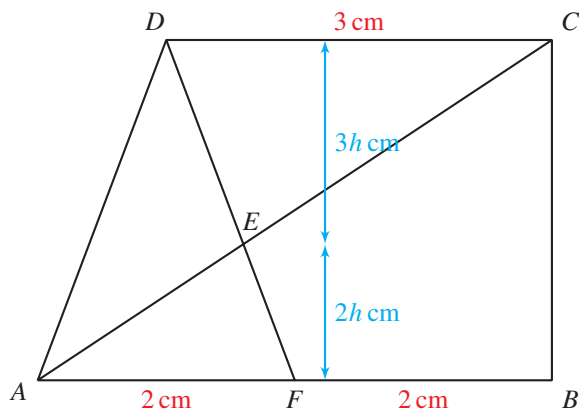
所求面積

$$= \pi(8)^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} + \left(\pi(8)^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2}(8)^2 \sin 60^\circ \right)$$

$$\approx 39.3 \text{ cm}^2$$

57. B

設 $DC = 3\text{ cm}$ ，則可得如下圖所示的長度。



點 E 留意 $\triangle CDE \sim \triangle AFE$ （比例 3 : 2）。

考慮 $\triangle ADE$ 的面積。

$$24 = \frac{(2)(5h)}{2} - \frac{(2)(2h)}{2}$$

$$h = 8$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(3+4)(5h)}{2} \\ &= 140\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

58. D

設 D 為 BC 上的一點使得 $AD \perp BC$ 。

$$\frac{(BC)(AD)}{2} = 126$$

$$\frac{21(AD)}{2} = 126$$

$$AD = 12$$

$$CD = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\text{ cm}$$

$$BD = 21 - 5 = 16\text{ cm}$$

$$AB = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20\text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{所求周界} &= 20 + 21 + 13 \\ &= 54\text{ cm} \end{aligned}$$

59. D

設 O 為該圓的圓心。

$$OA = \frac{AB}{2} = \frac{24}{2} = 12\text{ cm}$$

設 M 為 AC 的中點。

$$AM = \frac{AC}{2} = \frac{12}{2} = 6\text{ cm}$$

$$\sin \angle AOM = \frac{6}{12}$$

$$\angle AOM = 30^\circ$$

$$\angle AOC = 2\angle AOM = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

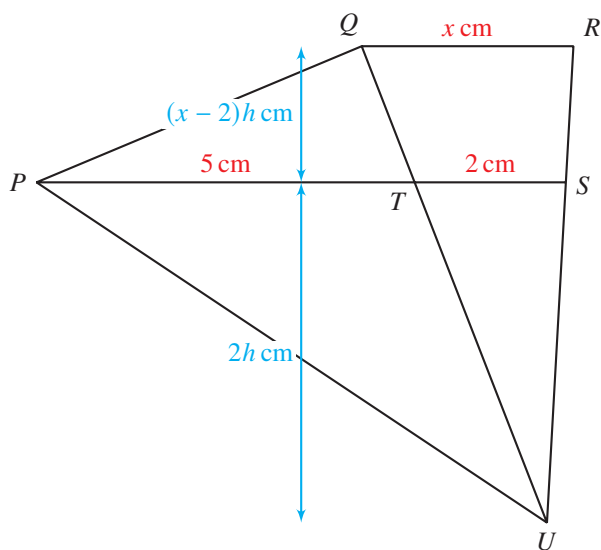
所求面積

$$= \pi(12)^2 \times \frac{1}{2} - \left[\pi(12)^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{12^2 - 6^2} \right]$$

$$= (36\sqrt{3} + 48\pi) \text{ cm}^2$$

60. A

設 $PT = 5 \text{ cm}$ 及 $QR = x \text{ cm}$ ，則可得如下圖所示的長度。



點 U 留意 $\triangle STU \sim \triangle RQU$ （比例 $2 : x$ ）。

考慮 $\triangle PSU$ 的面積。

$$63 = \frac{(7)(2h)}{2}$$

$$h = 9$$

考慮 $\triangle PQT$ 的面積。

$$15 = \frac{(5)(x-2)h}{2}$$

$$x = \frac{8}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(x+2)[(x-2)h]}{2} \\ &= 14 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

61. A

設該圓錐的高及底半徑分別為 h 及 r 。

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 2 \times \frac{2}{3}\pi r^3$$

