1. (a) $AD = CB$ （正方形性質）

$\angle ADR = 90°$ （正方形性質）

$\angle CBP = 90°$ （正方形性質）

$= \angle ADR$

$\angle CPB = \angle RAB$ （同位角，$AR // PC$）

$\angle ARD = \angle RAB$ （錯角，$AB // DC$）

$= \angle CPB$

$\triangle ADR \cong \triangle CBP$ （AAS）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $\angle ARD + \angle DAR + 90° = 180°$

$$\angle ARD + \frac{\angle ARD}{4} = 90°$$

$$\angle ARD = 72°$$

由於 $\triangle ADR \cong \triangle CBP$，可得 $\angle CPB = \angle ARD = 72°$。 1M

留意 $QC = AR = PC$。$\triangle CPQ$ 為等腰三角形。 1M

$\angle CQB = \angle CPB = 72°$ 1A

2. (a) $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ （已知）

$\angle BAE = \angle DCE$ （相似 $\triangle$ 的對應角）

$AB // DC$ （錯角相等）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $\angle BDC = \angle ABD$ 1M

$\angle BDC + \angle ACD = \angle BEC$

$\angle BDC + 2\angle BDC = 75°$

$\angle BDC = 25°$

$\angle ADC = \dfrac{180° - \angle ACD}{2}$ 1M

$= 65°$

$\angle ADB = 65° - 25°$

$= 40°$ 1A

3. (a) $\angle ABC = 90^\circ$ （已知）

$\angle BCD + 90^\circ = 180^\circ$ （同旁內角，$AB // DC$）

$\angle BCD = 90^\circ = \angle ABC$

$\angle BAE = \angle CED$ （已知）

$\triangle ABE \sim \triangle ECD$ （AA）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) (i) $\angle AEB = \angle EDC$ 1M

$\angle AED = 180^\circ - \angle AEB - \angle DEC$

$= 180^\circ - \angle EDC - \angle DEC$

$= \angle DCE$

$= 90^\circ$

$\triangle ADE$ 為直角三角形。 1A

(ii) $\dfrac{AE}{DE} = \dfrac{AB}{CE}$ 1M

$\dfrac{AE}{28} = \dfrac{12}{16}$

$AE = 21\text{ cm}$

所求面積 $= \dfrac{(21)(28)}{2}$

$= 294\text{ cm}^2$ 1A

4. (a) (i) $AB = AD$ （已知）

$\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ （已知）

$AC = AC$ （公共邊）

$\triangle ABC \cong \triangle ADC$ （RHS）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(ii) $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ （已證明）

$CD = BC$ （全等 △ 的對應邊）

$\angle ECD = \angle ECB$ （全等 △ 的對應角）

$CE = CE$ （公共邊）

$\triangle BCE \cong \triangle DCE$ （SAS）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $\angle BFD + \angle FBC = 90° + 90° = 180°$

故此，$DE // BC$。 1M

可得 $\angle DEC = \angle BCE$ 及 $\angle DEC = \angle BEC$。

因此，可得 $\angle BEC = \angle BCE$ 及 $BE = BC$。 1M

則 $DE = CD = CB = BE$ 及 $BCDE$ 為菱形。

該宣稱正確。 1A

5. (a) $\angle ABE = \angle CDE$ （錯角，$AB // DC$）

$\angle BAE = \angle DCE$ （錯角，$AB // DC$）

$\triangle ABE \sim \triangle CDE$ （AA）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $\dfrac{CE}{CD} = \dfrac{AE}{AB}$

$\dfrac{CE}{74} = \dfrac{175 - CE}{111}$

$111CE = 12\,950 - 74CE$

$CE = 70\text{ cm}$

$DC^2 = 74^2 = 5476\text{ cm}^2$

$DE^2 + CE^2 = 24^2 + 70^2 = 5476\text{ cm}^2 = DC^2$ 1A

因此，$\angle DEC = 90°$。

可得 $\angle BEC = 180° - 90° = 90°$。

$\triangle BCE$ 為直角三角形。 1A

6. (a) $\angle BEC = \angle ECD$ （已知）

$BE // CD$ （錯角相等）

$\angle BEA = \angle CDE$ （同位角，$BE // CD$）

$\angle BAE = \angle CED$ （同位角，$AB // EC$）

$\triangle ABE \sim \triangle ECD$ （AA）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $\frac{AB}{EC} = \frac{AE}{ED}$ 1M

$\frac{36}{12} = \frac{80 - ED}{ED}$

$36ED = 960 - 12ED$

$ED = 20\,\text{cm}$

$CE^2 + CD^2 = 12^2 + 16^2 = 400\,\text{cm}^2$

$ED^2 = 20^2 = 400\,\text{cm}^2 = CE^2 + CD^2$ 1M

可得 $\angle ECD = 90°$。

由於 $\triangle ABE \sim \triangle ECD$，可得 $\angle ABE = \angle ECD = 90°$。

因此，$\triangle ABE$ 為直角三角形。 1A

7. (a) $\angle BAC = \angle ADC$ （已知）

$\angle DAC = \angle ACB$ （錯角，$AD // BC$）

$\triangle ADC \sim \triangle CAB$ （AA）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $\frac{AC}{CB} = \frac{DC}{AB}$

$\frac{AC}{625} = \frac{168}{175}$ 1M

$AC = 600\,\text{cm}$

$AB^2 + AC^2 = 175^2 + 600^2 = 390\,625\,\text{cm}^2$

$BC^2 = 625^2 = 390\,625\,\text{cm}^2 = AB^2 + AC^2$ 1M

可得 $\angle BAC = 90°$ 及 $\angle ADC = \angle BAC = 90°$。

同意該宣稱。 1A

8. (a) $\angle ABE = \angle ECF = 90°$ （正方形性質）

$\angle BEA + \angle ABE + \angle BAE = 180°$ （△ 內角和）

$\angle BAE = 90° - \angle BEA$

$\angle AEF = 90°$ （已知）

$\angle BEA + \angle AEF + \angle CEF = 180°$ （直線上的鄰角）

$\angle CEF = 90° - \angle BEA$

$= \angle BAE$

$\triangle ABE \sim \triangle ECF$ （AA）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $\dfrac{BE}{CF} = \dfrac{AB}{EC}$

$\dfrac{48-12}{CF} = \dfrac{48}{12}$ 1M

$CF = 9\text{ cm}$

所求面積

$= 48^2 - \dfrac{(48)(36)}{2} - \dfrac{(12)(9)}{2} - \dfrac{(48)(48-9)}{2}$ 1M

$= 450\text{ cm}^2$ 1A

9. (a) $\angle EFD = \angle AFB$ （對頂角）

$\angle EDF = 90° - \angle CBE$ （已知）

$\angle ABC = 90°$ （已知）

$\angle ABF = 90° - \angle CBE$

$= \angle EDF$

$\triangle DEF \sim \triangle BAF$ （AA）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) (i) $\angle DEF = \angle BAF = 90°$ 1M

