

REG-AOT-2425-ASM-SET 4-MATH

建議題解

結構式試題

1. (a) 在 $\triangle VBC$,

$$\begin{aligned} VD &= 1.2 \sin 60^\circ \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{5} \text{ m} \end{aligned}$$

在 $\triangle ABC$,

$$\begin{aligned} AD &= 1.2 \sin 60^\circ \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{5} \text{ m} \end{aligned}$$

在 $\triangle VAD$,

$$1.2^2 = \left(\frac{3\sqrt{3}}{5}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{5}\right)^2 - 2\left(\frac{3\sqrt{3}}{5}\right)^2 \cos \angle VDA \quad 1\text{M}$$

$$\angle VDA \approx 70.52877937^\circ$$

在 $\triangle VGD$,

$$\begin{aligned} VG &= \frac{3\sqrt{3}}{5} \sin \angle VDA \quad 1\text{M} \\ &\approx 0.980 \text{ m} \quad 1\text{A} \end{aligned}$$

- (b) 所求之角等於 VBC 與 ABC 之間的交角，即 $\angle VDA$ 。 1M+1A
 所求之角為 70.5° 。 1A

2. (a) $\frac{\sin \angle AVB}{22} = \frac{\sin 115^\circ}{36}$ 1M

$$\angle AVB \approx 33.6^\circ$$

$$\angle VBA = 180^\circ - 115^\circ - \angle AVB \approx 31.4^\circ \quad 1\text{A}$$

- (b) 在 $\triangle VAB$ 中，

$$VA^2 = 22^2 + 36^2 - 2(22)(36) \cos \angle VBA \quad 1\text{M}$$

$$VA \approx 20.7 \text{ cm}$$

$$MP = NQ = \frac{1}{2}VA \approx 10.3 \text{ cm} \quad 1\text{M}$$

$$PQ = MN = \frac{BC}{2} = 7 \text{ cm}$$

由於該固體為對稱， $PQNM$ 為一長方形。

$$\text{所求面積} = (PQ)(MP) \quad 1\text{M}$$

$$\approx 72.4 \text{ cm}^2 \quad 1\text{A}$$

3. (a) $\frac{AB}{\sin 65^\circ} = \frac{15}{\sin 58^\circ}$ 1M

$$AB \approx 16.0 \text{ cm} \quad 1\text{A}$$

- $AC^2 = AB^2 + 17^2 - 2(AB)(17) \cos 116^\circ$ 1M
 $AC \approx 28.0 \text{ cm}$ 1A
- (b) $\angle BAD = 180^\circ - 58^\circ - 65^\circ = 57^\circ$
 $AK = AB \cos 57^\circ \approx 8.73 \text{ cm}$ 1M
 $27^2 = AC^2 + 15^2 - 2(AC)(15) \cos \angle CAD$
 $\angle CAD \approx 70.5^\circ$
 $AC \cos \angle CAD \approx 9.36 \text{ cm} \neq AK$
 故此， CK 不垂直於 AD 。 1M
 不同意該宣稱。 1A
4. (a) 該紙卡沿 AC 對稱。
 故此， $\angle BAC = 60^\circ$ 及 $\angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$ 。 1A
- $\frac{AC}{\sin 70^\circ} = \frac{10}{\sin 50^\circ}$ 1M
 $AC \approx 12.3 \text{ cm}$ 1A
- $BC = \frac{10 \sin 60^\circ}{\sin 50^\circ} \approx 11.3 \text{ cm}$ 1A
- (b) (i) $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}$ 及 $CE^2 = \sqrt{BC^2 - BE^2}$
 $AC^2 = AE^2 + CE^2$
 $= BC^2 + AB^2 - 2BE^2$ 1M
 $BE \approx 6.22 \text{ cm}$ 1A
- (ii) 設 $h \text{ cm}$ 為所求距離。
 $AE = \sqrt{10^2 - BE^2} \approx 7.83 \text{ cm}$ 及 $CE = \sqrt{BC^2 - BE^2} \approx 9.44 \text{ cm}$
 $\frac{1}{3} \times \frac{(AE)(DB)}{2} \times CE = \frac{1}{3} \times \frac{(AD)(AC) \sin 60^\circ}{2} \times h$ 1M+1M
 $h \approx 8.66$ 1A
 所求距離為 8.66 cm 。
5. (a) (i) $QR^2 = 25^2 + 30^2 - 2(25)(30) \cos 95^\circ$ 1M
 $QR \approx 40.7 \text{ cm}$ 1A
- (ii) $25^2 = 30^2 + QR^2 - 2(30)(QR) \cos \angle PQR$ 1M
 $\angle PQR \approx 37.7^\circ$ 1A
- (b) 設 R' 及 M' 分別為 R 及 M 在水平地面上的垂足。
 $RR' = RP \sin 70^\circ \approx 23.5 \text{ cm}$
 由於 $\triangle QMM' \sim \triangle QRR'$ ， $MM' = \frac{RR'}{2} \approx 11.7 \text{ cm}$ 。 1M
 $PM^2 = 30^2 + \left(\frac{QR}{2}\right)^2 - 2(30)\left(\frac{QR}{2}\right) \cos \angle PQR$
 $PM \approx 18.7 \text{ cm}$

PM 與水平地面的交角為 $\angle MPM'$ 。

$$\sin \angle MPM' = \frac{MM'}{PM} \quad 1M$$

$$\angle MPM' \approx 39.0^\circ < 40^\circ$$

該宣稱不正確。 1A

6. (a) 設 M 為 AC 的中點。

$$BM = 20 \sin 60^\circ = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$BE = BM \sin 60^\circ = 15 \text{ cm} \quad 1A$$

$\angle BEC = 90^\circ$ 。故此， BC 為 $\triangle BCE$ 的外接圓的直徑。 1M

因此， $DE = DB = DC = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$ 。 1A

(b) $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}$ 1M
 $= \sqrt{175} \text{ cm}$

$$AD = BM = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$AE^2 = AD^2 + DE^2 - 2(AD)(DE) \cos \angle ADE \quad 1M$$

$$\angle ADE \approx 49.5^\circ \neq 90^\circ$$

不同意該宣稱。 1A

7. (a) (i) $17^2 = 23^2 + 10^2 - 2(23)(10) \cos \angle CAB$ 1M

$$\angle CAB \approx 42.3^\circ \quad 1A$$

(ii) $\frac{AF}{\sin(180^\circ - 58^\circ - \angle CAB)} = \frac{10}{\sin 58^\circ}$ 1M

$$AF \approx 11.6 \text{ cm} \quad 1A$$

(b) (i) $BF = 23 - AF \approx 11.4 \text{ cm}$

$$AB^2 = AF^2 + BF^2 - 2(AF)(BF) \cos 75^\circ \quad 1M$$

$$AB \approx 14.0 \text{ cm} \quad 1A$$

(ii) $AP = AF \cos \angle FAC \approx 8.57 \text{ cm}$ 1M

$$17^2 = 10^2 + (AB)^2 - 2(10)(AB) \cos \angle BAC$$

$$\angle BAC \approx 88.6^\circ$$

$$BP^2 = AP^2 + AB^2 - 2(AP)(AB) \cos \angle BAC$$

$$BP \approx 16.2 \text{ cm} \quad 1M$$

$$AB^2 = AP^2 + BP^2 - 2(AP)(BP) \cos \angle APB$$

$$\angle APB \approx 59.6^\circ \neq 90^\circ$$

因此，不同意該宣稱。 1A