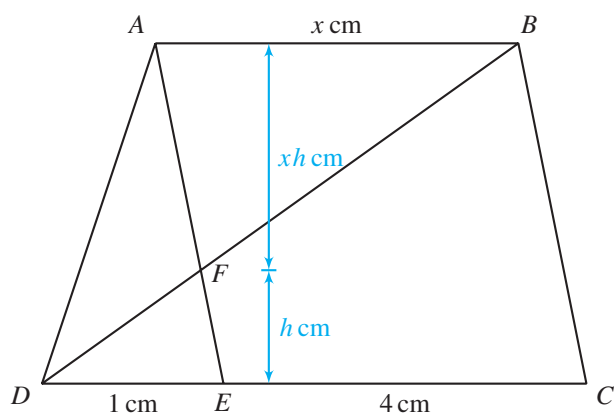
$$h = 4r$$

$$h : r = 4 : 1$$

62. C

設 $DE = 1 \text{ cm}$ 及 $AB = x \text{ cm}$ 。

則 $CE = 4 \text{ cm}$ 。



考慮 $\triangle ADF$ 及四邊形 $BCEF$ 的面積。

$$\begin{cases} 12 = \frac{(1)(h+xh)}{2} - \frac{(1)(h)}{2} = \frac{xh}{2} \\ 76 = \frac{(5)(h+xh)}{2} - \frac{(1)(h)}{2} = \frac{(5x+4)h}{2} \end{cases}$$

$$\frac{76}{12} = \frac{(5x+4)h}{2} \div \frac{xh}{2}$$

$$\frac{19}{3} = \frac{5x+4}{x}$$

$$19x = 15x + 12$$

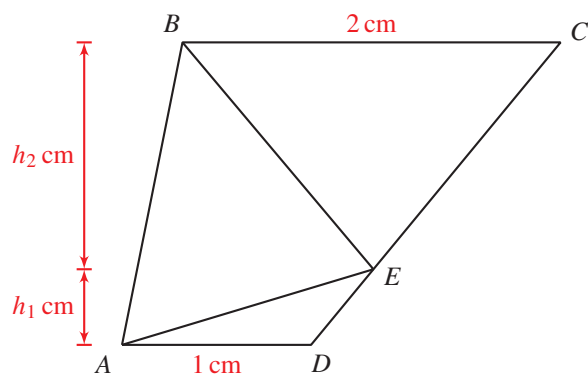
$$x = 3$$

代 $x = 3$ ，可得 $h = 8$ 。

$$\text{所求面積} = \frac{(x)(xh)}{2} = 36 \text{ cm}^2$$

63. C

假設 $AD = 1 \text{ cm}$ 。則 $BC = 2 \text{ cm}$ 。



留意 $h_2 : h_1 = CE : DE = 3 : 1$ 。

考慮 $\triangle ABE$ 的面積。

$$\begin{aligned}\frac{(1+2)(h_1+h_2)}{2} - \frac{2h_2}{2} - \frac{1h_1}{2} &= 10 \\ \frac{3}{2}(h_1+3h_1) - 3h_1 - \frac{h_1}{2} &= 10 \\ h_1 &= 4\end{aligned}$$

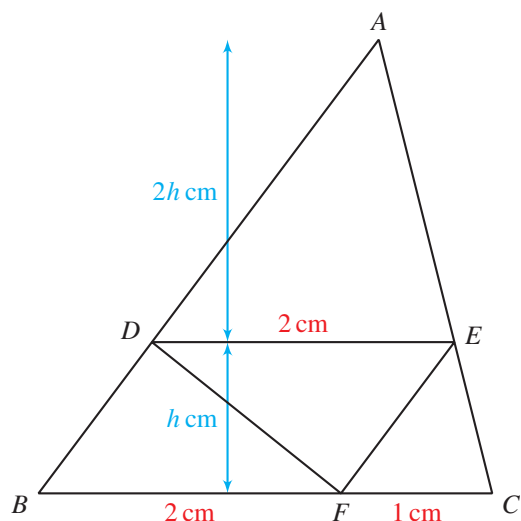
$$\begin{aligned}\text{所求面積} &= \frac{(1+2)(4+12)}{2} \\ &= 24 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

64. B

$$\begin{aligned}\text{底半徑的比} &= \sqrt{\frac{4}{9}} \\ &= \frac{2}{3} \\ \text{所求之比} &= \frac{2^3}{3^3 - 2^3} \\ &= \frac{8}{19}\end{aligned}$$

65. D

設 $DE = 2 \text{ cm}$ ，則可得如下圖所示的長度。



點 A 留意 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (比例 2 : 3)。

考慮 $\triangle DEF$ 的面積。

$$3 = \frac{(2)(h)}{2}$$

$$h = 3$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(3)(3h)}{2} \\ &= 13.5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

66. [A]

設 r cm 及 h cm 分別為該圓柱的底半徑及高。

考慮體積。

$$\pi r^2 h = 2 \times \frac{4}{3} \pi (18)^3$$

$$r^2 h = 15\,552$$

考慮曲面面積。

$$2\pi r h = \frac{1}{2} \times 4\pi (18)^2$$

$$r h = 324$$

$$\sqrt{\frac{15\,552}{h}} \times h = 324$$

$$\sqrt{h} = \frac{324}{\sqrt{15\,552}}$$

$$h = 6.75$$

該圓柱的高為 6.75 cm。

67. [B]

$$BC = OA \sin \angle AOC = 10 \sin 30^\circ = 5 \text{ cm}$$

$$AB = OC - OA \cos \angle AOC = 10 - 10 \cos 30^\circ = (10 - 5\sqrt{3}) \text{ cm}$$