$\triangle BDE$ 為直角三角形。 1A

(ii) 設 $DF = x\text{ cm}$。則 $AF = (25-x)\text{ cm}$。

$\dfrac{DF}{BF} = \dfrac{EF}{AF}$

$\dfrac{x}{25} = \dfrac{6}{25-x}$ 1M

$25x - x^2 = 150$

$-x^2 + 25x - 150 = 0$

$x = 10$ 或 15（捨去）

$DE = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{ cm}$ 1M

$BD = \sqrt{(25+6)^2 + 8^2} = \sqrt{1025}\text{ cm}$

所求周界 $= (25+6) + 8 + \sqrt{1025}$

$= (39 + 5\sqrt{41})\text{ cm}$ 1A

$\approx 71.0\text{ cm}$

10. (a) $\angle ABH = 90°$ （正方形性質）

$\angle BCG = 90°$ （正方形性質）

$= \angle ABH$

$AB = BC = CD$ （正方形性質）

$DG = HC$ （已知）

$BH = BC - HC$

$= CD - DG$

$= CG$

$\triangle ABH \cong \triangle BCG$ （SAS）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $\triangle BHF$、$\triangle AHB$、$\triangle BGC$ 1A

(c) 留意 $\triangle AHB \sim \triangle ABF$。

$$\frac{AB}{AF} = \frac{AH}{AB}$$ （相似 △ 的對應邊） 1M

$$AB^2 = AF(AF + AH)$$

$$AB^2 - AF^2 = AF \times FH$$ 1

11. (a) $DE = DE$ （公共邊）

$\angle DFE = 90°$ （已知）

$\angle DCE = 90°$ （長方形性質）

$= \angle DFE$

$AD = AE$ （已知）

$\angle AED = \angle ADE$ （等腰 △ 底角）

$AD // BC$ （長方形性質）

$\angle CED = \angle ADE$ （錯角，$AD // BC$）

$= \angle AED$

$\triangle CDE \cong \triangle FDE$ （AAS）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(b) $AF = AE - FE = AE - CE = 5 - 1 = 4\text{ cm}$ 1M

$DF = \sqrt{AD^2 - AF^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{ cm}$ 1M

$\triangle ADF$ 的面積 $= \dfrac{1}{2}(4)(3) = 6\,\text{cm}^2$ 1A

12. (a) 可得 $CE = AD = 7\,\text{cm}$ 及 $DF = CG$。 1M

$$\begin{aligned} CG &= DF \\ &= 10 - CE + EF \\ &= 10 - 7 + 3 \\ &= 6\,\text{cm} \end{aligned}$$ 1A

(b) $\angle HEF = \angle CEG$ （公共角）

$\triangle ADF \cong \triangle ECG$ （已知）

$\angle EFH = \angle EGC$ （同位角，$\cong \triangle s$）

$\triangle EHF \sim \triangle ECG$ （AA）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(c) $EG = \sqrt{6^2 + 7^2} = \sqrt{85}\,\text{cm}$ 1M

設 h 為 H 至 EF 的垂直距離。

考慮 $\triangle EFH$ 與 $\triangle CEG$ 的面積比。

$$\frac{\left(\frac{(3)(h)}{2}\right)}{\left(\frac{(7)(6)}{2}\right)} = \left(\frac{3}{\sqrt{85}}\right)^2$$ 1M

$$h = \frac{126}{85}$$

HT 的最短長度 $= 7 - h$ 1M

$\approx 5.52\,\text{cm}$

$< 5.6\,\text{cm}$

同意該宣稱。 1A

13. (a) $\angle DCE = \angle DCB$ （已知）

$\angle EDC = \angle DCB$ （錯角，$BC // DE$）

$= \angle DCE$

$DE = CE$ （等角對等邊）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) 留意 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$。

$AE : AC = AD : AB$

$= 5 : (5 + 3)$

$AE : EC = 5 : (8 - 5)$

$= 5 : 3$ 1A

$\sin \angle BAC = \dfrac{DE}{AE}$ 1M

$= \dfrac{CE}{AE}$

$= \dfrac{3}{5}$

$\angle BAC \approx 36.9°$ 1A

14. (a) $CB = CD$ （正方形性質）

$BQ = DP$ （已知）

$\angle CDP = 90°$ （正方形性質）

$\angle CBA = 90°$ （正方形性質）

$\angle CBQ + \angle CBA = 180°$ （直線上的鄰角）

$\angle CBQ + 90° = 180°$

$\angle CBQ = 90°$

$= \angle CDP$

$\triangle CBQ \cong \triangle CDP$ （SAS）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) 可得 $\angle BCQ = \angle DCP$。 1M

$\angle PCQ = \angle BCQ + \angle BCP$

$= \angle DCP + \angle BCP$

$= \angle BCD$

$= 90°$

因此，$\triangle CPQ$ 為直角三角形。 1A

(c) $CP = CQ = 8\text{ cm}$

$\triangle CPQ$ 為等腰直角三角形。

可得 $\angle CPQ = 45°$。

設 d 為 C 至 PQ 的最短距離。

$\sin 45° = \dfrac{d}{PC}$ 1M

$d = 4\sqrt{2}\text{ cm}$

$> 5\text{ cm}$

PQ 上沒有點 F 使得 F 與 C 的距離小於 5 cm。 1A

15. (a)

$$\begin{aligned}
\angle CFE &= 90^\circ && \text{（已知）}\\
\angle CFB &= 90^\circ && \text{（已知）}\\
\angle DFE &= \angle CFB = 90^\circ && \text{（對頂角）}\\
\angle CED &= 90^\circ && \text{（長方形性質）}\\
\angle FED &= 90^\circ - \angle CEF &&\\
\angle CEF + \angle EFC + \angle FCE &= 180^\circ && \text{（}\triangle\text{ 內角和）}\\
\angle CEF + 90^\circ + \angle FCE &= 180^\circ &&\\
\angle FCE &= 90^\circ - \angle CEF &&\\
&= \angle FED &&\\
\triangle CEF &\sim \triangle EDF && \text{（AA）}
\end{aligned}$$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) (i) 留意 $CE = AD = BC$ 及 $CF \perp BE$。 1M

