

REG-CP2A-2425-ASM-SET 3-MATH

建議題解

多項選擇題

- |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A  | 2. C  | 3. B  | 4. C  | 5. B  |
| 6. B  | 7. A  | 8. D  | 9. A  | 10. B |
| 11. A | 12. D | 13. C | 14. B | 15. C |
| 16. D | 17. D | 18. A | 19. B | 20. B |
| 21. B | 22. B | 23. C | 24. B | 25. A |
| 26. B | 27. D | 28. D | 29. D | 30. A |
| 31. A | 32. B | 33. A | 34. A | 35. C |
| 36. C | 37. C | 38. C | 39. A | 40. C |
| 41. B | 42. C | 43. C | 44. D | 45. C |
| 46. D | 47. C |       |       |       |

1. A

設  $DG = 3\text{ cm}$ 。則可得以下長度，如圖中所示。

$\triangle FIC \sim \triangle BIE$

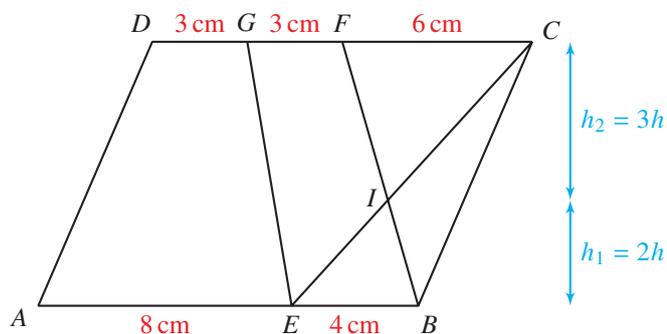
$$\begin{aligned} \frac{h_2}{h_1} &= \frac{FC}{EB} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

考慮  $\triangle BIC$  的面積，

$$\begin{aligned} \frac{(4)(5h)}{2} - \frac{(4)(2h)}{2} &= 6 \\ h &= 1 \end{aligned}$$

所求面積

$$\begin{aligned} &= \frac{(9)(5)}{2} - \frac{(6)(3)}{2} \\ &= 13.5\text{ cm}^2 \end{aligned}$$



2. C

設  $F$  為  $AE$  的延線與  $CD$  的延線的交點。

設  $AB : BC = 1 : r$ 。

由於  $\triangle CBD \sim \triangle CAF$ ， $FD : DC = 1 : r$ 。

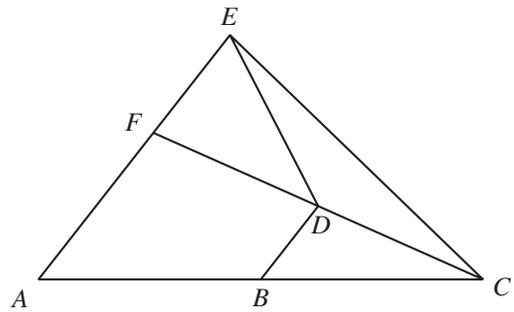
$$\triangle DEF \text{ 的面積} = \frac{8}{r} \text{ cm}^2$$

