解	分
ELITE-2425-MOCK-SET 14-MATH-CP 1	
建議題解	
1. $\dfrac{5a-3b}{4}=1-\dfrac{b}{2}$	
$5a-3b=4-2b$	1M
$5a=4+b$	1M
$a=\dfrac{4+b}{5}$	1A
2. $\dfrac{2}{2x-3}-\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{2(x-1)-3(2x-3)}{(2x-3)(x-1)}$	1M+1A
$=\dfrac{7-4x}{(2x-3)(x-1)}$	1A
3. 所求概率 $=\dfrac{8}{4\times 3}$	1M+1A
$=\dfrac{2}{3}$	1A
4. (a) $8x^2-8x+2=2(2x-1)^2$	1A
(b) $18xy^2-8x^3+8x^2-2x=2x(3y)^2-2x(2x-1)^2$	1M
$=2x(3y+2x-1)(3y-2x+1)$	1A
5. 標價 $=\dfrac{2000}{1-20\%}=\$2500$	1A
設每隻手錶的成本為 $\$x$。	
$6(2000)+4(2500)=10x+7000$	1M+1A
$x=1500$	1A
所求成本為 $1500。	
6. (a) $5x-11<\dfrac{2(x-3)}{4}$	
$\dfrac{9x}{2}<\dfrac{19}{2}$	1M
$x<\dfrac{19}{9}$	1A
(b) $5x-41\le 0$	
$x\le\dfrac{41}{5}$	1A
因此，$x\le\dfrac{41}{5}$。	
共有 8 個正整數。	1A

解	分
7. (a) $\frac{2x}{2+3}+\frac{1(3)}{3+2}=\frac{x+1}{2}$	1M+1A
$-\frac{x}{10}=-\frac{1}{10}$	
$x=1$	1A
(b) 假定 y 升飲品 B 被加入混合物中。	
$1+\frac{3y}{5}=(2+y)\times 60\%$	1M
$1=1.2$ （矛盾）	
不可能。	1A
8. 總行駛距離 $=(2x+8)$ km	1A
考慮總行駛時間。	
$\frac{x}{60}+\frac{4}{60}+\frac{x+8}{80}=\frac{2x+8}{66}$	2M+1A
$-\frac{x}{880}=-\frac{1}{22}$	
$x=40$	1A
9. (a) 設該圓柱的底半徑及高分別為 r cm 及 h cm。	
$2\pi rh=\frac{1}{2}(2\pi rh+2\pi r^2)$	1M
$h=r$	
$\pi r^2 h=216\pi$	
$r^3=216$	
$r=6$	1A
底半徑 $=6$ cm	
(b) 百分比變化 $=\frac{2(6)(12)}{2\pi(6)^2+2\pi(6)(6)}\times 100\%$	1M+1M
$\approx 31.8\%$	1A
10. (a) 設 $p(x)=ax+b(x+1)^2$，其中 a 及 b 均為非零常數。	1A
$\begin{cases}7=-3a+4b\\3=a+4b\end{cases}$	1M
求解後，可得 $a=-1$ 及 $b=1$。	1A
因此，$p(x)=-x+(x+1)^2$。	
(b) $-x+(x+1)^2=7-x^2$	1M
$2x^2+x-6=0$	
$x=-2$ 或 $\frac{3}{2}$	1A