可得 $BF = EF$。

F 為 BE 的中點。 1

(ii) $EF = BF = 12$ cm

$CF = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ cm 1M

由於 $\triangle CEF \sim \triangle EDF$。

$$\frac{ED}{CE} = \frac{EF}{CF}$$

$$\frac{ED}{15} = \frac{12}{9}$$ 1M

$ED = 20$ cm 1A

16. $\boxed{\text{D}}$

$DE = \frac{1}{2}AD = 1$ cm

$DG = \frac{1}{2}CD = 1$ cm

留意 $\triangle CDE \cong \triangle ADG$。

可得 $\angle DAG = \angle DCE$。

考慮 $\triangle ADG$。

$$AG^2 = AD^2 + DG^2$$

$$AG = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}\text{ cm}$$

留意 $\triangle CFG \sim \triangle ADG$。

$$\frac{\triangle CFG \text{ 的面積}}{\triangle ADG \text{ 的面積}} = \left(\frac{CG}{AG}\right)^2$$

$$\frac{\triangle CFG \text{ 的面積}}{\frac{1}{2}(2)(1)} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$\triangle CFG \text{ 的面積} = \frac{1}{5} \text{ cm}^2$$

17. $\boxed{\text{B}}$

$$\angle BAC + 2\angle CBD + 2\angle BCD = 180^\circ$$
$$\angle CBD + \angle BCD = 55^\circ$$
$$\angle BDC + \angle CBD + \angle BCD = 180^\circ$$
$$\angle BDC = 125^\circ$$

18. $\boxed{\text{D}}$

I. ✓。

$$(n-2)180^\circ = 360^\circ$$
$$n = 4$$

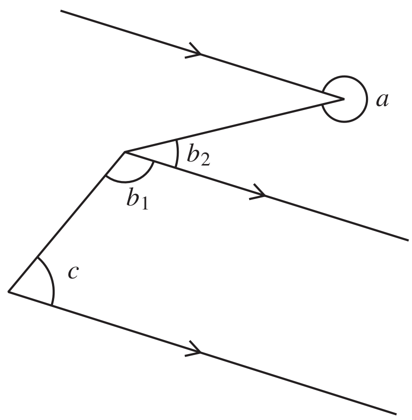
該正多邊形為正方形。

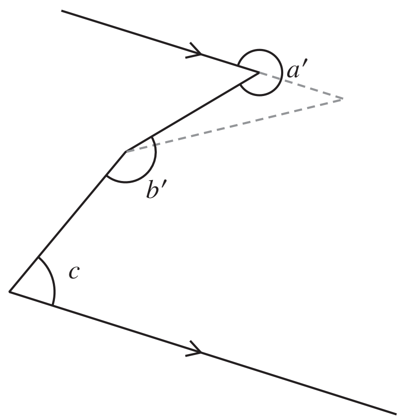
II. ✓。
正方形性質。

III. ✓。
正方形性質。

19. $\boxed{\text{A}}$

（左圖）作一平行線通過對應角 b 的頂點。
（右圖）向左移對應角 a 的頂點。





I. ✓。

考慮左圖。

可得 $b_2 + a = 360°$ 及 $b_1 + c = 180°$。

$$\begin{aligned} a + b + c &= a + (b_1 + b_2) + c \\ &= (a + b_2) + (b_1 + c) \\ &= 360° + 180° \\ &= 540° \end{aligned}$$

II. ✗。

考慮右圖。可得 $a' < a$ 及 $b' > b$。

可得 $a' - b' + c < a - b' + c < a - b + c$。

等式 $a - b + c = 270°$ 不能在兩個情況均成立。

III. ✗. 考慮右圖。可得 $a' < a$ 及 $b' > b$。

可得 $a' - b' - c < a - b' - c < a - b - c$。

等式 $a - b - c = 90°$ 不能在兩個情況均成立。

20. $\boxed{\text{C}}$

設 M 為 BC 的中點。

可得 $AB = AC = 2a$ 及 $BM = CM = \dfrac{a}{2}$。

留意 $\triangle ACM \sim \triangle BCD$。

$$\frac{CD}{CM} = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{CD}{\left(\frac{a}{2}\right)} = \frac{a}{2a}$$

$$CD = \frac{a}{4}$$

$$BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}a}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{1}{2} \times BD \times CD \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{15}a}{4} \times \frac{a}{4} \\ &= \frac{\sqrt{15}a^2}{32} \end{aligned}$$

21. $\boxed{\text{A}}$

由於 $\triangle DEF$ 及 $\triangle EFG$ 為等邊，可得 $\angle DEF = \angle FEG = 60°$。

考慮正五邊形 $ABCDE$。

$$5\angle AED = (5 - 2)180°$$

$$\angle AED = 108°$$

考慮在點 E 的角。

$$\begin{aligned}\angle AED + \angle DEF + \angle FEG + \angle GEA &= 360^\circ \\ 108^\circ + 60^\circ + 60^\circ + \angle GEA &= 360^\circ \\ \angle GEA &= 132^\circ\end{aligned}$$

留意 $EG = EF = ED = EA$，可得 $\angle EAG = \angle AGE$。

$$\begin{aligned}\angle EAG + \angle AGE + \angle GEA &= 180^\circ \\ 2\angle EAG + 132^\circ &= 180^\circ \\ \angle EAG &= 24^\circ\end{aligned}$$

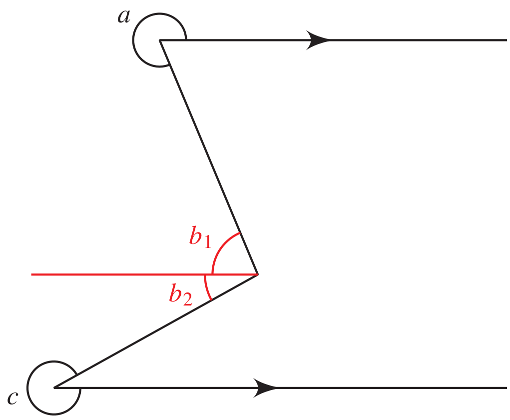
22. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。

參照下圖。

留意 $a + b_1 = 360^\circ$ 及 $c + b_2 = 360^\circ$。

$$\begin{aligned}a + b + c &= (a + b_1) + (b_2 + c) \\ &= 360^\circ + 360^\circ \\ &= 720^\circ\end{aligned}$$



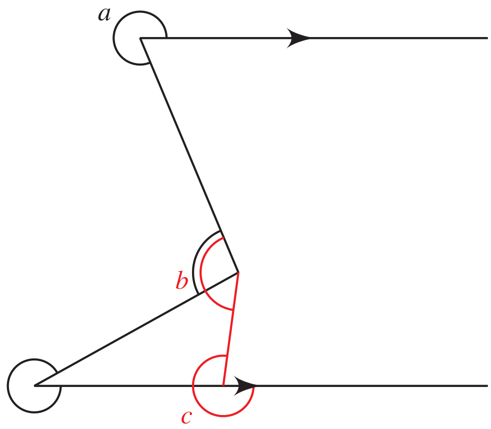
II. ✓。

留意 $a + b_1 = 360^\circ$。

$$\begin{aligned}a + b &= (a + b_1) + b_2 \\ &= 360^\circ + b_2 \\ &> 360^\circ\end{aligned}$$

