

# REG-CP1B-2425-ASM-SET 2-MATH

## 建議題解

### 結構式試題

1. (a) 所求數目 =  $11!$   
 $= 39\,916\,800$  1A
- (b) 所求數目 =  $C_4^8 \times C_3^5 \times 3!4!$  1M+1M  
 $= 100\,800$  1A
  
2. (a) 所求概率 =  $\frac{C_4^4}{C_4^{25}}$  1M  
 $= \frac{1}{12\,650}$  1A
- (b) 所求概率 =  $\frac{C_4^4 + C_2^4 C_1^9 C_1^{12} + C_2^9 C_2^{12}}{C_4^{25}}$  1M  
 $= \frac{11}{46}$  1A
  
3. (a) 所求概率 =  $\frac{C_5^5 + C_5^6 + C_5^7}{C_5^{18}}$  1M  
 $= \frac{1}{306}$  1A
- (b) 所求概率 =  $1 - \frac{1}{306}$  1M  
 $= \frac{305}{306}$  1A
  
4. (a) 所求數目 =  $C_5^8 C_2^5$  1M  
 $= 560$  1A
- (b) 所求數目 =  $C_3^8 C_4^5 + C_2^8 C_5^5$  1M  
 $= 308$  1A
  
5. (a) 所求概率 =  $\frac{C_4^{12}}{C_4^{20}}$  1M  
 $= \frac{33}{323}$  1A
- (b) 所求概率 =  $\frac{C_1^{12} C_3^8}{C_4^{20}}$  1M  
 $= \frac{224}{1615}$  1A

$$(c) \text{ 所求概率} = \frac{C_1^8 C_3^{12} + C_2^8 C_2^{12}}{C_4^{20}} \quad 1M$$

$$= \frac{3608}{4845} \quad 1A$$

6. (a)  $y = 7$  1A

$$67 - \frac{1}{2}[(40 + x) + 51] = 18$$

$$x = 7$$

1A

(b) 平均值 =  $\frac{34 + 35 + \dots + 83}{20}$

$$= 58$$

$$\text{標準差} = \sigma \approx 13.5$$

$$\text{所求標準分} = \frac{62 - 58}{\sigma}$$

1M

$$\approx 0.296$$

1A

(c) 兩被刪除的數據之和 =  $58 \times 2 = 116$

該被刪除的數據只可能為 {42, 74}。

1M

在這情況中，新的標準差為 13.2，較原來的標準差低。

新的平均值同為 58。

故此，新的標準分上升。

1M

不同意該宣稱。

1A

7. (a) 設平均分為  $x$  分。

$$\frac{x - \mu}{4} - \frac{56 - \mu}{4} = 1.5 - (-1)$$

1M

$$\frac{x - 56}{4} = 2.5$$

$$x = 66$$

1A

(b) 原來的平均分為 60。

若志明離開該組，平均分維持不變，考試分數的標準差增加。

1A

$$\text{素珊的新標準分} = \frac{56 - 60}{\sigma} > \frac{56 - 60}{4}$$

素珊的標準分增加。

1A

8. (a) 有可能第 18 名及第 19 名學生的得分均為 50 分，使中位數為 50。 1M

所求概率將大於 0.5。

不同意該宣稱。

1A

(b) 彼得相對於男生的標準分 =  $\frac{48 - 52}{12} = -\frac{1}{3}$

$$\text{瑪莉相對於女生的標準分} = \frac{48 - 52}{10} = -\frac{2}{5} < -\frac{1}{3}$$

1M

同意該宣稱。

1A

9. (a) 設平均值及標準差分別為  $\mu$  分及  $\sigma$  分。

$$\begin{cases} \frac{75 - \mu}{\sigma} = 1.5 \\ \frac{45 - \mu}{\sigma} = -1 \end{cases} \quad 1M$$

求解後，可得  $\mu = 57$ 。 1A

- (b) 由於平均值  $= 57 < 60 =$  該分佈的中位數，一半學生的分數不小於 57。  
不同意該宣稱。 1M  
1A

10. (a) 設  $m$  分為該次測驗的平均分。

$$\frac{86 - m}{8} = 1.5 \quad 1M$$

$$m = 74$$

$$\begin{aligned} \text{志誠的標準分} &= \frac{68 - 74}{8} \\ &= -0.75 \end{aligned} \quad 1A$$