所求面積

$$\begin{aligned} &= \frac{(AB + OC)BC}{2} - \pi(OA)^2 \times \frac{\angle AOC}{360^\circ} \\ &= \frac{(AB + 10)5}{2} - \pi(10)^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} \\ &\approx 2.2 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

68. D

設 $R \text{ cm}$ 及 $r \text{ cm}$ 分別為該球體的半徑及該圓錐的底半徑。

$$\begin{aligned} \frac{4}{3}\pi R^3 &= \frac{1}{3}\pi r^2 \left(\frac{r}{2}\right) \\ R^3 &= \frac{r^3}{8} \\ R &= \frac{r}{2} \end{aligned}$$

所求比例

$$\begin{aligned} &= 4\pi R^2 : \left[\pi r \sqrt{r^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2} + \pi r^2 \right] \\ &= 4 \times \frac{1}{2^2} : \left[\sqrt{1 + \frac{1}{4}} + 1 \right] \\ &= 2 : (2 + \sqrt{5}) \end{aligned}$$

69. D

設 $r \text{ cm}$ 及 $h \text{ cm}$ 分別為該圓錐的底半徑及高。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 &= 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ r &= h \\ r : h &= 1 : 1 \end{aligned}$$

70. B

$$\begin{aligned} \sin \angle ODC &= \frac{OC}{OD} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\angle ODC = 30^\circ$$

$$\angle DFE = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ \text{ 及 } \angle CFB = \angle DFE = 45^\circ$$

$$\angle CBF = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \text{ 及 } \angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$$

$$\angle DOA = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

$$\text{扇形面積} = \pi(12)^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} = 12\pi \text{ cm}^2$$

71. D

設 O 為該圓的圓心。

$$OC = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$AC = 2 \times OC \cos \angle ACB = 2 \times 6 \cos 30^\circ = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

所求周界

$$= 6\sqrt{3} + 2\pi(6) \times \frac{180^\circ - 30^\circ - 30^\circ}{360^\circ}$$

$$= (4\pi + 6\sqrt{3}) \text{ cm}$$

72. C

該些球體的體積比為 $1 : (\sqrt{4})^3 : (\sqrt{9})^3 = 1 : 8 : 27$ 。

所求體積

$$= 252 \times \frac{27}{1 + 8 + 27}$$

$$= 189 \text{ cm}^3$$

73. B

$$\cos \angle MON = \frac{OM}{ON}$$

$$\cos \angle MON = \frac{6}{12}$$

$$\angle MON = 60^\circ$$

所求面積

$$= \pi(12)^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} + \frac{(12 \sin 60^\circ)(6)}{2}$$

$$= (12\pi + 18\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

74. C

$$\text{面積比} = \frac{0.9 \times (1000 \times 100)^2}{250}$$

$$= 3.6 \times 10^7$$

$$\text{所求比例} = 1 : \sqrt{3.6 \times 10^7}$$

$$= 1 : 6000$$

75. D

$$\text{面積比} = \frac{78.75 \times (1000 \times 100)^2}{1260}$$

$$= 6.25 \times 10^8$$

$$\text{所求比例} = 1 : \sqrt{6.25 \times 10^8}$$

$$= 1 : 25\,000$$

76. A

設 x cm 為該立方體的邊長。

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi 3^3 = x^3 + \frac{1}{3} x^2 (2x)$$

$$x^3 = \frac{54\pi}{5}$$

所求體積

$$= \frac{1}{3} x^2 (2x)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{54\pi}{5}$$

$$= 7.2\pi \text{ cm}^3$$

77. A

$$\text{面積比例} = \frac{76.8 \times (1000 \times 100)^2}{120}$$

$$= 6.4 \times 10^9$$

$$\text{所求比例} = \sqrt{6.4 \times 10^9}$$

$$= 80\,000$$

78. D

設 $A \text{ km}^2$ 為該農地的實際面積。

$$\frac{A \times (1000 \times 100)^2}{15} = \left(\frac{60\,000}{1} \right)^2$$

$$A = 5.4$$

79. B

$$\text{實際面積} = 30(40\,000)^2$$

$$= 4.8 \times 10^{10} \text{ cm}^2$$

$$= \frac{4.8 \times 10^{10}}{(100 \times 1000)^2} \text{ km}^2$$

$$= 4.8 \text{ km}^2$$

80. B

$\angle POQ = 90^\circ$ 及 $\angle QOR = 90^\circ$ 。故此， P 、 O 、 R 共線。

$$18 = \frac{(4+8)q}{2}$$

$$q = 3$$