III. ✗。

參照下圖。



留意 b 變大且 c 變小。

$a + b - c$ 的結果變大。

該方程不能在兩個情況都成立。

23. $\boxed{\text{D}}$

$360° - 44° = 316°$

所求方位角為 316°。

24. $\boxed{\text{B}}$

留意 $\triangle ADE \sim \triangle ACF$。

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AF}$$

$$\frac{AD}{AD + 10} = \frac{6}{6 + 6}$$

$$AD = 10\text{ cm}$$

在 $\triangle ADE$ 中，可得 $DE = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{ cm}$。

$$\frac{CF}{DE} = \frac{AF}{AE}$$

$$\frac{CF}{8} = \frac{6 + 6}{6}$$

$$CF = 16\text{ cm}$$

在 $\triangle BCF$ 中，可得 $BC = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20\text{ cm}$。

25. $\boxed{\text{A}}$

由於 $BA // CE$，可得 $\angle BAC = \angle ACD = 65°$。

$$\angle ACB + 65° + 38° = 180°$$

$$\angle ACB = 77°$$

在 $\triangle EAC$ 中，可得 $\angle AEC = \angle ACE = 77°$。

$$\begin{aligned}\angle EAC + \angle AEC + \angle ACE &= 180° \\ \angle EAC + 77° + 77° &= 180° \\ \angle EAC &= 26°\end{aligned}$$

26. $\boxed{\text{D}}$

I. ✗。
每對內角及外角的總和均為 180°。
每隻外角 $= 180° \times \dfrac{1}{1+5}$
$= 30°$
多邊形的外角總和為 360°。
可得 $n = \dfrac{360°}{30} = 12 \neq 10$。

II. ✓。
每隻內角 $= 180° - 30°$
$= 150°$

III. ✓。

27. $\boxed{\text{C}}$

由於 $\triangle ABC$ 為等邊，可得 $\angle BAC = 60°$。
由於 $ACDE$ 為正方形，可得 $\angle CAE = 90°$。
考慮正五邊形 $AEFGH$。

$$\begin{aligned}5\angle EAH &= (5-2)180° \\ \angle EAH &= 108°\end{aligned}$$

考慮在點 A 的角。

$$\begin{aligned}\angle BAC + \angle CAE + \angle EAH + \angle HAB &= 360° \\ 60° + 90° + 108° + \angle HAB &= 360° \\ \angle HAB &= 102°\end{aligned}$$

留意 $AH = AE = AC = AB$，可得 $\angle AHB = \angle ABH$。

$$\begin{aligned}\angle AHB + \angle ABH + \angle HAB &= 180° \\ 2\angle AHB + 102° &= 180° \\ \angle AHB &= 39°\end{aligned}$$

28. $\boxed{\text{C}}$

$\triangle AFG \sim \triangle AED$

$$\frac{FG}{DE} = \frac{AG}{AD}$$

$$\frac{FG}{5} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{5^2 + 12^2}}{12}$$

$$FG = \frac{65}{24}$$

29. $\boxed{\text{A}}$

$BCDE$ 為菱形。

$\angle BCE = \angle DCE = 58°$

$$\angle ACB + \angle BCE + \angle DCE = 180°$$
$$\angle ACB + 58° + 58° = 180°$$
$$\angle ACB = 64°$$

$\angle BAC = \angle ACB = 64°$

$$\angle ACB + \angle BAC + \angle ACB = 180°$$
$$\angle ACB + 64° + 64° = 180°$$
$$\angle ACB = 52°$$

30. $\boxed{\text{D}}$

由於 $AB = BE$，可得 $\angle AEB = \angle BAE$。

$$\angle AEB + \angle BAE = \angle ABF$$
$$2\angle AEB = 132°$$
$$\angle AEB = 66°$$

由於 $AD // FC$，可得 $\angle EAD = \angle AEB = 66°$。
由於 $AE = DE$，可得 $\angle ADE = \angle EAD = 66°$。

$$\angle EAD + \angle ADE + \angle DEA = 180°$$
$$66° + 66° + \angle DEA = 180°$$
$$\angle DEA = 48°$$

留意 BEC 為直線。

$$\angle AEB + \angle DEA + \angle DEC = 180°$$
$$66° + 48° + \angle DEC = 180°$$
$$\angle DEC = 66°$$

31. $\boxed{\text{C}}$

由於 $BA // CD$。

$$\angle ADC + \angle BAD = 180^\circ \quad 及 \quad \angle CBA + \angle DCB = 180^\circ$$
$$110^\circ + \angle BAD = 180^\circ \qquad \angle CBA + 125^\circ = 180^\circ$$
$$\angle BAD = 70^\circ \qquad \angle CBA = 55^\circ$$

由於 $AB = BD$，可得 $\angle ADB = \angle BAD = 70^\circ$。

$$\angle DBA + \angle ADB + \angle BAD = 180^\circ$$
$$\angle DBA + 70^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$
$$\angle DBA = 40^\circ$$

因此，$\angle DBC = \angle CBA - \angle DBA = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ$。

32. $\boxed{\text{B}}$

設 $\angle BAC = x$。
由於 $DE = DA$，可得 $\angle AED = \angle DAE = x$。
考慮 $\triangle ADE$。

$$\angle DAE + \angle AED = \angle BDE$$
$$x + x = \angle BDE$$
$$\angle BDE = 2x$$

由於 $BD = BE$，可得 $\angle DEB = \angle BDE = 2x$。
AEC 為直線。

$$\angle BEC + \angle DEB + \angle AED = 180^\circ$$
$$\angle BEC + 2x + x = 180^\circ$$
$$\angle BEC = 180^\circ - 3x$$

由於 $BE = BC$，可得 $\angle ECB + \angle BEC = 180^\circ - 3x$。
由於 $AB = AC$，可得 $\angle CBA = \angle ACB = 180^\circ - 3x$。

$$\angle BAC + \angle ACB + \angle CBA = 180^\circ$$
$$x + (180^\circ - 3x) + (180^\circ - 3x) = 180^\circ$$
$$x = 36^\circ$$

33. $\boxed{\text{C}}$

由於 $CF = CD$，可得 $\angle CDF = \angle CFD$。
$$\angle CFD + \angle CDF + \angle DCF = 180^\circ$$
$$2\angle CFD + 74^\circ = 180^\circ$$
$$\angle CFD = 53^\circ$$