解	分
11. (a) $f(x) = 2(x-2)(x^2-4x+1)+ax+b$	1M
$= 2x^3 - 12x^2 + (18+a)x + (b-4)$	
可得 $2b = -12$、$18+a = 7a$ 及 $c = b-4$。	1M
求解後，可得 $a = 3, b = -6$ 及 $c = -10$。	1A
(b) $0 = 2(x-2)(x^2-4x+1)+3x-6$	
$= (x-2)[2(x^2-4x+1)+3]$	1M
$= (x-2)(2x^2-8x+5)$	
$x = 2$ 或 $\dfrac{8 \pm \sqrt{8^2-4(2)(5)}}{2(2)}$	
$= 2$ 或 $\dfrac{4 \pm \sqrt{6}}{2}$	1A
共有 1 個有理根。	1A
12. (a) (i) 眾數 $= 39$	
因此，$a = b = 9$。	1A
(ii) $\dfrac{(50+c)+51}{2} - \dfrac{(30+d)+30}{2} = 21$	1M
$c - d = 1$	
分佈域 $= (60+d)-(20+c)$	
$= 40-(c-d)$	
$= 39$	1A
(b) 平均值 $= \dfrac{(20+c)+25+26+\ldots+(60+d)}{20}$	1M
$= \dfrac{830+2(c+d)}{20}$	
由於 $c-d=1$，$1 \le c \le 5$ 及 $2 \le d \le 5$，可得 $3 \le c+d \le 9$。	1M
$\dfrac{830+2(3)}{20} = 41.8 \le$ 平均值 $\le \dfrac{830+2(9)}{20} = 42.4$	
因此，平均值 $= 42$ 及 $c+d = 5$。	1A
求解後，可得 $c = 3$ 及 $d = 2$。	
標準差 ≈ 11.9	1A

解	分
13. (a) $\angle ADC = 90°$ 及 $\angle CDE = 90° - 60° = 30°$	1A
$\angle DCE = 180° - 60° = 120°$	1A
$\angle CED = 180° - 120° - 30° = 30° = \angle CDE$	
因此，$CD = CE$ 及 $\triangle CDE$ 為等腰三角形。	1A
(b) 在 $\triangle BEF$ 中，$\angle EBF = 90°$ 及 $\angle BEF = 30°$。	
因此，$EF = \dfrac{BE}{\cos 30°}$。	
在 $\triangle CDE$ 中，$DE = 2CE \cos 30°$。	
在 $\triangle ADF$ 中，$DF = AD = 5\sqrt{3}$ cm。	
$2CE\cos 30° + \dfrac{BE}{\cos 30°} = 5\sqrt{3}$	1M
$BC\cos 30° + \dfrac{BC}{2\cos 30°} = 5\sqrt{3}$	
$BC = 6$ cm	1A
(c) 設 M 為 DF 的中點。	
$GM = \dfrac{DF}{2} \times \tan 30° = \dfrac{5}{2}$ cm	1A
$CE = \dfrac{BC}{2} = 3$ cm	
$\triangle GDE$ 的面積 $= \dfrac{1}{2}(GM)(DE)$	
$\triangle CDE$ 的面積 $= \dfrac{1}{2}(CE \sin 30°)(DE)$	
$= \dfrac{1}{2}(1.5)(DE)$	
$< \dfrac{1}{2}(GM)(DE)$	
$\triangle CDE$ 的面積 $<$ $\triangle GDE$ 的面積	
同意該宣稱。	1A

解	分
14. (a) (i) $\angle EHG = 90^\circ$ （長方形性質）	
$\angle EHA = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ （直線上的鄰角）	
$\angle ADN = 90^\circ = \angle EHA$ （正方形性質）	
$CD // AB$ （正方形性質）	
$\angle DNA = \angle EAH$ （錯角，$CD // AB$）	
$\triangle EHA \sim \triangle ADN$ （AA）	

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(ii) $\angle CGN = 90^\circ$ （長方形性質）

$\angle ADN = 90^\circ = \angle CGN$ （正方形性質）

$\angle DNA = \angle GNC$ （對頂角）

$\triangle CGN \sim \triangle ADN$ （AA）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

解	分
(b) (i) 從 (a)，$\triangle EHA \sim \triangle CGN$。	1M
$\dfrac{GC}{EH} = \dfrac{CN}{AE}$	
$\dfrac{p}{p+1} = \dfrac{6-k}{4}$	1M+1M
$\dfrac{4p}{p+1} - 6 = -k$	
$k = \dfrac{2p+6}{p+1}$	1A
(ii) $\dfrac{2p+6}{p+1} > 3$ 及 $\dfrac{2p+6}{p+1} < 6$	1M
$2p+6 > 3p+3$ 　 $2p+6 < 6p+6$	
$p < 3$ 　 $p > 0$	
因此，$0 < p < 3$。	1A
15. 所求數目 $= 8 \times 7 \times C_3^{13} + 7 \times 6 \times C_3^{13}$	1M+1A
$= 28\,028$	1A

