M2REG-LIM-2425-ASM-SET 2-MATH
Suggested solutions

1. $\lim_{x\to\infty} \dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)}{2x^3}$

$= \lim_{x\to\infty} \dfrac{\left(1-\frac{1}{x}\right)\left(1-\frac{2}{x}\right)\left(1-\frac{3}{x}\right)}{2}$ 1M

$= \dfrac{(1-0)(1-0)(1-0)}{2}$

$= \dfrac{1}{2}$ 1A

2. $\lim_{x\to\infty} \dfrac{3^{2x+1}-1}{9^x}$

$= \lim_{x\to\infty} \dfrac{3-\frac{1}{9^x}}{1}$ 1M

$= \dfrac{3-0}{1}$

$= 3$ 1A

3. (a) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{\dfrac{x+5}{9x-4}}$

$= \lim_{x\to\infty} \sqrt{\dfrac{1+\frac{5}{x}}{9-\frac{4}{x}}}$ 1M

$= \sqrt{\dfrac{1+0}{9-0}}$

$= \dfrac{1}{3}$ 1A

(b) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{\dfrac{8x-25x^2-4}{7x+9-16x^2}}$

$= \lim_{x\to\infty} \sqrt{\dfrac{\frac{8}{x}-25-\frac{4}{x^2}}{\frac{7}{x}+\frac{9}{x^2}-16}}$ 1M

$= \sqrt{\dfrac{0-25-0}{0+0-16}}$

$= \dfrac{5}{4}$ 1A

4. (a) $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{4x^2-5x+1}}{2x}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{4-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2}$ 1M

$= \frac{\sqrt{4-0+0}}{2}$

$= 1$ 1A

(b) $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^2-8x-6}}{5x}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9-\frac{8}{x}-\frac{6}{x^2}}}{5}$ 1M

$= \frac{\sqrt{9-0-0}}{5}$

$= \frac{3}{5}$ 1A

5. $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{12x^2-5x}{hx^2+kx}$

$\frac{5}{4} = \lim_{x\to 0} \frac{12x-5}{hx+k}$ 1M

$\frac{5}{4} = \frac{-5}{k}$

$k = -4$ 1A

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{12x^2-5x}{hx^2+kx}$

$-4 = \lim_{x\to\infty} \frac{12-\frac{5}{x}}{h+\frac{k}{x}}$ 1M

$-4 = \frac{12-0}{h+0}$

$h = -3$ 1A

6. (a) $\lim_{x\to\infty} \frac{4e^x-3e^{-x}}{2e^x+e^{-x}}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{4-3e^{-2x}}{2+e^{-2x}}$ 1M

$= \frac{4-0}{2+0}$

$= 2$ 1A

(b) $\lim_{x\to\infty} \frac{6e^{-x}+e^{-3x}}{8e^{-4x}-2e^{-x}}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{6+e^{-2x}}{8e^{-3x}-2}$ 1M

$= \frac{6+0}{0-2}$

$= -3$ 1A

7. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5^x + 5^{-x}}{2 \cdot 5^x - 5^{-x}}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5^{2x} + 1}{2 \cdot 5^{2x} - 1}$ 1M

$= \dfrac{0+1}{0-1}$

$= -1$ 1A

8. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(2^x - 1)^3}{8^x + 1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(1 - 2^{-x})^3}{1 + 2^{-3x}}$ 1M

$= \dfrac{(1-0)^3}{1+0}$

$= 1$ 1A

9. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3^{2x+1} - 1}{9^x}$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3 - \frac{1}{9^x}}{1}$ 1M

$= \dfrac{3-0}{1}$

$= 3$ 1A

10. $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\sqrt{\dfrac{x^3}{x-2}} + x \right)$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \left(\sqrt{\dfrac{(-x)^3}{2-x}} + x \right)$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{(-x)^3} + x\sqrt{2-x}}{\sqrt{2-x}}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{(-x)\sqrt{-x} + x\sqrt{2-x}}{\sqrt{2-x}}$ 1M

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x(-\sqrt{-x} + \sqrt{2-x})(\sqrt{-x} + \sqrt{2-x})}{\sqrt{2-x}(\sqrt{-x} + \sqrt{2-x})}$ 1M

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x}{\sqrt{2-x}(\sqrt{-x} + \sqrt{2-x})}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{-\frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{-x}} \cdot \frac{\sqrt{-x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{-x}}}$ 1A

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{-\sqrt{\frac{2}{-x}+1}\left(1 + \sqrt{\frac{2}{-x}+1}\right)}$

$= \dfrac{2}{-\sqrt{0+1}(1+\sqrt{0+1})}$

$= -2$ 1A

11. $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{\sqrt{5x^2-3x+10}}=\lim_{x\to-\infty}\dfrac{2(-\sqrt{x^2})}{\sqrt{5x^2-3x+10}}$

$=\lim_{x\to-\infty}\dfrac{-2}{\sqrt{5-\frac{3}{x}+\frac{10}{x^2}}}$ 1M

$=\dfrac{-2}{\sqrt{5-0+0}}$

$=-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ 1A

12. $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+4})$

$=\lim_{x\to\infty}\dfrac{(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+4})(\sqrt{x+3}+\sqrt{x+4})}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+4}}$ 1M

$=\lim_{x\to\infty}\dfrac{(x+3)-(x+4)}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+4}}$

$=\lim_{x\to\infty}\dfrac{\frac{-1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{1+\frac{3}{x}}+\sqrt{1+\frac{4}{x}}}$ 1M

$=\dfrac{0}{\sqrt{1+0}+\sqrt{1+0}}$

$=0$ 1A

13. $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{9x^2+4x-5}-3x)$

$=\lim_{x\to\infty}\dfrac{(\sqrt{9x^2+4x-5}-3x)(\sqrt{9x^2+4x-5}+3x)}{\sqrt{9x^2+4x-5}+3x}$ 1M

$=\lim_{x\to\infty}\dfrac{9x^2+4x-5-9x^2}{\sqrt{9x^2+4x-5}+3x}$

$=\lim_{x\to\infty}\dfrac{4-\frac{5}{x}}{\sqrt{9+\frac{4}{x}-\frac{5}{x^2}}+3}$ 1M

$=\dfrac{4-0}{\sqrt{9+0-0}+3}$

$=\dfrac{2}{3}$ 1A

14. (a) $\lim_{x \to -\infty} (\sqrt{9x^2 - 1} - \sqrt{(3x+1)^2})$

$= \lim_{x \to -\infty} \dfrac{(9x^2 - 1) - (3x+1)^2}{\sqrt{9x^2 - 1} + \sqrt{(3x+1)^2}}$ 1M

$= \lim_{x \to -\infty} \dfrac{-6x - 2}{\sqrt{9x^2 - 1} - (3x+1)}$

$= \lim_{x \to -\infty} \dfrac{-6 - \frac{2}{x}}{-\sqrt{9 - \frac{1}{x^2}} - 3 - \frac{1}{x}}$ 1M

$= \dfrac{-6}{-\sqrt{9} - 3}$

$= 1$ 1A

(b) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{e^x - 3^x}{3^x - 2^x} = \lim_{x \to \infty} \dfrac{\left(\frac{e}{3}\right)^x - 1}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^x}$ 1M

$= \dfrac{0 - 1}{1 - 0}$

$= -1$ 1A

 END OF PAPER