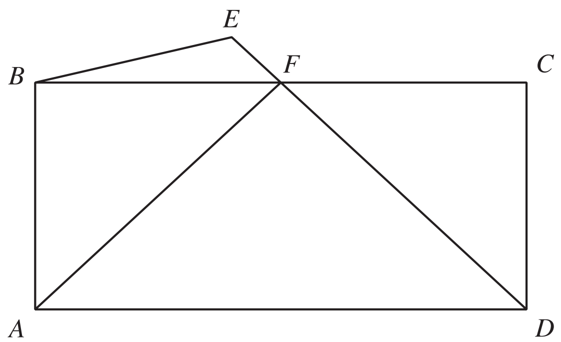
$$\angle AFD + \angle EDF = 180°$$
$$\angle AFD + 40° = 180°$$
$$\angle AFD = 140°$$
$$\angle AFB + \angle BFC + \angle CFD + \angle AFD = 360°$$
$$\angle AFB + 60° + 53° + 140° = 360°$$
$$\angle AFB = 107°$$
$$\angle ABF + \angle AFB + \angle BAF = 180°$$
$$\angle ABF + 107° + 30° = 180°$$
$$\angle ABF = 43°$$

34. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。
由於 $AF = FD$，可得 $\angle DAF = \angle FDA$。
由於 $BF // AD$，可得 $\angle BFE = \angle FDA$。

II. ✓。
可得 $AF = FD$、$AB = CD$ 及 $\angle ABF = \angle FCD = 90°$。

III. ✗。
考慮下圖。$ABCD$ 為長方形且 $AF = DF$。



留意 $\angle DAF \neq \angle FBE$。

35. $\boxed{\text{B}}$

留意 $\triangle ABC \sim \triangle CDE$。
$$\frac{CE}{AC} = \frac{CD}{AB}$$
$$\frac{CE}{\sqrt{16^2 + 30^2}} = \frac{12}{16}$$
$$CE = 25.5 \text{ cm}$$

所求周界 $= 2(34 + 25.5)$
$= 119 \text{ cm}$

36. $\boxed{\text{D}}$

$\angle ABC = \dfrac{(5-2)180°}{5} = 108°$

$\angle BAC = \dfrac{180° - 108°}{2} = 36°$

設 F 為 A 以東的一點。

$\angle BAF = 90° - 81° = 9°$

$\angle CAF = 36° - 9° = 27°$

留意 $AC // ED$。

設 G 為 D 以西的一點。

$\angle GDE = \angle CAF = 27°$

$\angle GDC = 27° + 108° = 135°$

$135° - 90° = 45°$

由 D 測得 C 的方位角為 N45°E。

37. $\boxed{\text{D}}$

I. ✓。

所求之和 $= (6-2)180°$

$= 720°$

II. ✗。

每隻內角 $= \dfrac{720°}{6}$

$= 120°$

每隻外角 $= \dfrac{360°}{6}$

$= 60°$

$\neq \dfrac{120°}{3}$

III. ✓。

38. $\boxed{\text{A}}$

考慮 $\triangle DEF$。

$$DF^2 = EF^2 - DE^2$$
$$DF = \sqrt{65^2 - 60^2}$$
$$= 25\text{ cm}$$

留意 $\triangle ABE \sim \triangle DFE$。

$$\frac{AB}{DF} = \frac{AE}{DE}$$
$$\frac{AB}{25} = \frac{AD + 60}{60}$$
$$AB = \frac{5AD}{12} + 25$$

$ABCD$ 的周界為 322 cm。

$$\begin{aligned} 2(AB + AD) &= 322 \\ 2\left[\left(\frac{5AD}{12} + 25\right) + AD\right] &= 322 \\ AD &= 96\text{ cm} \\ AB &= 65\text{ cm} \end{aligned}$$

考慮 $\triangle BCF$。

$$\begin{aligned} BF^2 &= BC^2 + CF^2 \\ BF &= \sqrt{96^2 + (65 - 25)^2} \\ &= 104\text{ cm} \end{aligned}$$

留意 $\triangle ABG \cong \triangle EFD$，可得 $BG = FD = 25$ cm。
因此，$GF = BF - BG = 104 - 25 = 79$ cm。

39. $\boxed{\text{B}}$

留意 $\triangle ABE \sim \triangle DAE$。

$$\begin{aligned} \frac{AE}{DE} &= \frac{BE}{AE} \\ \frac{AE}{6.25 \times \frac{16}{9+16}} &= \frac{6.25 \times \frac{9}{9+16}}{AE} \\ AE^2 &= 9 \\ AE &= 3\text{ cm} \end{aligned}$$

考慮 $\triangle ADE$。

$$\begin{aligned} AD^2 &= AE^2 + DE^2 \\ AD &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5\text{ cm} \end{aligned}$$

考慮 $\triangle ABE$。

$$\begin{aligned} AB^2 &= AE^2 + BE^2 \\ AB &= \sqrt{3^2 + 2.25^2} \\ &= 3.75\text{ cm} \end{aligned}$$

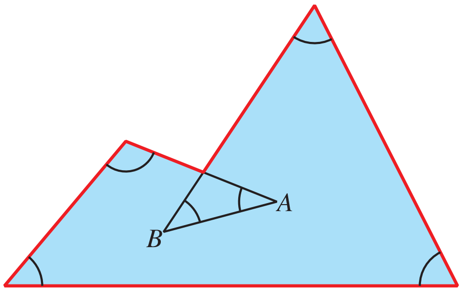
$$\begin{aligned} \text{所求周界} &= 2(AB + AD) \\ &= 2(3.75 + 5) \\ &= 17.5\text{ cm} \end{aligned}$$

40. $\boxed{\text{A}}$

考慮如圖所示的五邊形陰影。

該反角等於 $\angle A + \angle B + 180°$。
藉考慮五邊形的內角和，

$$（所求之和）+ 180° = (5 - 2)180°$$
$$所求之和 = 360°$$



41. $\boxed{\text{C}}$

留意 $\triangle ADE \cong \triangle CDE$。
$\angle DCE = \angle DAE = 31°$
$\angle DEC = \angle ECF = 23°$
$\angle CDE + \angle DCE + \angle DEF = 180°$
$\angle CDE + 31° + 23° = 180°$
$\angle CDE = 126°$
$\angle ADE = \angle CDE = 126°$
$\angle ADC + \angle ADE + \angle CDE = 360°$
$\angle ADC + 126° + 126° = 360°$
$\angle ADC = 108°$
$\angle BAD + \angle ADC = 180°$
$\angle BAD + 108° = 180°$
$\angle BAD = 72°$

42. $\boxed{\text{C}}$

留意 $\triangle ABE \sim \triangle CBD$。

$$\frac{CD}{AE} = \frac{BC}{BA}$$
$$\frac{CD}{5} = \frac{5+15}{CD}$$
$$CD^2 = 100$$
$$CD = 10\text{ cm} \quad \text{or} \quad -10\text{ cm}（捨去）$$

43. $\boxed{\text{C}}$

由於 $\triangle ABC$ 為等邊，可得 $\angle BAC = 60°$。
由於 $ACDE$ 為正方形，可得 $\angle CAE = 90°$。
考慮正多邊形 $AEFGHIJKLM$。

$$10\angle EAM = (10 - 2)180°$$
$$\angle EAM = 144°$$

考慮在點 A 的角。

$$\begin{aligned}\angle MAB + \angle BAC + \angle CAE + \angle EAM &= 360^\circ \\ \angle MAB + 60^\circ + 90^\circ + 144^\circ &= 360^\circ \\ \angle MAB &= 66^\circ\end{aligned}$$