$$\triangle CAF \text{ 的面積} = \frac{4(1+r)^2}{r^2} \text{ cm}^2$$

$$8 + \frac{8}{r} + \frac{4(1+r)^2}{r^2} = 45$$

$$r = \frac{2}{3} \text{ 或 } -\frac{2}{11} \text{ (捨去)}$$

所以， $AB : BC = 3 : 2$ 。

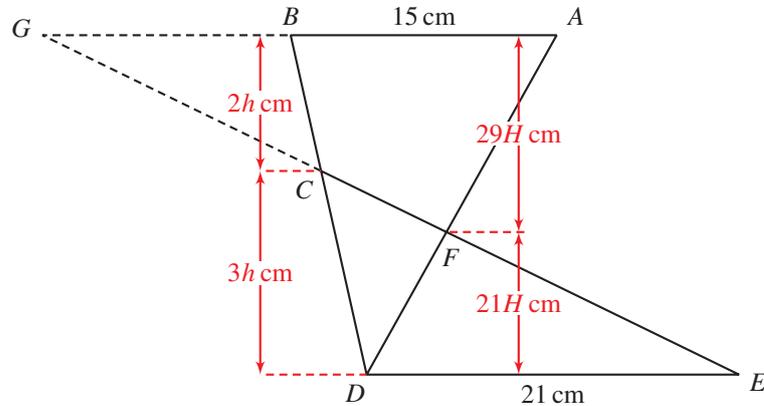


3. B

設  $AB = 15 \text{ cm}$ 。則  $DE = 21 \text{ cm}$ 。

設  $G$  為  $AB$  的延線與  $EC$  的延線的交點。

旋轉該圖使得平行線為水平，如下圖所示。



點 C

可得  $\triangle GBC \sim \triangle EDC$  (比例 2 : 3)。

設  $2h \text{ cm}$  及  $3h \text{ cm}$  分別為兩個三角形的高。

$$GB = \frac{2}{3} \times DE = 14 \text{ cm}$$

點 F

可得  $\triangle AFG \sim \triangle DFE$  (比例 29 : 21)。

設  $29H \text{ cm}$  及  $21H \text{ cm}$  分別為兩個三角形的高。

考慮  $\triangle CDF$  的面積。

$$\frac{21(3h)}{2} - \frac{21(21H)}{2} = 63$$

$$3h - 21H = 6$$

考慮該圖的總高度。

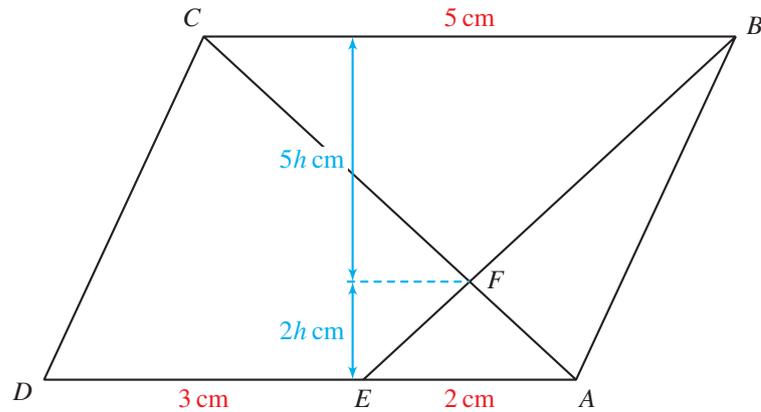
$$\begin{cases} 3h - 21H = 6 \\ 2h + 3h = 29H + 21H \end{cases}$$

求解後，可得  $h = \frac{20}{3}$  及  $H = \frac{2}{3}$ 。

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{29(29H)}{2} - \frac{14(2h)}{2} \\ &= 187 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

4. C

設  $BC = 5 \text{ cm}$ ，則可得如下圖所示的長度。



點 F 留意  $\triangle AEF \sim \triangle BCF$  (比例 2 : 5)。  
考慮  $\triangle DEF$  的面積。

$$\frac{(2)(2h)}{2} = 4$$

$$h = 2$$

$$\text{所求面積} = 5(5h + 2h)$$

$$= 70 \text{ cm}^2$$

5. B

設  $QT = 3 \text{ cm}$ 。則  $TR = 2 \text{ cm}$  及  $PS = 5 \text{ cm}$ 。

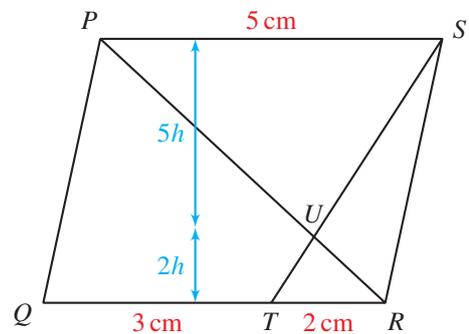
$\triangle PSU \sim \triangle RTU$  (比例 5 : 2)

