解	分
REG-2425-MOCK-SET 4-MATH-CP 1	
建議題解	
1. $\dfrac{m^8n^{-7}}{(m^3n^{-3})^2} = \dfrac{m^8n^{-7}}{m^6n^{-6}}$	1M
$= \dfrac{m^{8-6}}{n^{-6+7}}$	1M
$= \dfrac{m^2}{n}$	1A
2. $\dfrac{3m+2}{n} - p = m$	
$3m + 2 - np = mn$	1M
$m(3-n) = np - 2$	1M
$m = \dfrac{np-2}{3-n}$	1A
3. (a) $49m^2 - 25n^2 = (7m+5n)(7m-5n)$	1A
(b) $49m^2 - 25n^2 - 7m - 5n = (7m+5n)(7m-5n) - (7m+5n)$	1M
$= (7m+5n)(7m-5n-1)$	1A
4. 設獲發兩張券及三張券的學生數目分別為 x 及 y。	
可得 $x = 4y$ 及 $2x + 3y = 220$。	1A+1A
$2(4y) + 3y = 220$	1M
$y = 20$	
學生數目 $= 80 + 20 = 100$	1A
5. 設 \$$x$ 為該椅子的成本。	
標價 $= x(1+20\%) = \$1.2x$	1M
售價 $= \$(1.2x - 90)$	1M
$1.2 - 90 = x(1-16\%)$	1M
$x = 250$	1A
6. (a) $\angle POR = 310° - 130° = 180°$	1M
因此，P、O、R 共線。	1A
(b) 面積 $= \dfrac{(3+8)(4)\sin(310° - 280°)}{2}$	1M
$= 11$	1A

解	分
7. (a) 最小可取重量 $= 700 - \dfrac{10}{2} = 695\text{ g}$	1M+1A
(b) 最小總重量 $= 695 \times 40$	1M
$= 27.8\text{ kg}$	
$> 27.75\text{ kg}$	1M
不同意該宣稱。	1A
8. $\angle DAC = \angle CBD = 25^\circ$	1A
$\angle ADC = 90^\circ$	1A
$\angle ACD = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$	1A
$\angle CDE = 128^\circ - 65^\circ = 63^\circ$	1A
9. (a) 設 $f(x) = ax + b\sqrt{x}$，其中 a 及 b 均為非零常數。	1A
$\begin{cases} 46 = 4a + 2b \\ 188 = 16a + 4b \end{cases}$	1M
求解後，可得 $a = 12$ 及 $b = -1$。	1A
因此，$f(x) = 12x - \sqrt{x}$。	
(b) 所求變化 $= [12(9) - \sqrt{9}] - [12(16) - \sqrt{16}]$	1M
$= -83$	1A
10. (a) $28 = 159 - (130 + a)$	
$a = 1$	1A
$145 = \dfrac{131 + 132 + \ldots + 159}{16}$	1M
$b = 1$	1A
四分位數間距 $= 151 - 141 = 10\text{ cm}$	1A
(b) (i) 對 B 組，四分位數間距 $= 168 - 157 = 11\text{ cm} > 10\text{ cm}$。	
B 組學生的身高分佈離差較 A 組大。	1A
(ii) B 組的分佈的中位數（162 cm）較 A 組分佈的最大值（159 cm）高。	1M
同意該宣稱。	1A

解	分
11. (a) $f(x) = (2x^2 - 1)(x + a) + bx - 9$	1M
$\begin{cases} f(1) = 0 = (2-1)(1+a) + b - 9 \\ f(2) = 1 = (8-1)(2+a) + 2b - 9 \end{cases}$	1M
求解後，可得 $a = -4$ 及 $b = 12$。	1A+1A
(b) $f(x) = (2x^2 - 1)(x - 4) + 12x - 9 = 0$	
$2x^3 - 8x^2 + 11x - 5 = 0$	
$(x - 1)(2x^2 - 6x + 5) = 0$	1M
$x = 1$ 或 $2x^2 - 6x + 5 = 0$	
對 $2x^2 - 6x + 5 = 0$，$\Delta = 6^2 - 4(2)(5) = -4 < 0$。該方程沒有實根。	1M
不同意該宣稱。	1A
12. (a) $\angle ACE = \angle BCD$ （公共角）	
$\angle CAE = \angle CBD$ （已知）	
$\triangle ACE \sim \triangle BCD$ （AA）	

