

REG-CP1A-2425-ASM-SET 2-MATH

建議題解

結構式試題

1. (a) 設  $f(x) = a + bx^2$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A

$$\begin{cases} -20 = a + 4b \\ 108 = a + 36b \end{cases} \quad 1M$$

求解後，可得  $a = -36$  及  $b = 4$ 。 1A

$$f(0) = -36 + 4(0)^2 = -36 \quad 1A$$

- (b) 3 及 -3 1A

(c)  $f(x) = -8x - c$

$$4x^2 + 8x + (c - 36) = 0$$

方程  $4x^2 + 8x + (c - 36) = 0$  沒有實根。

$$8^2 - 4(4)(c - 36) < 0 \quad 1M$$

$$c > 40 \quad 1A$$

2. (a) 設  $f(x) = a + b(x+1)^2$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A

$$20 = a + b(2+1)^2 \quad 1M$$

$$12 = a + b(-2+1)^2$$

求解後，可得  $a = 11$  及  $b = 1$ 。 1A

因此， $f(x) = 11 + (x+1)^2$ 。

- (b) (取消題目)

3. (a) 設  $P = a + bV$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A

$$90 = a + 30b \quad 1M$$

$$114 = a + 50b$$

求解後，可得  $a = 54$  及  $b = \frac{6}{5}$ 。 1A

$$\text{所求體積} = \frac{144 - 54}{\left(\frac{6}{5}\right)}$$

$$= 75 \text{ m}^3 \quad 1A$$

- (b)  $X$  的體積對  $Y$  的體積之比

$$= \left(\sqrt{\frac{1}{16}}\right)^3 \quad 1M$$

$$= \frac{1}{64}$$

$$Y \text{ 的體積} = 75(64)$$

$$= 4800 \text{ m}^3$$

$$\text{所求成本} = 54 + \frac{6}{5}(4800)$$

$$= \$5814$$

1A

4. (a) 設  $F = a + bv^2$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。

1A

$$60 = a + b(20)^2$$

1M

$$85 = a + b(30)^2$$

求解後，可得  $a = 40$  及  $b = \frac{1}{20}$ 。

$$\text{所求阻力} = 40 + \frac{1}{20}(50)^2$$

$$= 165 \text{ units}$$

1A

- (b) 設  $u$  km/h 為該汽車原來的速度。

$$40 + \frac{1}{20}(2v)^2 = 2 \times \left[ 40 + \frac{1}{20}v^2 \right]$$

1M+1A

$$\frac{v^2}{10} = 40$$

$$v = 20 \quad \text{或} \quad -20 \quad (\text{捨去})$$

1A

5. (a) 設  $f(x) = a + bx$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 22 = a + 7b \\ 4 = a - 2b \end{cases}$$

1M

求解後，可得  $a = 8$  及  $b = 2$ 。

1A

因此， $f(x) = 8 + 2x$ 。

- (b) (i)  $B$  及  $C$  的坐標分別為  $(-4, 0)$  及  $(0, 8)$ 。

1M

$$BD = \sqrt{(-4 - 0)^2 + (0 - 3)^2} = 5$$

$$CD = 8 - 3 = 5$$

因此， $BD = CD$ 。

1

- (ii)  $L_1$  的斜率  $\times L_2$  的斜率  $= -1$

可得  $L_1 \perp L_2$ 。

1M

由於  $BD = CD$ ，可得  $BM = CM$ 。

由於  $CF : CM : BM = 2 : 1 : 1$ ，可得  $FM : BM = 3 : 1$ 。

1M

所求比例

$$= FM : BM$$

$$= 3 : 1$$

1A

6. (a) 奶的體積 =  $\frac{1}{3}\pi(78)^2\sqrt{130^2 - 78^2}$  1M  
 $= 210912\pi \text{ cm}^3$  1A

(b) 設該半球形容器內的平截頭體的高為  $h \text{ cm}$ 。

$$h^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = 75^2 \quad \text{1M}$$

$$h^2 + 60^2 = 75^2$$

$$h = 45$$

該平截頭體的體積

$$= \frac{1}{3}(96)(72)(150) \left[ 1 - \left(\frac{150 - 45}{150}\right)^3 \right] \quad \text{1M}$$

$$= 227059.2 \text{ cm}^3$$

該容器的容量

$$= \frac{2}{3}\pi(75)^3 - 227059.2 \quad \text{1M}$$

$$\approx 656514 \text{ cm}^3 \quad \text{1A}$$

$$< 210912\pi \text{ cm}^3$$

奶會溢出。

同意該宣稱。

1A

7. (a)  $\cos \frac{\angle AOB}{2} = \frac{10 - 2}{10}$  1M  
 $\angle AOB \approx 73.7^\circ$