$$\frac{(2)(2h)}{2} = 12$$

$$h = 6$$

$$\text{所求面積} = \frac{(5)(7h)}{2} - \frac{(2)(2h)}{2}$$

$$= 93 \text{ cm}^2$$



6. **B**

設  $BF = 1 \text{ cm}$ 。則  $FC = 2 \text{ cm}$  及  $AD = 3 \text{ cm}$ 。

考慮  $\triangle BEF$  的面積，

$$\frac{(1)(BE)}{2} = 2$$

$$BE = 4 \text{ cm}$$

$$AE = BE = 4 \text{ cm}$$

$$\text{所求面積} = (3)(8) - \frac{1}{2}(3)(4) - 2 - \frac{1}{2}(8)(2)$$

$$= 8 \text{ cm}^2$$

7. **A**

梯形橫切面的下底

$$= 24 - \sqrt{25^2 - 24^2}$$

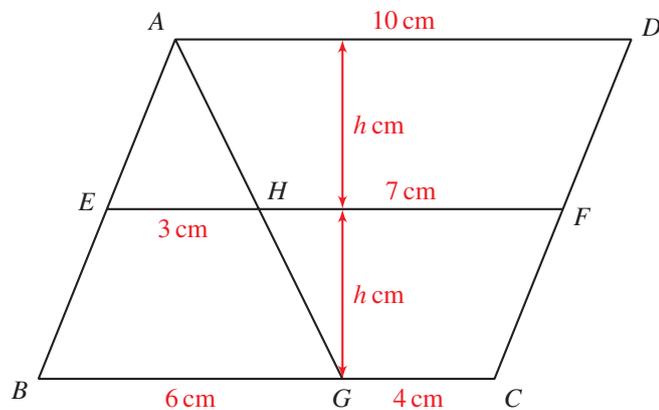
$$= 17 \text{ cm}$$

$$\text{所求體積} = \frac{(17 + 24)(24)}{2} \times 10$$

$$= 4920 \text{ cm}^3$$

8. **D**

設  $BG = 6 \text{ cm}$ 。則  $GC = 4 \text{ cm}$  及  $AD = 10 \text{ cm}$ 。



留意  $\triangle AEH \sim \triangle ABG$  (比例 1 : 2)。

可得  $EH = 3 \text{ cm}$  及  $HF = 7 \text{ cm}$ 。

考慮  $\triangle AEH$  的面積。

$$\frac{3(h)}{2} = 36$$

$$h = 24$$

$$\text{所求面積} = \frac{(7 + 4)h}{2}$$

$$= 132 \text{ cm}^2$$

9. A

$$CM = \sqrt{26^2 - 10^2}$$

$$= 24 \text{ cm}$$

$$BM = \sqrt{20^2 - \left(\frac{24}{2}\right)^2}$$

$$= 16 \text{ cm}$$

$$\text{所求面積} = \frac{(12)(16)}{2}$$

$$= 96 \text{ cm}^2$$

10. B

$$AE : EC = 24 : 36 = 2 : 3$$

點 E

留意  $\triangle CDE \sim \triangle AFE$  (比例 3 : 2)。

設  $CD = 3 \text{ cm}$  及兩個三角形的高分別為  $3h \text{ cm}$  及  $2h \text{ cm}$ 。

可得  $AF = BF = 2 \text{ cm}$ 。

考慮  $\triangle CDE$ 。

$$\frac{3(3h)}{2} = 36$$

$$h = 8$$

$$\text{所求面積} = \frac{(3+4)(5h)}{2}$$

$$= 140 \text{ cm}^2$$

11. A

設圓錐的斜高為  $\ell$ 。

$$4\pi r^2 = \pi r \ell$$

$$\ell = 4r$$

$$\text{體積} = \frac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{\ell^2 - r^2}$$

$$= \frac{\sqrt{15}}{3}\pi r^3$$

12. D

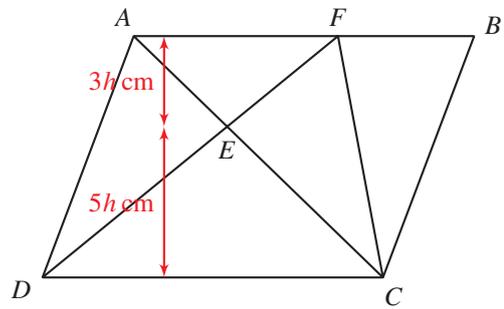
$\triangle AFE \sim \triangle CDE$  (比例 3 : 5)

