解	分
REG-2425-MOCK-SET 5-MATH-CP 1	
建議題解	
1. $\dfrac{(x^{-2}y)^{-3}}{x^{-2}y} = \dfrac{x^6y^{-3}}{x^{-2}y}$	1M
$= \dfrac{x^{6+2}}{y^{1+3}}$	1M
$= \dfrac{x^8}{y^4}$	1A
2. (a) $2m^2 - 3mn + n^2 = (2m - n)(m - n)$	1A
(b) $2m^2 - 3mn + n^2 - mx + nx = (2m - n)(m - n) - x(m - n)$	1M
$= (2m - n - x)(m - n)$	1A
3. $r + r(1 - p) = 4p$	
$r + r - pr = 4p$	1M
$p(-r - 4) = -2r$	1M
$p = \dfrac{2r}{r + 4}$	1A
4. (a) 售價 $= 1400(1 + 35\%)$	1M
$= \$1890$	1A
(b) 折扣百分比 $= \dfrac{2100 - 1890}{2100} \times 100\%$	1M
$= 10\%$	1A
5. (a) $\dfrac{0(10) + 1(m) + 2(4) + 3(2) + 4(5)}{10 + m + 4 + 2 + 5} = 1.5$	1M
$m + 34 = 1.5(m + 21)$	
$m = 5$	1A
(b) 所求概率 $= \dfrac{10}{26}$	1M
$= \dfrac{5}{13}$	1A
6. (a) $3x - 9 > 7 - 2x$	
$x > 4$	1A
$\dfrac{15 - 4x}{3} + 2 < x$	
$x > 3$	1A
因此，$x > 4$。	1M
(b) 4	1A

解	分
7. (a) P' 的坐標為 $(-4,\ -3)$。	1A
Q' 的坐標為 $(-6,\ -2)$。	1A
(b) $P'Q$ 的斜率 $= \dfrac{-6+3}{2+4} = -\dfrac{1}{2}$	1M
QQ' 的斜率 $= \dfrac{-2+6}{-6-2} = -\dfrac{1}{2} = P'Q$ 的斜率	
因此，P' 在直線 QQ' 上。	1A
8. $\angle BAD = 180° - 108°$	1M
$= 72°$	
$\angle DCE + 80° + 72° = 180°$	1M
$\angle DCE = 28°$	1A
$\angle ADE = \angle DAE = \angle DCE = 28°$	1M
$\angle ABE = \angle ADE = 28°$	1M
$\angle EBC + 28° + 108° = 180°$	
$\angle EBC = 44°$	1A
9. (a) $\angle BCD = \angle FCE$ （對頂角）	
$\angle CBD = \angle CFE$ （錯角，$BD // EG$）	
$\triangle BCD \sim \triangle FCE$ （AA）	

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) $\angle BCE = \angle DCF$ （對頂角）

$BC = DC$ （正方形性質）

$\triangle BCD \sim \triangle FCE$ （已證明）

$\dfrac{BC}{FC} = \dfrac{CD}{CE}$ （相似 △ 的對應邊）

$CE = CF$

$\triangle BCE \cong \triangle DCF$ （SAS）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

解	分
10. (a) 設 $C = a + b\sqrt{n}$，其中 a 及 b 均為非零常數。	1A
$\begin{cases} 212\,000 = a + b\sqrt{10\,000} \\ 224\,000 = a + b\sqrt{40\,000} \end{cases}$	1M
求解後，可得 $a = 200\,000$ 及 $b = 120$。	1A
所求成本 $= 200\,000 + 120\sqrt{62\,500}$	
$= \$230\,000$	1A
(b) 新成本 $= 200\,000 + 120\sqrt{250\,000}$	1M
$= \$260\,000$	
額外成本 $= 260\,000 - 230\,000$	
$= \$30\,000$	
$< \$50\,000$	
同意該宣稱。	1A
11. (a) 設 $f(x) = (x^2 - 4)(Ax + B) + 4x + k$，其中 A 及 B 均為常數。	1A
$f(2) = 0 + 4(2) + k = 0$	1M
$k = -8$	1A
(b) 可得	
$\begin{cases} f(-4) = (16 - 4)(-4A + B) - 16 - 8 = 0 \\ f(0) = (-4)(B) - 8 = 40 \end{cases}$	1M
求解後，可得 $A = -\dfrac{7}{2}$ 及 $B = -12$。	1A
$f(x) = (x^2 - 4)\left(-\dfrac{7}{2}x - 12\right) + 4x - 8 = 0$	
$-\dfrac{1}{2}(x + 2)(x - 2)(7x + 24) + 4(x - 2) = 0$	
$\dfrac{1}{2}(x - 2)[-(x + 2)(7x + 24) + 8] = 0$	1M
$\dfrac{1}{2}(x - 2)(-7x^2 - 38x - 40) = 0$	
$-\dfrac{1}{2}(x - 2)(7x + 10)(x + 4) = 0$	
$x = 2$ 或 -4 或 $-\dfrac{10}{7}$	
不同意該宣稱。	1A