留意 $AM = AE = AC = AB$，可得 $\angle ABM = \angle BMA$。

考慮 $\triangle ABM$。

$$\begin{aligned}\angle MAB + \angle ABM + \angle BMA &= 180^\circ \\ 66^\circ + 2\angle BMA &= 180^\circ \\ \angle BMA &= 57^\circ\end{aligned}$$

考慮在點 M 的角。

$$\begin{aligned}\angle BMA + \angle AML + \angle BML &= 360^\circ \\ 57^\circ + 144^\circ + \angle BML &= 360^\circ \\ \angle BML &= 159^\circ\end{aligned}$$

44. $\boxed{\text{B}}$

$\angle AOB = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$

$\angle OAB = \dfrac{180^\circ - 38^\circ}{2} = 71^\circ$

所求之角為 S19°E。

45. $\boxed{\text{B}}$

留意 $\triangle BDC \sim \triangle BED$。

$$\begin{aligned}\frac{CD}{DE} &= \frac{BC}{BD} \\ \frac{50}{\left(\frac{100}{3}\right)} &= \frac{BC}{BD} \\ \frac{BC}{BD} &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

留意 $\triangle ABC \sim \triangle ADB$。

$$\begin{aligned}\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DB} &= \frac{AC}{AB} \\ \frac{AB}{AD} = \frac{3}{2} &= \frac{AC}{AB}\end{aligned}$$

可得 $AB = \dfrac{3AD}{2}$。

$$\begin{aligned}\frac{3}{2} &= \frac{AD + 50}{\left(\frac{3AD}{2}\right)} \\ AD &= 40\end{aligned}$$

46. $\boxed{\text{C}}$

由於 $\triangle DEF$ 為等邊，可得 $\angle EDF = 60°$。
考慮正五邊形 $ABCDE$。

$$5\angle EDC = (5-2)180°$$
$$\angle EDC = 108°$$

留意 $DF = DE = DC$，可得 $\angle FCD = \angle CFD$。

$$\angle FCD + \angle CFD + \angle FDC = 180°$$
$$2\angle FCD + (108° - 60°) = 180°$$
$$\angle FCD = 66°$$

47. $\boxed{\text{B}}$

I. ✗.
它有旋轉對稱性質。

II. ✓.
它是個等腰三角形，但不是等邊三角形。
它有反射對稱性質但沒有旋轉對稱性質。

III. ✗.
餘下的角為 26°。
該三角形沒有反射對稱性質，也沒有旋轉對稱性質。

48. $\boxed{\text{B}}$

留意 $\angle ABC = \angle ECD$ 及 $AB // CE$。

$$\frac{\triangle ACE\text{ 的面積}}{\triangle ABC\text{ 的面積}} = \frac{CE}{AB}$$
$$\frac{\triangle ACE\text{ 的面積}}{50} = \frac{4}{5}$$
$$\triangle ACE\text{ 的面積} = 40\text{ cm}^2$$

49. $\boxed{\text{C}}$

留意 $\triangle ABD \sim \triangle BCD$。
設 $x\text{ cm}^2$ 為 $\triangle BCD$ 的面積。

$$\frac{x}{18} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$$
$$x = 32$$

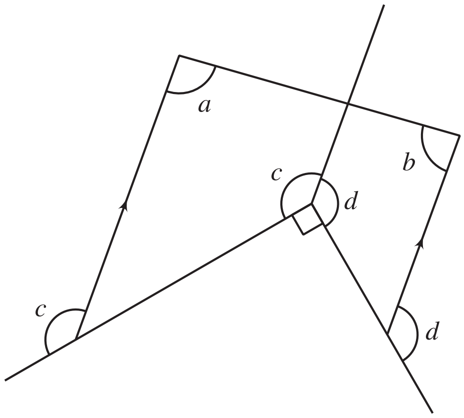
50. $\boxed{\text{B}}$

I. ✓。

參照下圖。

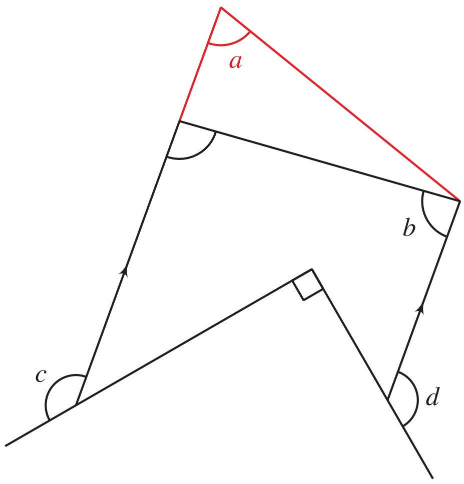
$c + d + 90° = 360°$

$c + d = 270°$



II. ✗。

參照下圖。



留意 a 變小且 b 變大。

$a + d$ 的結果變小，而 $b + c$ 的結果變大。

該方程不能在兩個情況都成立。

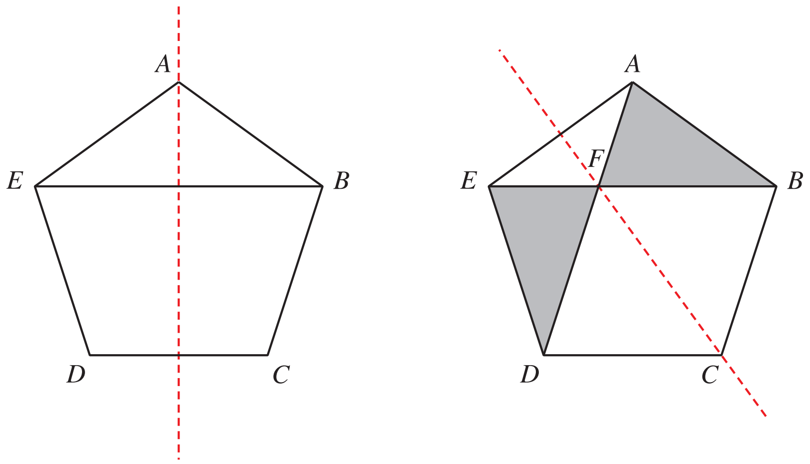
III. ✓。

留意 $a + b = 180°$ 及 $c + d = 270°$。

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= 180° + 270° \\ &= 450° \end{aligned}$$

51. $\boxed{\text{D}}$

正五邊形為對稱。



I. ✓。

考慮正五邊形 $ABCDE$。

$$5\angle CDE = (5-2)180^\circ$$
$$\angle CDE = 108^\circ$$

由於 $DC // EB$。

$$\angle BED + \angle CDE = 180^\circ$$
$$\angle BED + 108^\circ = 180^\circ$$
$$\angle BED = 72^\circ$$

