REG-2425-MOCK-SET 5-MATH-CP 2

答案：

1. A	2. B	3. C	4. A	5. A	6. B	7. C	8. D	9. D	10. A
11. B	12. D	13. A	14. D	15. C	16. D	17. A	18. B	19. A	20. A
21. A	22. D	23. A	24. D	25. C	26. C	27. A	28. C	29. B	30. D
31. B	32. B	33. A	34. D	35. B	36. A	37. B	38. D	39. B	40. D
41. A	42. B	43. B	44. D	45. C					

題解：

1. $\boxed{\text{A}}$

$$\frac{9^{3x+1}}{27^{2x+1}} = \frac{3^{6x+2}}{3^{6x+3}} = \frac{1}{3}$$

2. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned}&2a^2 - ab - b^2 - 4a - 2b\\ &= (2a+b)(a-b) - 2(2a+b)\\ &= (2a+b)(a-b-2)\end{aligned}$$

3. $\boxed{\text{C}}$

解 $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 2y + 1 = 5 \end{cases}$ ，可得 $x = 2$ 及 $y = 1$ 。

4. $\boxed{\text{A}}$

代 $x = -1$ 。

$$\begin{aligned} 0 - 3 &= (-1+2)^2 + \beta \\ \beta &= -4 \end{aligned}$$

5. $\boxed{\text{A}}$

$$x = 2 - \frac{y+1}{y}$$
$$xy = 2y - (y+1)$$
$$y(x-1) = -1$$
$$y = \frac{1}{1-x}$$

6. $\boxed{\text{B}}$

A. ✗。0.001 是三位小數。

B. ✓。

C. ✗。$x = 0.001$（準確至三位小數）

D. ✗。0.0012 只有 2 個有效數字。

7. $\boxed{\text{C}}$

$$-3(4-x) \le 9 \quad \text{或} \quad \frac{7x+2}{5} < -8$$
$$3x \le 21 \qquad\qquad \frac{7x}{5} < -\frac{42}{5}$$
$$x \le 7 \qquad\qquad x < -6$$

因此，$x \le 7$。
最大的整數為 7。

8. $\boxed{\text{D}}$

$$\begin{aligned} f(\alpha) - f(\alpha - 1) &= 5[(\alpha)^2 - (\alpha-1)^2] - (1-1) \\ &= 5(2\alpha - 1) \\ &= 10\alpha - 5 \end{aligned}$$

9. $\boxed{\text{D}}$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{k}{8} - \frac{5}{4} - k + 3 = 0$$
$$k = 2$$
$$g(-2) = 2(-8) - 5(4) - 4(-2) + 3 = -25$$

10. $\boxed{\text{A}}$

I. ✗。當 $x = 3$ 時，$y = (-3+1)^2 + 2 = 6 \ne -2$。

II. ✓。x^2 的係數 $= (-1)^2 = 1 > 0$。該圖像開口向上。

III. ✗。y 截距 $= (0+1)^2 + 2 = 3 \ne 2$

11. $\boxed{\text{B}}$

設該手袋的成本為 $\$x$。

盈利百分比 $= \dfrac{x(1+50\%)(1-20\%)-x}{x} \times 100\%$

$= 20\%$

12. $\boxed{\text{D}}$

設 $a = 6$，則 $b = \dfrac{2a}{3} = 4$ 及 $c = \dfrac{2a}{4} = 3$。

因此，$a : b : c = 6 : 4 : 3$。

13. $\boxed{\text{A}}$

設 $p = \dfrac{kr}{q^2}$，其中 k 為一非零常數。

百分比變化

$$= \frac{\frac{k(0.9r)}{(1.2q)^2} - \frac{kr}{q^2}}{\frac{kr}{q^2}} \times 100\%$$

$= -37.5\%$

設 $p = \dfrac{kr}{q^2}$，其中 k 為一非零常數。 $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{1-10\%}{(1+20\%)^2}$ $= 0.625$ p 減少 37.5%。