解	分
16. $\dfrac{256}{2^a} = \dfrac{2^b}{256}$ 及 $3 - \log_2(a-2) = \log_2(b+20) - 3$	1M+1M
$2^{a+b} = 2^{16}$ $\quad 6 = \log_2[(a-2)(b+20)]$	
$a + b = 16$ $\quad (a-2)(b+20) = 2^6$	
$(a-2)[(16-a)+20] = 64$	1M
$-a^2 + 38a - 136 = 0$	
$a = 34$ 或 4	
當 $a = 34$ 時，$b = 16 - 34 = -18$（捨去）。	
當 $a = 4$ 時，$b = 16 - 4 = 12$。	
因此，$a = 4$ 及 $b = 12$。	1A+1A
17. (a) 設 M 為 AC 的中點。	
$BM = 20\sin 60° = 10\sqrt{3}$ cm	
$BE = BM\sin 60° = 15$ cm	1A
$\angle BEC = 90°$。故此，BC 為 $\triangle BCE$ 的外接圓的直徑。	1M
因此，$DE = DB = DC = \dfrac{20}{2} = 10$ cm。	1A
(b) $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}$	1M
$= \sqrt{175}$ cm	
$AD = BM = 10\sqrt{3}$ cm	
$AE^2 = AD^2 + DE^2 - 2(AD)(DE)\cos\angle ADE$	1M
$\angle ADE \approx 49.5° \neq 90°$	
不同意該宣稱。	1A

解	分
18. (a) 設半徑為 r。A 的坐標為 $(0,\ r)$。	
$(3-0)^2+(r-9)^2=r^2$	1M
$-18r+90=0$	
$r=5$	1A
A 的坐標為 $(0,\ 5)$。	
(b) $x^2+(y-5)^2=5^2$	1M
$x^2+y^2-10y=0$	1A
(c) (i) Γ 為一對垂直於 L 的直線，且它們與 AB 的垂直距離等於 $\dfrac{BC}{2}$。	1A+1A
(ii) 設 C 的坐標為 $(t,\ 0)$。	
$\dfrac{9-0}{3-t}\times\dfrac{9-5}{3-0}=-1$	1M
$t=15$	
所求距離 $=\dfrac{BC}{2}-r$	1M
$=\dfrac{OC}{2}-5$	
$=\dfrac{5}{2}$	1A

解	分
19. (a) $B(-3,\ 4)$	1A
P 的對稱軸為 $x = \dfrac{6a}{2a}$，即 $x = 3$。	1A
C 的坐標為 $(9,\ 4)$。	1A
(b) $f(3) = 9a - 18a + 9a + b = b$	1M
P 的頂點的坐標為 $(3,\ b)$。	
$b - (-4) = 5$	
$b = 1$	1A
P 通過 B。	
$a(-3)^2 - 6a(-3) + (9a + 1) = 4$	
$36a + 1 = 4$	
$a = \dfrac{1}{12}$	1A
(c) (i) $ABDC$ 的面積在當 AD 為直徑時最大，即 $\angle ABD = 90°$。	1M
藉對稱性質，D 的坐標為 $(3,\ k)$，其中 k 為一常數。	
$\dfrac{k-4}{3+3} \times \dfrac{4+4}{-3-3} = -1$	1M
$k = \dfrac{17}{2}$	1A
D 的坐標為 $\left(3,\ \dfrac{17}{2}\right)$。	
(ii) $AB = \sqrt{(3+3)^2 + (4+4)^2} = 10$	
$BD = \sqrt{(3+3)^2 + \left(\dfrac{17}{2} - 4\right)^2} = \dfrac{15}{2}$	1A
設內切圓的半徑為 r。	
$\dfrac{\frac{15}{2} - r}{r} = \dfrac{\left(\frac{15}{2}\right)}{10}$	1M
$r = \dfrac{30}{7}$	
該圓的面積 $= \pi\left(\dfrac{30}{7}\right)^2$	
$< 25\pi$	
同意該宣稱。	1A