- (b) (i) 標準差  $= 8(1 + 30\%) = 10.4$  分 1A

- (ii) 設  $z$  及  $x$  分別為某學生原來的標準分及得分。

$$z = \frac{x - 74}{8}$$

$$\begin{aligned} \text{新的標準分} &= \frac{[x(1 + 30\%) + 3] - [74(1 + 30\%) + 3]}{10.4} \\ &= \frac{1.3(x - 74)}{10.4} \\ &= \frac{x - 74}{8} \\ &= z \end{aligned} \quad 1M+1A$$

同意該宣稱。 1A

11. (a)  $AB = BC \tan 70^\circ$

$$\approx 54.9 \text{ cm} \quad 1A$$

- (b) (i)  $CD = AB \approx 54.9 \text{ cm}$

$$50^2 = 20^2 + CD^2 - 2(20)(CD) \cos \angle BCD \quad 1M$$

$$\angle BCD \approx 65.3^\circ \quad 1A$$

- (ii) 設  $E$  為  $AC$  上的一點使得  $BE \perp AC$ 。

設  $F$  為  $CD$  上的一點使得  $EF \perp AC$ 。

所求之角為  $\angle BEF$ 。 1M

$$BE = 20 \sin 70^\circ \approx 18.8 \text{ cm}$$

$$EF = \frac{20}{\cos 20^\circ} - 20 \sin 70^\circ \approx 2.49 \text{ cm} \quad 1M$$

$$CF = 20 \tan 20^\circ \approx 7.28 \text{ cm}$$

$$BF^2 = 20^2 + CF^2 - 2(20)(CF) \cos \angle BCD \quad 1M$$

$$BF \approx 18.2 \text{ cm}$$

$$BF^2 = BE^2 + EF^2 - 2(BE)(EF) \cos \angle BEF$$

$$\angle BEF \approx 72.4^\circ$$

所求之角為  $72.4^\circ$ 。

1A

12. (a) 設  $K$  為  $EF$  上的一點使得  $CK \perp EF$ 。

考慮  $\triangle CFK$ 。

$$\cos \angle CFK = \frac{\left(\frac{60-30}{2}\right)}{50}$$

$$\angle CFK \approx 72.5^\circ$$

$$\angle DCF = 180^\circ - \angle CFK \approx 107^\circ$$

1A

考慮  $\triangle DCF$ 。

$$DF^2 = 30^2 + 50^2 - 2(30)(50) \cos \angle DCF$$

$$DF \approx 65.6 \text{ cm}$$

1A

- (b) 設  $J$  為  $FH$  上的一點使得  $CJ \perp FH$ 。

$$AC = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$HF = \sqrt{60^2 + 60^2} = 60\sqrt{2} \text{ cm}$$

考慮  $\triangle CFJ$ 。

$$CJ = \sqrt{50^2 - \left(\frac{HF - AC}{2}\right)^2}$$

$$= 5\sqrt{82} \text{ cm}$$

1M

該平截頭體的高為  $5\sqrt{82} \text{ cm}$ 。

1A

- (c)  $BD = AC = 30\sqrt{2} \text{ cm}$

$$BF = DF \approx 65.6 \text{ cm}$$

考慮  $\triangle BDF$ 。

$$\text{設 } s = \frac{BD + BF + DF}{2}。$$

$$\triangle BDF \text{ 的面積} = \sqrt{s(s - BD)(s - DF)(s - BF)}$$

1M

$$\approx 1320 \text{ cm}^2$$

設  $h \text{ cm}$  為所求距離。

考慮四面體  $CBDF$  的體積。

$$\frac{1}{3}(\triangle BDF \text{ 的面積})(h) = \frac{1}{3} \left[ \frac{(30)(30)}{2} \right] (5\sqrt{82})$$