14. $\boxed{\text{D}}$

數字由 +2, +4, +6, …組成。

該數列為 4, 6, 10, 16, 24, 34, 46, 60。

所求數目 is 60。

15. $\boxed{\text{C}}$

$(2q)^2(3p) = 648$

$pq^2 = 54$

所求體積 $= \dfrac{1}{3}(3q)^2(2p)$

$= 6pq^2$

$= 324\text{ cm}^3$

16. $\boxed{\text{D}}$

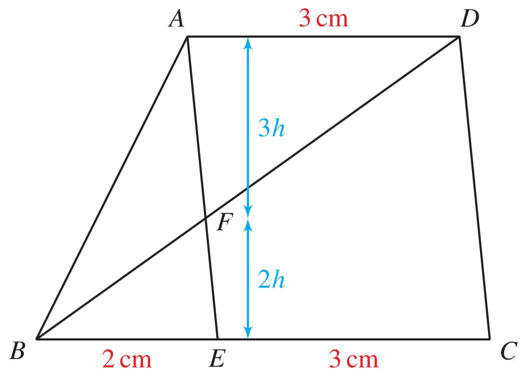
設 $BE = 2$ cm。則 $CE = AD = 3$ cm。

$\triangle ADF \sim \triangle EBF$ （比例 = 3 : 2）

所求比例

$= \dfrac{(3)(5h)}{2} : \left[(3)(5h) - \dfrac{(3)(3h)}{2}\right]$

$= 5 : 7$



17. $\boxed{\text{A}}$

$\angle AOB = 2\angle ACB = 40°$

$\angle BOC = 140° - 40° = 100°$

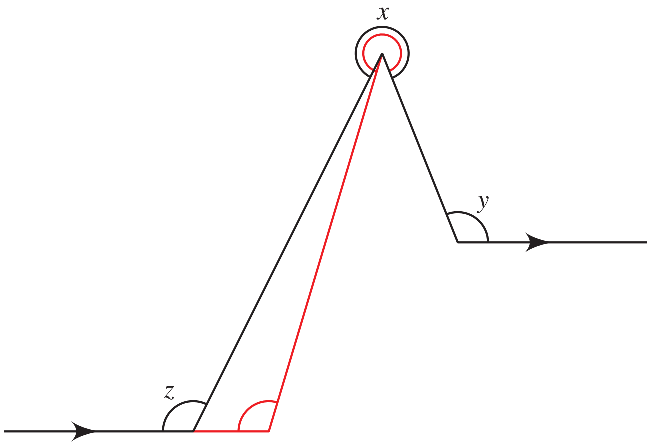
所求面積

$= \pi(6)^2 \times \dfrac{100°}{360°} - \dfrac{1}{2}(6)(6)\sin 100°$

$\approx 14 \text{ cm}^2$

18. $\boxed{\text{B}}$

將對應角 z 的點向右移。



留意 x 變大且 z 變小。

I. ✗。

II. ✗。

$y + z - x$ 的結果變小。

該方程不能在兩個情況都成立。

III. ✓。

利用通過角 x 且平行於另外兩條線的直線，將 x 分成三個部分。

$$(180° - z) + 180° + (180° - y) = x$$
$$x + y + z = 540°$$

19. $\boxed{\text{A}}$

留意 $\triangle ADE$ 為等邊三角形。

可得 $\angle EAD + \angle ADE = \angle DEA = 60°$。

由於 $AB = AC$，可得 $\angle CBA = \angle ACB$。

$$\angle CBA + \angle ACB + \angle BAC = 180°$$
$$2\angle ACB + (60° + 32°) = 180°$$
$$\angle ACB = 44°$$

考慮 $\triangle CDE$。

$$\angle DCE + \angle DEC = \angle ADE$$
$$44° + \angle DEC = 60°$$
$$\angle DEC = 16°$$