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) (i) $\dfrac{BE + 10}{26} = \dfrac{15}{10}$	1M
$BE = 29\text{ cm}$	1A
(ii) $BD = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36\text{ cm}$	1M
所求面積 $= \dfrac{(36)(26 - 15)}{2}$	
$= 198\text{ cm}^2$	1A
(iii) $AE = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24\text{ cm}$	
$AB = \sqrt{24^2 + 29^2} = \sqrt{1417}\text{ cm}$	
設 D 與 P 的最短距離為 h cm。	
$\dfrac{(\sqrt{1417})(h)}{2} = 198$	1M
$h \approx 10.5 > 10$	
該點 P 不存在。	1A

解	分
13. (a) $(0,\ 7)$	1A
(b) (i) 設 $P(x,\ y)$。	
$\sqrt{x^2+(y-7)^2}=\sqrt{(x-8)^2+(y-1)^2}$	1M
$x^2+y^2-14y+49=x^2+y^2-16x-2y+65$	
$4x-3y-4=0$	1A
P 的軌跡的方程為 $4x-3y-4=0$。	
(ii) 設 AE 的中點為 F。則 $F(4,\ 4)$。	
$AF=\sqrt{4^2+3^2}=5$，C 的半徑 $=\sqrt{7^2-40}=3<5$	1M
因此，F 在圓外，C 與 Γ 不相交。	1A
(c) 所求比例 $=AH:AE$	
$=3:2\times 5$	
$=3:10$	1A
14. (a) 角柱的體積 $=(798)(20)=15\,960\text{ cm}^3$	1A
兩角錐的體積比 $=4^{\frac{3}{2}}:25^{\frac{3}{2}}=8:125$	1M
較小的角錐的體積 $=15\,960\times\dfrac{8}{8+125}$	
$=960\text{ cm}^3$	1A
(b) 設較小的角錐的高為 h cm。	
$\dfrac{1}{3}(24)^2(h)=960$	1M
$h=5$	
較小的角錐的總表面面積 $=24^2+4\times\dfrac{24\left[\sqrt{5^2+\left(\frac{24}{2}\right)^2}\right]}{2}$	1M
$=1200\text{ cm}^2$	
所求面積 $=1200\times\dfrac{25}{4}$	1M
$=7500\text{ cm}^2$	1A
15. (a) 設 x 分為安琪在英文考試的得分。	
$\dfrac{x-60}{10}=-0.6$	1M
$x=54$	1A
(b) 安琪在中文考試的標準分	
$\dfrac{54-59}{8}$	
$=-0.625$	1A
<-0.6	
安琪在英文考試的表現較好。	
該宣稱不正確。	1A

解	分
16. (a) 可得 $p+4p=-a$ 及 $p(4p)=b$。	1M
$4\left(-\dfrac{a}{5}\right)^2=b$	
$4a^2=25b$	1
(b) $x^2+(mx+20)^2+16x-20(mx+20)+64=0$	1M
$(m^2+1)x^2+(20m+16)x+64=0$	
$x^2+\left(\dfrac{20m+16}{m^2+1}\right)x+\dfrac{64}{m^2+1}=0$	
設 q 為 Q 的 x 坐標。	
則 P 的 x 坐標為 $4q$。	
q 及 $4q$ 為方程 $x^2+\left(\dfrac{20m+16}{m^2+1}\right)x+\dfrac{64}{m^2+1}=0$ 的根。	
$4\left(\dfrac{20m+16}{m^2+1}\right)^2=25\left(\dfrac{64}{m^2+1}\right)$	1M
$(5m+4)^2=25(m^2+1)$	
$40m-9=0$	
$m=\dfrac{9}{40}$	1A
17. (a) 所求概率 $=\dfrac{C_4^9+C_4^7}{C_4^{21}}$	1M+1M
$=\dfrac{23}{855}$	1A
(b) 所求概率 $=1-\dfrac{23}{855}$	1M
$=\dfrac{832}{855}$	1A
(c) 所求概率 $=\dfrac{C_3^9C_1^{12}+C_3^7C_1^{14}+C_3^3C_1^{18}}{C_4^{21}}$	1M
$=\dfrac{1516}{5985}$	1A