設  $AF = 3 \text{ cm}$ ，則  $CD = 5 \text{ cm}$  及  $BF = 2 \text{ cm}$ 。

$$\frac{(2)(3h + 5h)}{2} = 16$$

$$h = 2$$

$$\triangle CDE \text{ 的面積} = \frac{(5)(5 \times 2)}{2} = 25 \text{ cm}^2$$





14. B

I. ✓。

由於  $TQ = TR$ ，可得  $\angle RQT = \angle TRQ$ 。

$$\angle RQT + \angle TRQ + \angle QTR = 180^\circ$$

$$2\angle RQT + 44^\circ = 180^\circ$$

$$\angle RQT = 68^\circ$$

由於  $TP = TS$ ，可得  $\angle TPS = \angle PST$ 。

$$\angle TPS + \angle PST + \angle STP = 180^\circ$$

$$2\angle TPS + 44^\circ = 180^\circ$$

$$\angle TPS = 68^\circ$$

由於  $\angle RQT = \angle TPS$ ，可得  $PS \parallel QR$ 。

II. ✗。

考慮  $\triangle RST$ 。

$$\angle SRT + \angle TSR = \angle QTR$$

$$\angle SRT + 32^\circ = 44^\circ$$

$$\angle SRT = 12^\circ$$

可得  $\angle SRQ = \angle SRT + \angle TRQ = 12^\circ + 68^\circ = 80^\circ \neq 78^\circ$ 。

III. ✓。

留意  $\triangle PTQ \cong \triangle STR$ 。

可得  $PQ = SR$ 。

15. C

在  $\triangle ABD$  中，可得  $\angle BAD = \angle ABD$ 。

$$\angle ABD + \angle BAD + \angle ADB = 180^\circ$$

$$2\angle ABD + 28^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ABD = 76^\circ$$

由於  $AB \parallel DC$ ，可得  $\angle CDB = \angle ABD = 76^\circ$ 。

在  $\triangle BCD$  中，可得  $\angle BCD = \angle CBD$ 。

$$\angle BCD + \angle CBD + \angle CDB = 180^\circ$$

$$2\angle BCD + 76^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BCD = 52^\circ$$

16. D

I. ✓。考慮  $\triangle URS$ 。

$$\angle URS = \angle USR \quad (\text{已知})$$

$$UR = US \quad (\text{等角對等邊})$$

II. ✓。考慮  $\triangle PQS$  及  $\triangle PRT$ 。

$$\angle PQU = \angle PTU \quad (\text{已知})$$

$$\angle QPS = \angle TPR \quad (\text{公共角})$$

$$\angle PRT + \angle PTU + \angle TPR = 180^\circ \quad (\triangle \text{內角和})$$

$$\angle PRT = 180^\circ - \angle PTU - \angle TPR$$

$$\angle PSQ + \angle QPS + \angle PQU = 180^\circ \quad (\triangle \text{內角和})$$