20. $\boxed{\text{A}}$

設 $AB = 1$。則 $CD = AB = 1$。

$$\begin{aligned}\frac{BF}{CE} &= \frac{1}{\sin\beta} \div \frac{1}{\sin\alpha} \\ &= \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\end{aligned}$$

21. $\boxed{\text{A}}$

設 $BD = x$ cm。

留意 $\triangle ABC \sim \triangle EFC$。

$$\frac{FC}{BC} = \frac{EF}{AB}$$

$$\frac{FC}{20} = \frac{x}{10}$$

$$FC = 2x \text{ cm}$$

考慮 $BDEF$ 的面積。

$$\begin{aligned} x(20 - 2x) &= 42 \\ -2x^2 + 20x - 42 &= 0 \\ x &= 3 \quad \text{或} \quad 7 \end{aligned}$$

BD 的最短可取長度為 3 cm。

22. $\boxed{\text{D}}$

I. ✓。由於 $ABCD$ 為平行四邊形，$\angle BAD = \angle BCD$。

$$\begin{aligned} 360° - \angle BCD &= 2\angle BAD \\ 360° - \angle BAD &= 2\angle BAD \\ \angle BAD &= 120° \end{aligned}$$

II. ✓。由於 $ABCD$ 為平行四邊形，$AB = CD$ 及 $AD = BC$。
由於 $BC = CD$，$ABCD$ 的四邊相等及它是個菱形。

III. ✓。由於 $AB = AD$，$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{AD} = 1 : 1$。

23. $\boxed{\text{A}}$

x 截距 $= \dfrac{5}{b}$ 及 y 截距 $= \dfrac{5}{a}$。
留意 a 及 b 均為正數。

$$\frac{5}{b} < 2 \quad \text{及} \quad \frac{1}{2} \times \frac{5}{b} \times \frac{5}{a} > 4$$
$$b > \frac{5}{2} \qquad\qquad ab < \frac{25}{8}$$

I. ✓。

II. ✓。

III. ✗。取 $a = 1$ 及 $b = 3$。此 a 及 b 的值滿足以上所有條件但 $2a < b$。

24. $\boxed{\text{D}}$

兩直線平行。

$$\frac{-2}{3} = \frac{-6}{k}$$
$$k = 9$$

25. $\boxed{\text{C}}$

$$(-2,\ -5) \longleftarrow B\,(-2,\ 5) \longleftarrow A\,(-2,\ 2) = \left(2\sqrt{2},\ 135°\right)$$

26. $\boxed{\text{C}}$

P 的軌跡為一對平行直線，$y = -1$ 及 $y = 11$。

27. $\boxed{\text{A}}$

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y + \frac{4}{3} = 0$$

I. ✗。圓心的 x 坐標 $= -1$

II. ✓。$0^2 + 0^2 + 0 + 0 + \dfrac{4}{3} > 0$。原點在 C 外。

III. ✗。半徑 $= \sqrt{1^2 + 2^2 - \dfrac{4}{3}} \neq 1$

28. $\boxed{\text{C}}$

所求概率

$$= 1 - \left(\frac{4}{7}\right)^2$$

$$= \frac{33}{49}$$

29. $\boxed{\text{B}}$

60 與 70 的平均為 65。

若男生的數目較女生多，則總平均分會較接近男生的平均分。

總平均分會在 60 與 65 之間。

數學解釋

設男女的數目之比為 $1 : \beta$，其中 $0 < \beta < 1$。

平均值 $= \dfrac{60(1) + 70(\beta)}{1 + \beta} = 60 + \dfrac{10\beta}{1 + \beta} = 65 + \dfrac{5\beta - 5}{1 + \beta}$

由於 $\dfrac{10}{1 + \beta} > 0 > \dfrac{5\beta - 5}{1 + \beta}$，測驗分數的平均值在 60 與 65 之間。