解	分
12. (a) $36 = \dfrac{21+23+24+...+52}{14}$	1M
$a + b = 7$	
由於 $0 \le a \le b \le 5$，$(a,\ b) = (2,\ 5)$ 或 $(3,\ 4)$。	1A+1A
(b) (i) 當離開的人的體重大於 35 kg 時，新的中位數為最小。	
當 $(a,\ b) = (2,\ 5)$ 時，新中位數 = 35 kg。	1M
當 $(a,\ b) = (3,\ 4)$ 時，新中位數 = 34.5 kg。	
所求中位數 = 34.5 kg。	1A
(ii) 當離開的人的體重為 21 kg 及 23 kg 時，新的平均值最大。	1M
所求平均值 $= \dfrac{36\times 14 - 21 - 23}{12}$	
$= \dfrac{115}{3}$ kg	1A
13. (a) 設 h cm 為該圓柱的高。	
$2\pi(40)h = 6000\pi$	1M
$h = 75$	
所求體積 $= \pi(40)^2(75)$	1M
$= 120\,000\pi\ \text{cm}^3$	1A
(b) 設 H cm 為 B 的高。	
$\dfrac{1}{3}\pi(40)^2(60) + \dfrac{1}{3}\pi(60)^2H = 120\,000\pi$	1M+1M
$H = \dfrac{220}{3}$	
$\dfrac{B\text{ 的高}}{A\text{ 的高}} = \dfrac{\left(\frac{220}{3}\right)}{60} = \dfrac{11}{9}$	1M
$\dfrac{B\text{ 的底半徑}}{A\text{ 的底半徑}} = \dfrac{60}{40} = \dfrac{3}{2} \ne \dfrac{11}{9}$	
因此，A 與 B 不相似。	
該宣稱不正確。	1A
14. (a) (i) $\sqrt{(x-7)^2+(y+3)^2} = \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}$	1M+1A
$-12x + 4y + 56 = 0$	
$3x - y - 14 = 0$	1A
Γ 的方程為 $3x - y - 14 = 0$。	
(ii) Γ 為 AB 的垂直平分線 AB。	1A
(b) (i) 3	1A
(ii) 當 $\triangle AQB$ 為銳角三角形時，	
$\angle AQB = \dfrac{1}{2}\angle AMB = 30°$。	1M+1A
當 $\triangle AQB$ 為鈍角三角形時，	
$\angle AQB = 180° - 30° = 150°$。	1A

解	分
15. 可得	
$\begin{cases} 0 = m^2 - n \\ -12 = m - n \end{cases}$	1M
$0 + 12 = m^2 - m$	1M
$0 = m^2 - m - 12$	
$m = 4$ 或 -3（捨去）	
當 $m = 4$ 時，$n = m + 12 = 16$。	1A
$4^x - 16 > 2021$	
$4^x > 2037$	
$x \log 4 > \log 2037$	1M
$x > 5.50$	1A
16. (a) 所求概率 $= \dfrac{C_3^8 C_1^4}{C_4^{12}}$	1M
$= \dfrac{224}{495}$	1A
(b) 所求概率 $= \dfrac{C_4^8}{C_4^{12}} + \dfrac{224}{495}$	1M
$= \dfrac{98}{165}$	1A
17. (a) 可得 $\alpha_n + \beta_n = \sqrt{\log_3 2^n}$ 及 $\alpha_n \beta_n = \log_9 \sqrt{2^n}$。	1A
$\alpha_n^2 + \beta_n^2 = (\alpha_n + \beta_n)^2 - 2\alpha_n \beta_n$	1M
$= \log_3 2^n - 2 \log_9 \sqrt{2^n}$	
$= \log_3 2^n - \dfrac{2 \times \frac{n}{2} \log_3 2^n}{\log_3 9}$	1M
$= n \log_3 2 - \dfrac{n}{2} \log_3 2$	
$= \dfrac{n \log_3 2}{2}$	1A
(b) $\alpha_1^2 + \beta_1^2 + \alpha_2^2 + \beta_2^2 + \ldots + \alpha_k^2 + \beta_k^2 = \log_3 32^k$	
$\dfrac{\log_3 2}{2} + \dfrac{2 \log_3 2}{2} + \ldots + \dfrac{k \log_3 2}{2} = 5k \log_3 2$	1M
$\dfrac{k(k+1)}{2} \times \dfrac{\log_3 2}{2} = 5k \log_3 2$	1M
$\dfrac{k(k+1)}{4} = 5k$	
$\dfrac{k^2}{4} - \dfrac{19k}{4} = 0$	
$k = 19$ 或 0（捨去）	1A