解	分
18. (a) $f(x) = x^2 - 4ax + 3a^2 - 1$	
$= [x^2 - 2(2a)x + (2a)^2 - (2a)^2] + 3a^2 - 1$	1M
$= (x - 2a)^2 - a^2 - 1$	
頂點的坐標為 $\left(2a,\ -a^2 - 1\right)$。	1A
(b) (i) P 及 Q 的坐標分別為 $\left(2a + 1,\ -a^2 - 2\right)$ 及 $\left(2a + 1,\ a^2 + 2\right)$ respectively。	1M
$PQ = 12$	
$(a^2 + 2) - (-a^2 - 2) = 12$	
$a^2 = 4$	
$a = 2$ 或 -2（捨去）	
P 及 Q 的坐標分別為 $(5,\ -6)$ 及 $(5,\ 6)$。	1A
留意 S 在 x 軸上。	
設 $(s,\ 0)$ 為 S 的坐標。	
$\dfrac{0 + 6}{s - 5} \times \dfrac{0 - 6}{-4 - 5} = -1$	1M
$s = 1$	
S 的坐標為 $(1,\ 0)$。	1A
(ii) $PR = \sqrt{(-4 - 5)^2 + (0 + 6)^2} = \sqrt{117}$	
$QR = \sqrt{(-4 - 5)^2 + (0 - 6)^2} = \sqrt{117} = PR$	
可得 $\angle PQR = \angle RPQ$。	
留意 $SP \perp PT$ 及 $SP \perp QR$。	
可得 $QR /\!/ PT$ 及 $\angle PRQ = \angle TPQ$。	1M
因此，$\angle TPQ = \angle PRQ = \angle RPQ$。	
PQ 為 $\angle RPT$ 的角平分線。	1A

解	分
19. (a) $AD = \dfrac{\sqrt{30^2+40^2}}{2} = 25\text{ cm}$	
$\angle BAC = \cos^{-1}\dfrac{30}{50} = \cos^{-1}\dfrac{3}{5}$	
$BD^2 = 25^2 + 30^2 - 2(25)(30)\cos\angle BAC$	1M
$BD = 25\text{ cm}$	1A
$\angle ABD = \angle BAD = \cos^{-1}\dfrac{3}{5}$	
$AF = 30\sin\angle ABD = 24\text{ cm}$	1A
$\cos\angle BAF = \dfrac{24}{30} = \dfrac{4}{5}$	
$FE = \dfrac{30}{\cos\angle BAF} - 24 = 13.5\text{ cm}$	1A
(b) (i) 所求之角為 $\angle AFE$。	
$\cos\angle AFE = \dfrac{13.5}{24}$	1M
$\angle AFE \approx 55.8°$	1A
(ii) 由於 $AF \perp BD$ 及 $FE \perp BD$，	
同意該宣稱。	1A
(iii) $\triangle BCD$ 的面積 $= \dfrac{\triangle ABC \text{ 的面積}}{2}$	
$= \dfrac{(30)(40)}{2\times 2}$	
$= 300\text{ cm}^2$	
所求體積 $= \dfrac{1}{3}(300)(24\sin\angle AFE)$	1M
$\approx 1984\text{ cm}^3$	1A
(iv) $\triangle ABD$ 的面積等於 $\triangle BCD$ 的面積，即 300 cm^2。	
藉考慮該四面體的體積，	
$\dfrac{1}{3}(300)(AB\sin\alpha) = \dfrac{1}{3}(300)(BC\sin\beta)$	1M
$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{40}{30} > 1$	
故此，$\sin\alpha > \sin\beta$ 及 $\alpha > \beta$。	1A