只有選項 B 滿足以上條件。

30. $\boxed{\text{D}}$

A. ✗。眾數 = 30

B. ✗。中位數 = 30

C. ✗。下四分位數 = 25

D. ✓。

31. $\boxed{\text{B}}$

斜率 $= \dfrac{12 - 0}{0 - 3} = -4$

該關係的方程為

$$\frac{y^3 - 12}{\log_5 x - 0} = -4$$

$$y^3 - 12 = -4\log_5 x$$

代 $y = 2$。

$$2^3 - 12 = -4\log_5 x$$

$$\log_5 x = 1$$

$$x = 5$$

32. $\boxed{\text{B}}$

$y = f(x) \quad \longrightarrow \quad y = f(-x) \quad \longrightarrow \quad y = f(-2x)$

沿 y 軸反射。

沿 x 軸縮小至原來的 $\frac{1}{2}$ 倍。

答案為 B。

33. $\boxed{\text{A}}$

$$\pi^{2x} - 9\pi^x + 20 < 2$$
$$(\pi^x)^2 - 9\pi^x + 18 < 0$$
$$3 < \pi^x < 6$$
$$\log 3 < x \log \pi < \log 6$$
$$\frac{\log 3}{\log \pi} < x < \frac{\log 6}{\log \pi}$$
$$\log_\pi 3 < x < \log_\pi 6$$

34. $\boxed{\text{D}}$

$512 = 200_{16}$

$11 \times 8^{16} = 11 \times 2^{48} = 11 \times 16^{12} = \text{B}000000000000_{16}$

答案為 D。

35. $\boxed{\text{B}}$

代 $k = 2$，可得 $\dfrac{i^{2020}}{k + i^{2019}} = \dfrac{1}{2 - i} = \dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{5}i$。

虛部為 $\frac{1}{5}$。

檢查各選項在 $k = 1$ 時的值。

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{5}$

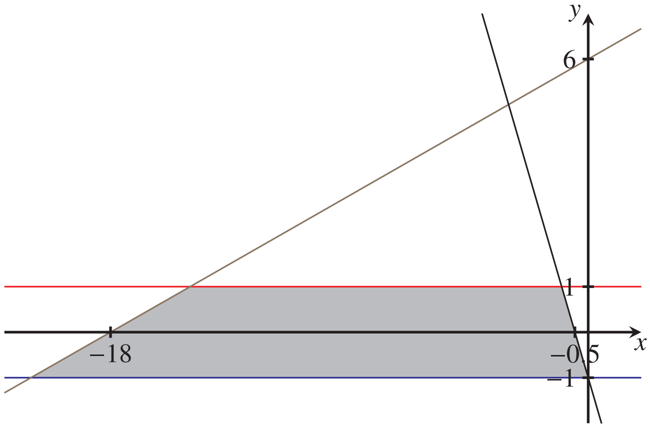
C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{2}{5}$