II. ✓。

III. ✓。

52. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。

外角 $= 180^\circ - 135^\circ$

$= 45^\circ$

考慮外角和。

$$n(45^\circ) = 360^\circ$$
$$n = 8$$

II. ✓。

III. ✗。

反射對稱軸的數目為 8。

53. $\boxed{\text{C}}$

考慮正十邊形 $ABCDEFGHIJ$。

$$10\angle JIH = (10-2)180^\circ$$
$$\angle JIH = 144^\circ$$

考慮正五邊形 $HKLMI$。

$$5\angle HIM = (5-2)180^\circ$$
$$\angle HIM = 108^\circ$$

由於 $\triangle IMN$ 為等邊，$\angle MIN = 60^\circ$。

$$\angle JIH + \angle HIM + \angle MIN + \angle NIJ = 360^\circ$$
$$144^\circ + 108^\circ + 60^\circ + \angle NIJ = 360^\circ$$
$$\angle NIJ = 48^\circ$$

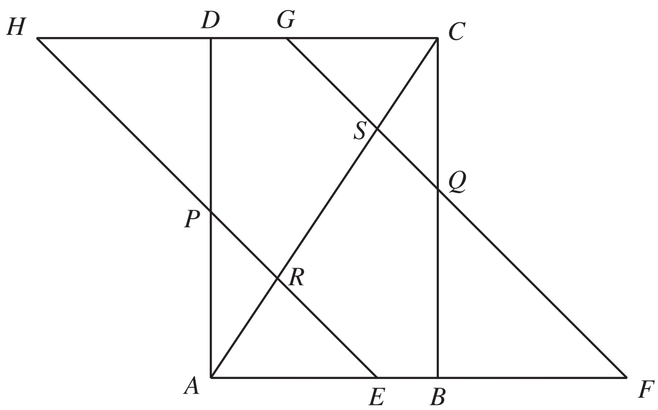
留意 $JI = IH = IM = IN$，可得 $\angle IJN = \angle INJ$。

$$\angle IJN + \angle INJ + \angle NIJ = 180^\circ$$
$$2\angle INJ + 48^\circ = 180^\circ$$
$$\angle INJ = 66^\circ$$

54. $\boxed{\text{C}}$

I. ✗。

取 $\angle GCQ = 90^\circ$ 使得 $ABCD$ 為一長方形，其中 $CD \neq CB$。



留意 $\angle GCS \neq 45^\circ$ 及 $\angle GCS \neq \angle QCS$。

因此，$\triangle CGS$ 及 $\triangle CQS$ 不是全等三角形。

II. ✓。

設 K 為 FG 的延線及 AD 的延線的交點。

$\angle ABC = \angle ADC$ （平行四邊形對角）

$\angle FBQ = 180° - \angle ABC$ （直線上的鄰角）

$\angle PDH = 180° - \angle ADC$ （直線上的鄰角）

$= \angle FBQ$

$\angle BFQ = \angle CGQ$ （錯角，$HC // AF$）

$CG = CQ$ (given)

$\angle CGQ = \angle\angle CQG$ （等腰 △ 底角）

$\angle CQG = \angle AKF$ （錯角，$AK // BC$）

$\angle DPH = \angle AKF$ （錯角，$EH // FK$）

$= \angle BFQ$

$\triangle BFQ \sim \triangle DPH$ （AA）

III. ✓。

可得 $\triangle BFQ \sim \triangle DPH$.

$\angle AEP = \angle BFQ$ （同位角，$EH // FG$）

$\angle BFQ = \angle DPH$ （同位角，$\cong \triangle s$）

$\angle APE = \angle DPH$ （對頂角）

$= \angle AEP$

$AE = AP$ （等角對等邊）

55. $\boxed{\text{B}}$

留意 $\triangle AEF \sim \triangle ADC$。

設 $x\text{ cm}^2$ 為 $\triangle AEF$ 的面積。

則 $\triangle ADC$ 的面積為 $(x + 21)\text{ cm}^2$。

$$\frac{x}{x+21} = \left(\frac{AF}{AC}\right)^2$$

$$= \left(\frac{4}{3+5}\right)^2$$

$$x = 7$$

考慮 $\triangle ABF$ 及 $\triangle AFE$。

$$\frac{\triangle ABF \text{ 的面積}}{\triangle AFE \text{ 的面積}} = \frac{BF}{FE}$$

$$\frac{\triangle ABF \text{ 的面積}}{7} = \frac{8}{7}$$

$$\triangle ABF \text{ 的面積} = 8\text{ cm}^2$$

由於 $\triangle AEF \sim \triangle ADC$。

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AF}$$

$$\frac{AD}{\left(\frac{3AF}{4}\right)} = \frac{3+5}{4}$$

$$AD = \frac{3AF}{2}$$

$$\frac{AF}{FD} = \frac{1}{\frac{3}{2}-1}$$

$$= 2$$

考慮 $\triangle ABF$ 及 $\triangle BDF$。

$$\frac{\triangle ABF \text{ 的面積}}{\triangle BDF \text{ 的面積}} = \frac{AF}{FD}$$

$$\frac{8}{\triangle BDF \text{ 的面積}} = 2$$

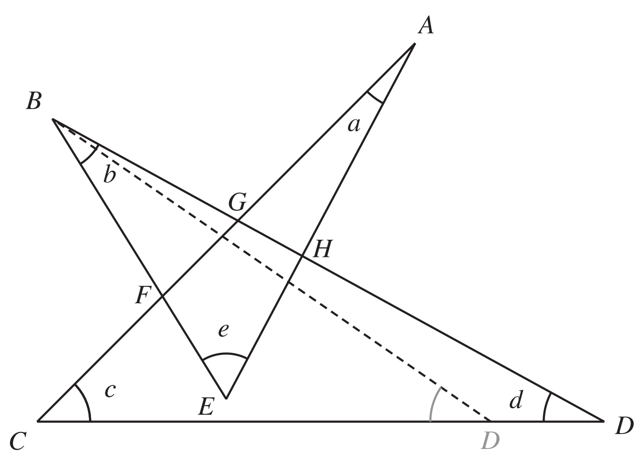
$$\triangle BDF \text{ 的面積} = 4\,\text{cm}^2$$