1M

$$h \approx 15.5$$

1A

所求距離為  $15.5 \text{ cm}$ 。

13. (a)  $\angle BAC = 180^\circ - 56^\circ - 82^\circ = 42^\circ$

$$\frac{BC}{\sin 42^\circ} = \frac{20}{\sin 56^\circ}$$

1M

$$BC \approx 16.1 \text{ cm}$$

1A

(b) (i)  $10^2 = BC^2 + 20^2 - 2(BC)(20) \cos \angle ABC$  1M

$\angle ABC \approx 29.8^\circ$  1A

(ii) 設  $E$  為  $BD$  上的一點使得  $CE \perp BD$ 。

設  $F$  為  $AB$  上的一點使得  $EF \perp BD$ 。

所求之角為  $\angle CEF$ 。 1M

$BF = BC \approx 16.1 \text{ cm}$

$CE = FE = BC \sin \frac{82^\circ}{2} \approx 10.6 \text{ cm}$

$CF^2 = BC^2 + BF^2 - 2(BC)(BF) \cos \angle ABC$  1M

$CF \approx 8.29 \text{ cm}$

$CF^2 = EF^2 + CE^2 - 2(EF)(CE) \cos \angle CEF$  1M

$\angle CEF \approx 46.1^\circ > 45^\circ$

同意該宣稱。 1A

14. (a) (i) 設  $s = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$ 。

所求面積 =  $\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$  1M

=  $84 \text{ cm}^2$  1A

(ii)  $\frac{14(AE)}{2} = 84$

$AE = 12 \text{ cm}$  1A

(b) 所求之角為  $\angle AEF$ 。 1M

$13^2 = 14^2 + 15^2 - 2(14)(15) \cos \angle ADB$

$\angle ADB \approx 53.1^\circ$

$\angle CBD = \angle ADB \approx 53.1^\circ$

$BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 5 \text{ cm}$  1M

$EF = 5 \tan \angle CBD \approx 6.67 \text{ cm}$

$\cos \angle AEF = \frac{EF}{AE}$  1M

$\angle AEF \approx 56.3^\circ$  1A

15. (a)  $\frac{\sin \angle BAD}{85} = \frac{\sin 60^\circ}{102}$  1M

$\angle BAD \approx 46.2^\circ$  或  $134^\circ$  (捨去)

$\angle BDA = 180^\circ - \angle BAD - 60^\circ \approx 73.8^\circ$

$AB^2 = 102^2 + 85^2 - 2(102)(85) \cos \angle BDA$

$AB \approx 113 \text{ cm}$  1A

$\angle BDC = 140^\circ - \angle BDA \approx 66.2^\circ$

$BC = 85 \tan \angle BDC \approx 193 \text{ cm}$  1A

$CD = \frac{85}{\cos \angle BDC} \approx 211 \text{ cm}$  1A

(b) (i) 設  $G$  為  $BC$  上的一點使得  $AG \perp BC$ 。

設  $H$  為  $CD$  上的一點使得  $GH \perp BC$ 。

所求之角為  $\angle AGH$ 。 1M

$$AC = \sqrt{CD^2 - AD^2} \approx 184 \text{ cm}$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2(AC)(BC) \cos \angle ACB$$

$$\angle ACB \approx 34.8^\circ$$

$$AG = AC \sin \angle ACB \approx 105 \text{ cm}$$

1M

$$CG = AC \cos \angle ACB \approx 151 \text{ cm}$$

$$\frac{GH}{85} = \frac{CG}{BC}$$

$$GH \approx 66.7 \text{ cm}$$

$$CH = \sqrt{GH^2 + CG^2} \approx 165 \text{ cm}$$

$$\angle ACD = \tan^{-1} \frac{102}{AC} \approx 29.0^\circ$$

$$AH^2 = AC^2 + CH^2 - 2(AC)(CH) \cos \angle ACD$$

$$AH \approx 89.3 \text{ cm}$$

$$AH^2 = AG^2 + GH^2 - 2(AG)(GH) \cos \angle AGH$$

1M

$$\angle AGH \approx 57.5^\circ$$

1A

(ii) 留意  $B$  在  $F$  的  $N15^\circ E$  方位。

考慮影子的面積。

$$\frac{BD(BF \sin 15^\circ)}{2} + \frac{(BC)(BF \cos 15^\circ)}{2} = 2 \times 100^2$$

1M

$$BF \approx 192 \text{ cm}$$

設  $K$  為  $A$  在水平地面上的投影。

留意  $F$ 、 $B$  及  $K$  共線。

$$AK = AG \sin \angle AGH \approx 88.8 \text{ cm}$$

1M

$$BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} \approx 70.1 \text{ cm}$$

$$\tan \phi = \frac{AK}{BF + BK}$$

1M

$$\phi \approx 18.7^\circ < 20^\circ$$

該宣稱不正確。

1A