$$\angle PSQ = 180^\circ - \angle PQU - \angle QPS$$

$$= 180^\circ - \angle PTU - \angle TPR$$

$$= \angle PRT$$

考慮  $\triangle PRS$ 。

$$\angle URS = \angle USR \quad (\text{已知})$$

$$\angle PRS = \angle PRT + \angle URS$$

$$= \angle PSQ + \angle USR$$

$$= \angle PSR$$

$$PR = PS \quad (\text{等角對等邊})$$

III. ✓。考慮  $\triangle PQS$  及  $\triangle PTR$ 。

$$\angle PQU = \angle PTU \quad (\text{已知})$$

$$\angle QPS = \angle TPR \quad (\text{公共角})$$

$$PR = PS \quad (\text{已證明})$$

$$\triangle PQS \cong \triangle PTR \quad (AAS)$$

$$PQ = PT \quad (\text{全等 } \triangle \text{ 對應邊})$$

17. D

留意  $\triangle AFG \cong \triangle AEG$  (SAS)。

I. ✓。利用  $AECF$  為菱形的事實 (之後會證明)。

$$CF = AE \quad (\text{菱形性質})$$

$$\angle FBC = 90^\circ = \angle ADE \quad (\text{長方形性質})$$

$$BC = AD \quad (\text{長方形性質})$$

$$\triangle BCF \cong \triangle DAE \quad (RHS)$$

II. ✓。可得  $AB \parallel CD$ 。

$$\angle AFG = \angle CEG \quad (\text{錯角, } AB \parallel CD)$$

$$\angle AGF = \angle CGE \quad (\text{對頂角})$$

$$\triangle FAG \sim \triangle ECG \quad (AA)$$

III. ✓。留意  $\triangle AFC \cong \triangle AEC$  (SAS)。

$$\angle CAE = \angle CAB \quad (\text{已知})$$

$$\angle CAB = \angle ACE \quad (\text{錯角 } AB \parallel CD)$$

$$\angle CAE = \angle ACE$$

$$CE = AE \quad (\text{等角對等邊})$$

$$AE = AF \quad (\text{已知})$$

$$CE = CF \quad (\text{全等 } \triangle \text{ 的對應邊})$$

因此，可得  $AE = CE = CF = AF$  及  $AECF$  為一菱形。

18. A

$$\text{每隻內角} = \frac{(8-2)180^\circ}{8} = 135^\circ$$

考慮平行四邊形  $EFGI$ 。

$$\angle FGI + \angle EFG = 180^\circ$$

$$\angle FGI = 45^\circ$$

考慮  $\triangle FGH$ 。

$$\angle GHF + \angle GFH + \angle FGH = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle GHF &= \frac{180^\circ - 135^\circ}{2} \\ &= 22.5^\circ \end{aligned}$$

考慮  $\triangle GHJ$ 。

$$\begin{aligned} \angle HJI &= \angle HGJ + \angle GHJ \\ &= (135^\circ - 45^\circ) + 22.5^\circ \\ &= 112.5^\circ \end{aligned}$$

19. [B]

I.  $\times$ 。  $(n-2)180^\circ = 2520^\circ$

$$n = 16$$

II.  $\checkmark$ 。 外角 =  $\frac{360^\circ}{16} = 22.5^\circ$

III.  $\times$ 。 內角 =  $180^\circ - 22.5^\circ = 157.5^\circ$

20. [B]

$$\angle FAB = \frac{(6-2)180^\circ}{6} = 120^\circ$$

$$\angle GAB = 90^\circ$$

$$\angle FAG = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

留意  $AF = AG$ ，可得  $\angle AGF = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$ 。

$$\angle FGE = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

21. [B]

留意  $\angle ABC = \angle ECD$  及  $AB \parallel CE$ 。

$$\frac{\triangle ACE \text{ 的面積}}{\triangle ABC \text{ 的面積}} = \frac{CE}{AB}$$

$$\frac{\triangle ACE \text{ 的面積}}{50} = \frac{4}{5}$$

$$\triangle ACE \text{ 的面積} = 40 \text{ cm}^2$$

$$\triangle ACE \text{ 的面積} = 40 \text{ cm}^2$$

22. [B]

設  $G$  為  $BE$  上的一點使得  $DG \parallel BC$ 。

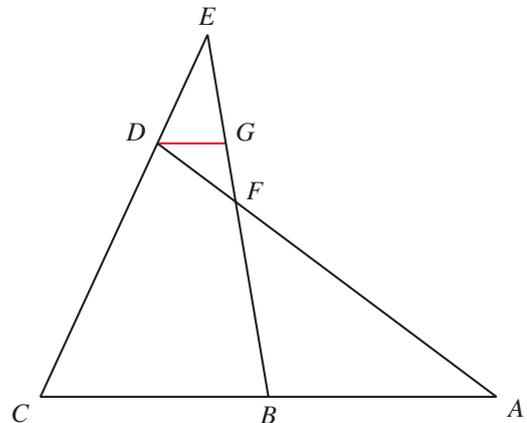
留意  $\triangle DFG \sim \triangle AFB$ 。

$$\begin{aligned} \frac{DG}{AB} &= \frac{FD}{AF} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

留意  $\triangle DEG \sim \triangle CEB$ 。

$$\begin{aligned} \frac{CE}{DE} &= \frac{BC}{DG} \\ &= \frac{AB}{DG} \\ &= 5 \end{aligned}$$

因此， $CD : DE = 4 : 1$ 。



23. C

考慮  $\triangle BCM$ 。

$$\begin{aligned} MC^2 &= BC^2 + BM^2 \\ MC &= \sqrt{12^2 + (12 - 7)^2} \\ &= 13 \text{ cm} \end{aligned}$$