所求面積 $= 21 + 7 + 8 + 4$

$= 40\,\text{cm}^2$

56. $\boxed{\text{A}}$

考慮下圖。



將頂點 D 向右移而成。
可見角 b 變大，而角 d 變小。

I. ✗。
$c + d$ 的值在調整後變小。

II. ✗。
$a + b - e$ 的值在調整後變大。

III. ✓。

$$a+b+c+d+e=(a+e)+b+(c+d)$$
$$=\angle BFG+b+\angle BGF$$
$$=180^\circ$$

57. $\boxed{\text{B}}$

留意 $\triangle APQ \sim \triangle DQC$。

$$\frac{PQ}{QC}=\frac{AQ}{DC}$$
$$=\frac{2}{2+1}$$
$$=\frac{2}{3}$$

考慮 $\triangle CPQ$。

$$\tan\angle PCQ=\frac{PQ}{QC}$$
$$\angle PCQ\approx 34^\circ$$

留意 B、C、Q、P 共圓。

可得 $\angle PCQ=\angle PBQ$。

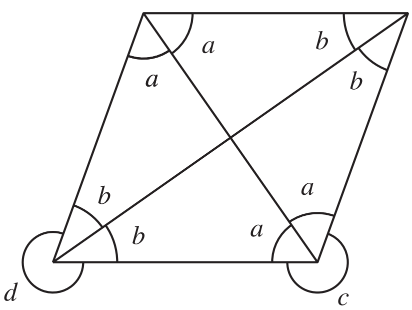
$$\tan\angle PBQ=\frac{AQ}{AB}$$
$$\tan\angle PBQ=\frac{2}{3}$$
$$\angle PBQ\approx 34^\circ$$

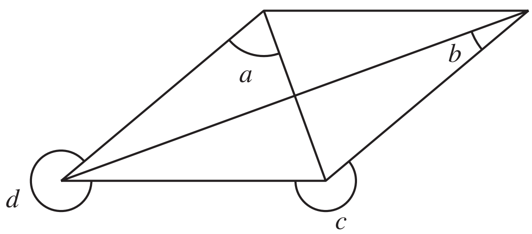
因此，$\angle PCQ\approx 34^\circ$。

58. $\boxed{\text{D}}$

I. ✗。

留意 $a \neq b$。





II. ✓。

留意菱形為對稱，可得如上圖所示的角。

考慮在右下頂點的角，可得 $2a + c = 360°$。

III. ✓。

留意 $2a + 2b = 180°$。

$$\begin{aligned}(d + 2b) + (c + 2a) &= 360° + 360° \\ c + d + (2a + 2b) &= 720° \\ c + d &= 540°\end{aligned}$$

59. $\boxed{\text{D}}$

由於 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$，可得 $CE = BC = 5\text{ cm}$ 及 $AC = CD = 12\text{ cm}$。

考慮 $\triangle CDE$。

$$\begin{aligned}DE^2 &= CE^2 + CD^2 \\ DE &= \sqrt{5^2 + 12^2} \\ &= 13\text{ cm}\end{aligned}$$

考慮 $\triangle ACD$。

$$\begin{aligned}AD^2 &= AC^2 + CD^2 \\ AD &= \sqrt{12^2 + 12^2} \\ &= 12\sqrt{2}\text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{所求周界} &= (12 - 5) + 13 + 12\sqrt{2} \\ &\approx 37.0\text{ cm}\end{aligned}$$

60. $\boxed{\text{D}}$

$AB = BC = 3\text{ cm}$

留意 $\triangle FAE \sim \triangle FBC$。

$$\begin{aligned}\frac{AE}{BC} &= \frac{FA}{FB} \\ \frac{AE}{3} &= \frac{2}{2+3} \\ AE &= 1.2\text{ cm}\end{aligned}$$

$ED = AD - AE = 3 - 1.2 = 1.8\text{ cm}$

61. $\boxed{\text{C}}$

留意 $\triangle ADG \cong \triangle ABE$。

可得 $\angle BAE = \angle DAG = 36°$ 及 $AG = AE$。

由於 $ABCD$ 為正方形，可得 $\angle BAD = 90°$。

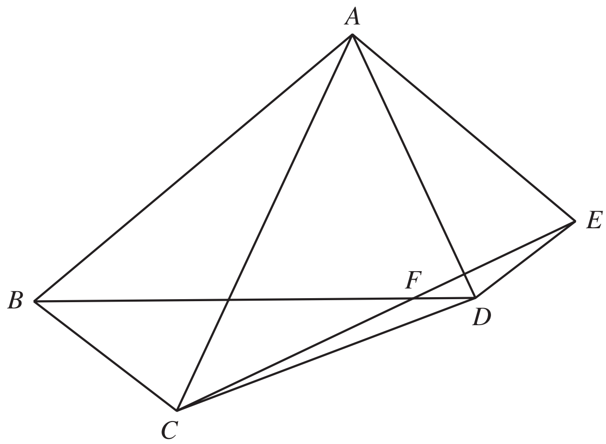
$$\begin{aligned}\angle DAF + \angle FAE + \angle EAB &= 90° \\ 9° + \angle FAE + 36° &= 90° \\ \angle FAE &= 45°\end{aligned}$$

留意 $\triangle AFG \cong \triangle AFE$，可得 $\angle AEF = \angle AGF$。
考慮在點 E 的角。

$$\begin{aligned}\angle BEA + \angle AEF + \angle CEF &= 180° \\ (180° - 90° - 36°) + (180° - 90° - 36°) + \angle CEF &= 180° \\ \angle CEF &= 72°\end{aligned}$$

62. $\boxed{\text{B}}$

I. ✗。
參照下圖。可得 $AB = AC$、$AD = AE$ 及 $\angle BAC = \angle DAE$。



留意 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 不全等。

II. ✓。

$$\begin{aligned}AB &= AC && \text{（已知）} \\ AD &= AE && \text{（已知）} \\ \angle BAC &= \angle DAE && \text{（已知）} \\ \angle BAD &= \angle BAC + \angle CAD \\ \angle CAE &= \angle DAE + \angle CAD \\ &= \angle BAC + \angle CAD \\ &= \angle BAD \\ \triangle ABD &\cong \triangle ACE && \text{（SAS）}\end{aligned}$$

III. ✗。
參照上圖。
留意 $\triangle BFC$ 與 $\triangle EFD$ 不全等。

63. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。

$$\text{內角} = \frac{(16-2)180°}{16}$$

$$= 157.5°$$

II. ✓。

III. ✗。

反射對稱軸的數目為 16。

64. $\boxed{\text{C}}$

$$(n-2)180° = 12 \times \frac{360°}{n}$$

$$n^2 - 2n - 24 = 0$$

$$n = 6 \quad \text{或} \quad -4 \text{（捨去）}$$

A. ✗。

B. ✗。

$$\text{每一內角} = \frac{(6-2)180°}{6} = 120°$$

C. ✓。

$$\text{對角線數目} = C_2^6 - 6 = 9$$

D. ✗。

旋轉對稱的折式數目為 6。

65. $\boxed{\text{D}}$

$$\angle BAC + 34° + 72° = 180°$$

$$\angle BAC = 74°$$

$$\angle ABC = \frac{180° - 74°}{2} = 53°$$

$$53° - 34° = 19°$$

由 B 測得 C 的方位角為 S19°W。