36. $\boxed{\text{A}}$

直線	x 截距	y 截距
$x-3y+18=0$	-18	6
$2x+y+1=0$	-0.5	-1
$y=-1$		-1
$y=1$		1

利用截距描繪解的區域。



當 x 的值越大且 y 的值越小時，$5x-2y+k$ 的值越大。
$5x-2y+k$ 在右下角達至其最大值，即 $(0,\ -1)$。

$$5(0)-2(-1)+k=12$$
$$k=10$$

37. $\boxed{\text{B}}$

I. ✓。通項 $=(1-2^{-n})-(1-2^{-(n-1)})$

$=2^{-n}(-1+2)$

$=2^{-n}$

可得 $2^{-n}<1$ 對所有正整數 n。

II. ✗。對所有正整數 n，第 n 項 $=\dfrac{1}{2^n}$ 為有理數。

III. ✓。$\log T_{n+1}-\log T_n=\log 2^{-n-1}-\log 2^{-n}$

$=(-n-1)\log 2+n\log 2$

$=-\log 2=$ 常數

因此，它是一等差數列。

38. $\boxed{\text{D}}$

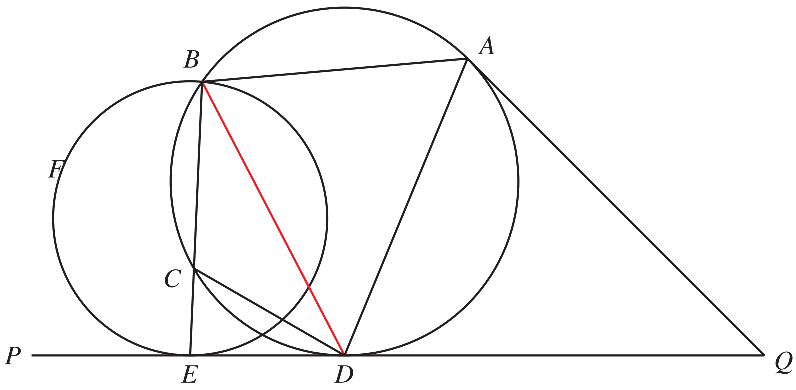
利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + m = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y - 13 = 0 \end{cases}$ 。

m 的值	交點數目	Δ
-9	0	$-$

所求範圍不包含 $m = -9$ 且 -9 不是所求範圍的界線值。
答案為 D。

39. $\boxed{\text{B}}$

由於 $AQ = DQ$，可得 $\angle ADQ = \dfrac{180° - 50°}{2} = 65°$。



$\angle ABD = \angle ADQ = 65°$
$\angle CBD = 100° - 65° = 35°$
$\angle CDE = \angle CBD = 35°$
$\angle CDB = \angle CBD = 35°$
$\angle PEB = \angle EBD + \angle BDE = 35° + (35° + 35°) = 105°$

40. $\boxed{\text{D}}$

$$\begin{aligned} 2\cos^2\theta &= 2 - \sin\theta \\ 2(1 - \sin^2\theta) &= 2 - \sin\theta \\ -2\sin^2\theta + \sin\theta &= 0 \\ \sin\theta &= 0 \quad \text{或} \quad \frac{1}{2} \end{aligned}$$

當 $\sin\theta = 0$，$\theta = 0°$ 或 $180°$ 或 $360°$。
當 $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$，$\theta = 30°$ 或 $150°$。
共有 5 個根。

41. $\boxed{\text{A}}$

直線 $x - 2y + 10 = 0$ 垂直於直線 $2x + y + a = 0$。
三條線形成的三角形為直角三角形。垂心在直角頂點。
當 $x = -6$ 時，

$$\begin{aligned}(-6) - 2y + 10 &= 0 \\ y &= 2\end{aligned}$$

代 $(-6,\ 2)$ 至 $2x + y + a = 0$，

$$\begin{aligned}2(-6) + (2) + a &= 0 \\ a &= 10\end{aligned}$$

42. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned}所求概率 &= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{6!}{8!} \\ &= \frac{13}{56}\end{aligned}$$

43. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned}所求數目 &= C_2^3 C_1^5 C_1^2 + C_1^3 C_2^5 C_1^2 + C_1^3 C_1^5 C_2^2 \\ &= 105\end{aligned}$$

44. $\boxed{\text{D}}$

設平均值及標準差分別為 $\bar{x}$ 分及 σ 分。

$$\begin{cases} \dfrac{26 - \bar{x}}{\sigma} = -1 \\ \dfrac{92 - \bar{x}}{\sigma} = 0.5 \end{cases}$$

求解後，可得 $\bar{x} = 70$ 及 $\sigma = 44$。

45. $\boxed{\text{C}}$

中位數 $= 15 \times 2 + 3 = 33$
四分位數間距 $= 10 \times 2 = 20$
方差 $= 40 \times 2^2 = 160$

– 試卷完 –