留意  $\triangle CDN \sim \triangle MCB$ 。

$$\begin{aligned} \frac{CD}{MC} &= \frac{CN}{MB} \\ \frac{12}{13} &= \frac{CN}{12 - 7} \\ CN &= \frac{60}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MN : NC &= \left(13 - \frac{60}{13}\right) : \frac{60}{13} \\ &= 109 : 60 \end{aligned}$$

24. B

$$\begin{aligned} \frac{24}{1 + 3 \cos^2 \theta + 5 \cos^2(90^\circ - \theta)} &= \frac{24}{1 + 3 \cos^2 \theta + 5 \sin^2 \theta} \\ &= \frac{24}{1 + 3(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + 2 \sin^2 \theta} \\ &= \frac{12}{2 + \sin^2 \theta} \end{aligned}$$

由於  $0 \leq \sin^2 \theta \leq 1$ ，所求最大值為  $\frac{12}{2+0} = 6$ 。

25. A

$$\begin{aligned} &\frac{\sin(90^\circ + \theta)}{\sin(180^\circ - \theta) \tan(270^\circ - \theta)} - \cos^2(180^\circ - \theta) \\ &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta \times \frac{1}{\tan \theta}} - \cos^2 \theta \\ &= 1 - \cos^2 \theta \\ &= \sin^2 \theta \end{aligned}$$

26. B

$$\begin{aligned} \frac{1}{3 \sin^2 x + 2 \cos^2 x} &= \frac{1}{3(1 - \cos^2 x) + 2 \cos^2 x} \\ &= \frac{1}{3 - \cos^2 x} \end{aligned}$$

當  $\cos^2 x = 0$  時， $\frac{1}{3 - \cos^2 x} = \frac{1}{3}$ 。

當  $\cos^2 x = 1$  時， $\frac{1}{3 - \cos^2 x} = \frac{1}{2}$ 。

所求最大值 =  $\frac{1}{2}$

27. D

$$\begin{aligned} & \frac{\sin(270^\circ - x) \cos(90^\circ - x)}{1 - \sin^2 x} \\ &= \frac{-\cos x \sin x}{\cos^2 x} \\ &= -\tan x \end{aligned}$$

28. D

$$\begin{aligned} \frac{\tan 45^\circ}{1 - \cos \theta} + \frac{2 \sin 30^\circ}{1 + \sin(90^\circ + \theta)} &= \frac{1}{1 - \cos \theta} + \frac{1}{1 + \cos \theta} \\ &= \frac{1 + \cos \theta + 1 - \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} \\ &= \frac{2}{\sin^2 \theta} \end{aligned}$$

29. D

$$\begin{aligned} \frac{2 \cos \theta + 5}{\cos \theta + 2} &= \frac{2(\cos \theta + 2) + 1}{\cos \theta + 2} = 2 + \frac{1}{\cos \theta + 2} \\ \text{當 } \cos \theta = -1, \frac{2 \cos \theta + 5}{\cos \theta + 2} &= 3^\circ \\ \text{當 } \cos \theta = 1, \frac{2 \cos \theta + 5}{\cos \theta + 2} &= \frac{7}{3}^\circ \\ \text{最大值} &= 3 \end{aligned}$$

30. A

$$\frac{\cos(180^\circ - \theta)}{\tan(90^\circ - \theta)} - \sin(-\theta) = \frac{-\cos \theta}{\frac{1}{\tan \theta}} + \sin \theta = -\sin \theta + \sin \theta = 0$$

31. A

由於  $-1 \leq \cos 3x \leq 1$ ,  $f(x)$  的極大值及極小值分別為  $a + b$  及  $a - b$ 。

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ a - b = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow a = \frac{3}{4} \text{ 及 } b = \frac{1}{4}$$

32. B

$$\begin{aligned} & [\sin(90^\circ + \theta) + 1][\cos(360^\circ - \theta) - 1] \\ &= (\cos \theta + 1)(\cos \theta - 1) \\ &= \cos^2 \theta - 1 \\ &= -\sin^2 \theta \end{aligned}$$

33. A

$$\begin{aligned} & \sin(360^\circ - \theta) \tan(270^\circ + \theta) \\ &= (-\sin \theta) \left( -\frac{1}{\tan \theta} \right) \\ &= \sin \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \cos \theta \end{aligned}$$