解	分
18. (a) $\dfrac{\sin\angle ABD}{19} = \dfrac{\sin 80^\circ}{30}$	1M
$\angle ABD \approx 38.6^\circ$ 或 141°（捨去）	1A
(b) (i) $25^2 = 19^2 + 30^2 - 2(19)(30)\cos\angle CDA$	1M
$\angle CDA \approx 56.1^\circ$	1A
(ii) 設 E 為 BD 上的一點使得 $AE \perp BD$。	
設 F 為 CD 上的一點使得 $EF \perp BD$。	
所求之角為 $\angle AEF$。	1A
$AE = 19\sin 80^\circ \approx 18.7\text{ cm}$	1M
$DE = 19\cos 80^\circ \approx 3.30\text{ cm}$	
$\angle EDF = \angle ABD \approx 38.6^\circ$	
$EF = DE\tan EDF \approx 2.63\text{ cm}$	
$DF = \dfrac{DE}{\cos\angle EDF} \approx 4.22\text{ cm}$	
$AF^2 = DF^2 + 19^2 - 2(DF)(19)\cos\angle CDA$	1M
$AF \approx 17.0\text{ cm}$	
在 $\triangle AEF$ 中，	
$AF^2 = AE^2 + EF^2 - 2(AE)(EF)\cos\angle AEF$	
$\angle AEF \approx 46.6^\circ$	1A
所求之角為 46.6°。	

解	分
19. (a) $f(3)=\dfrac{1}{k+2}[3^2+(2k-2)3-5k-1]$	
$=\dfrac{1}{k+2}(k+2)$	
$=1$	
$y=f(x)$ 的圖像通過 A。	1
(b) (i) $g(x)=f(-x)-2$	1M
$=\dfrac{1}{k+2}[x^2-(2k-2)x-7k-5]$	
$=\dfrac{1}{k+2}[(x-2(k-1)x+(k-1)^2)-k^2-5k-6]$	1M
$=\dfrac{1}{k+2}[(x-(k-1)^2)-k^2-5k-6]$	
$=\dfrac{1}{k+2}[x-(k-1)]^2-\dfrac{(k+2)(k+3)}{k+2}$	
$=\dfrac{1}{k+2}[x-(k-1)]^2-k-3$	
M 的坐標為 $(k-1,\ -k-3)$。	1A
(ii) AN 為 $\triangle ANM$ 的外接圓的直徑。	
故此，$\angle AMN=90°$。	1M
$\dfrac{(-k-3)+9}{(k-1)-1}\times\dfrac{1-(-k-3)}{3-(k-1)}=-1$	1M
$-k^2+2k+24=k^2-6k+8$	
$-2k^2+8k+16=0$	
$k=2+2\sqrt{3}$ 或 $2-2\sqrt{3}$（捨去）	1A
(iii) P 的坐標為 $(-3,\ -1)$。	1A
Q 的坐標為 $\left(1+2\sqrt{3},\ -5-2\sqrt{3}\right)$。	
外心 S 在 AN 上。故此，S 為 AN 的中點。	
S 的坐標為 $(2,\ -4)$。	1A
PS 的斜率 $=\dfrac{-1+4}{-3-2}=\dfrac{-3}{5}$	1M
PQ 的斜率 $=\dfrac{-5-2\sqrt{3}+1}{1+2\sqrt{3}+3}=-1\neq\dfrac{-3}{5}$	
P、Q、S 不共線。	
不同意該宣稱。	1A