所求面積

$$= \pi(10)^2 \times \frac{\angle AOB}{360^\circ} \quad \text{1M}$$

$$\approx 64.4 \text{ cm}^2 \quad \text{1A}$$

(b)  $AB = 2\sqrt{10^2 - 8^2} = 12 \text{ cm}$

水的體積

$$= \left( \pi(10)^2 \times \frac{\angle AOB}{360^\circ} - \frac{(12)(8)}{2} \right) (30) \quad \text{1M}$$

$$\approx 491 \text{ cm}^3$$

$$CD = 12 \times \frac{5}{4} = 15 \text{ cm} \quad \text{1M}$$

$$\sin \frac{\angle COD}{2} = \frac{\left(\frac{15}{2}\right)}{10}$$

$$\angle COD \approx 97.2^\circ$$

油的體積

$$= \left[ \pi(10)^2 \times \frac{\angle COD}{360^\circ} - \frac{(15)(\sqrt{10^2 - 7.5^2})}{2} \right] (30) - (\text{水的體積}) \quad 1M$$

$$\approx 565 \text{ cm}^3$$

$$> 491 \text{ cm}^3$$

油的體積大於水的體積。

1A

8. (a) 設圓錐的半徑為  $r$  cm。

$$2\pi r = 2\pi(60) \times \frac{216^\circ}{360^\circ} \quad 1M$$

$$r = 36 \quad 1A$$

所求半徑為 36 cm。

- (b) 圓錐的高 =  $\sqrt{60^2 - 36^2} = 48$  cm。 1A

設半球體的半徑為  $R$  cm。

$$\frac{48 - (R + 6)}{48} = \frac{R}{36} \quad 1M$$

$$6(42 - R) = 8R$$

$$R = 18$$

裝飾品的體積

$$= \frac{\pi}{3}(36)^2(48) \left[ 1 - \left( \frac{48 - 24}{48} \right)^3 \right] - \frac{2\pi}{3}(18)^3 \quad 1M+1A$$

$$= 14256\pi \text{ cm}^3$$

$$\approx 0.0448 \text{ m}^3 > 0.04 \text{ m}^3$$

同意該宣稱。

1A

9. (a) 設該球體的半徑為  $r$  cm。

$$4\pi r^2 = 144\pi$$

$$r = 6 \quad \text{或} \quad -6 \quad (\text{捨去})$$

$$\text{所求體積} = \frac{4\pi}{3}(6)^3 \quad 1M$$

$$= 288\pi \text{ cm}^3 \quad 1A$$

- (b) 水的體積 =  $\pi(16)^2(14) - 288\pi \quad 1M$

$$= 3296\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{所求高度} = \frac{3296\pi}{\pi(16)^2} \quad 1M$$

$$= \frac{103}{8} \text{ cm} \quad 1A$$

- (c) 圓錐的底半徑 =  $\frac{48\pi}{2\pi} = 24$  cm

$$\text{圓錐的斜高} = \frac{720\pi}{\pi(24)} = 30 \text{ cm}$$

$$\text{圓錐的體積} = \frac{\pi}{3}(24)^2\sqrt{30^2 - 24^2}$$

$$= 3456\pi \text{ cm}^3$$

$$> 3296\pi \text{ cm}^3$$

水不會溢出。

1M+1M

1A

10. (a) 平均值 =  $\frac{140 + 141 + \dots + 188}{22}$

$$= 161 \text{ cm}$$

四分位數間距 =  $173 - 150$

$$= 23 \text{ cm}$$

標準差  $\approx 14.8 \text{ cm}$

1A

1A

1A

(b) 其中一個退學的學生的身高為  $154 \text{ cm}$ 。

設  $x \text{ cm}$  為另一名學生的身高。

$$161 \times 22 - 154 - x = (161 + 1.2)(20)$$

$$x = 144$$

新的四分位數間距 =  $\frac{173 + 178}{2} - \frac{150 + 153}{2} = 24 \text{ cm}$

$$24 - 23 = 1$$

四分位數間距增加  $1 \text{ cm}$ 。

1M

1M

1A

11. (a)  $(50 + b) - (20 + a) = 36$

$$b - a = 6$$

平均值 =  $\frac{(20 + a) + 23 + \dots + (50 + b)}{18} > 38$

$$a + b > 8$$

可得  $(a, b) = (3, 9)$  或  $(2, 8)$ 。

1M

1M

1A+1A

(b) 假定  $a = 3$  及  $b = 9$ 。

標準差為  $10.30$ 。

假定  $a = 2$  及  $b = 8$ 。

標準差為  $10.27$ 。

最大可取標準差為  $10.30$ 。

1M

1A

12. (a)  $2a - (a - 32) = 4(118 - a)$

$$a = 88$$

下四分位數為  $\$88$ 。

分佈域 =  $2a - (a - 32)$

$$= \$120$$

1M

1A

1A

(b)  $\frac{219468 + 102 \times 92 + 54h + 54k}{2017 + 210} \geq 108$  1M

$$k \geq 216 - h$$

留意  $h \leq 110$ 。

$$k \geq 216 - 110$$

$$k \geq 106$$

$h$  及  $k$  的值均大於 105。

1M

只有 108 本 (54 + 54) 新書的售價大於 \$105。

共有 102 本新書的售價小於 \$105。

售價的新中位數不小於加入 210 本新書前的中位數。

1M

新的中位數不小於 \$105。

不同意該宣稱。

1A