34. A

$$\frac{\sin(-\theta)\sin(180^\circ + \theta)}{\cos(270^\circ - \theta)\cos(180^\circ - \theta)} = \frac{-\sin\theta(-\sin\theta)}{(-\sin\theta)(-\cos\theta)}$$
$$= \tan\theta$$

35. C

$$\frac{2\sin(90^\circ + \theta) - 4\sin(180^\circ - \theta)}{4\cos\theta + 2\sin\theta}$$
$$= \frac{2\cos\theta - 4\sin\theta}{4\cos\theta + 2\sin\theta}$$
$$= \frac{2 - 4\tan\theta}{4 + 2\tan\theta}$$
$$= \frac{2 - 4\left(-\frac{2}{5}\right)}{4 + 2\left(-\frac{2}{5}\right)}$$
$$= \frac{9}{8}$$

36. C

點子的數目藉 +5, +7, +9, ... 求得。

點子的數目的數列為 6, 11, 18, 27, 38, 51, 66, ...。

所求數目為 66。

37. C

點子的數目藉 +6, +10, +14, ... 求得。

點子的數目的數列為 1, 7, 17, 31, 49, 71, 97, ...。

所求數目為 97。

38. C

點子的數目藉 +3, +4, +5, ... 求得。

點子的數目的數列為 2, 5, 9, 14, 20, 27, 35, ...。

所求數目為 35。

39. A

點子的數目藉 +5, +7, +9, ... 求得。

點子的數目的數列為 3, 8, 15, 24, 35, 48, 63, ...。

所求數目為 63。

40.  C

代  $n = 3$  至  $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ 。

$$a_5 = a_3 + a_4$$

$$70 = 4 + a_4$$

$$a_4 = 66$$

代  $n = 4$  至  $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ 。

$$a_6 = a_4 + a_5$$

$$a_6 = 66 + 70$$

$$a_6 = 136$$

41.  B

代  $n = 3$  至  $a_n = 2a_{n-2} + a_{n-1}$ 。

$$a_3 = 2a_1 + a_2$$

$$a_3 = 2(2) + 5$$

$$a_3 = 9$$

代  $n = 4$ 、 $n = 5$ 、 $n = 6$  及  $n = 7$  至  $a_n = 2a_{n-2} + a_{n-1}$ 。

$$a_4 = 2a_2 + a_3 \quad a_5 = 2a_3 + a_4 \quad a_6 = 2a_4 + a_5 \quad a_7 = 2a_5 + a_6$$

$$a_4 = 2(5) + 9 \quad a_5 = 2(9) + 19 \quad a_6 = 2(19) + 37 \quad a_7 = 2(37) + 75$$

$$a_4 = 19 \quad a_5 = 37 \quad a_6 = 75 \quad a_7 = 149$$

42.  C

點子的數目藉  $+4$ ， $+4$ ， $+4$ ，... 求得。

點子的數目的數列為 3，7，11，15，19，23，27，31，35，39，43，47，...。

所求數目為 47。

43.  C

將該數列的第  $n$  項記為  $a_n$ 。

可得  $a_4 = 34$ 、 $a_7 = 144$  及對任意正整數  $n$ ， $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ 。

設  $a_3 = x$ 。

代  $n = 3$  至  $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ 。

$$a_5 = a_3 + a_4$$

$$a_5 = x + 34$$

代  $n = 4$  及  $n = 5$  至  $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ 。

$$a_6 = a_4 + a_5 \qquad a_7 = a_5 + a_6$$

$$a_6 = 34 + (x + 34) \qquad 144 = (x + 34) + (x + 68)$$

$$a_6 = x + 68 \qquad x = 21$$

44.  D

數字由  $+2, +4, +6, \dots$  組成。

該數列為  $4, 6, 10, 16, 24, 34, 46, 60$ 。

所求數目 is  $60$ 。

45.  C

點子的數目藉  $+5, +5, +5, \dots$  求得。

點子的數目的數列為  $11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, \dots$ 。

所求數目為  $41$ 。

46.  D

數字由  $+2, +4, +6, \dots$  組成。

點子的數目的數列為  $3, 5, 9, 15, 23, 33, 45, \dots$ 。

所求數目為  $45$ 。

47.  C

點子的數目藉  $+4, +7, +10, +13, \dots$  求得。

點子的數目的數列為  $1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, \dots$ 。

所求數目為  $92$ 。