REG-2425-MOCK-SET 3-MATH-CP 2

答案：

1. A	2. B	3. A	4. C	5. B	6. B	7. A	8. A	9. D	10. D
11. B	12. C	13. C	14. A	15. B	16. B	17. A	18. B	19. C	20. D
21. D	22. C	23. C	24. D	25. D	26. D	27. C	28. A	29. D	30. B
31. B	32. D	33. A	34. B	35. D	36. C	37. D	38. C	39. A	40. A
41. A	42. C	43. C	44. B	45. D					

題解：

1. $\boxed{\text{A}}$

$$\begin{aligned}(-2)^{2017}\left(\frac{1}{4}\right)^{2016} &= -\frac{2^{2017}}{2^{2\times 2016}}\\ &= -\frac{1}{2^{4032-2017}}\\ &= -\frac{1}{2^{2015}}\end{aligned}$$

2. $\boxed{\text{B}}$

q^3 的係數 $= (-1)(1) = -1$

p^2q 的係數 $= (1)(1) + (-1)(1) = 0$

只有選項 B 滿足以上結果。

3. $\boxed{\text{A}}$

$$\begin{aligned}\frac{c}{a-1} - \frac{ab}{1-a} &= 3\\ c + ab &= 3a - 3\\ a(b-3) &= -3 - c\\ a &= \frac{3+c}{3-b}\end{aligned}$$

4. $\boxed{\text{C}}$

比較 x 的係數及常數項，

$$\begin{aligned}-a + 5a &= 9 - 1 \quad &\text{及} \quad 5 - 5a^2 &= -9 - b\\ 4a &= 8 & b &= 6\\ a &= 2\end{aligned}$$

5. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned} -f(2) + f(-2) &= -(2+4-4) + (2-4-4) \\ &= -8 \end{aligned}$$

6. $\boxed{\text{B}}$

$$y = (qx - p)(x+1) + 3 = q\left(x - \frac{p}{q}\right)(x+1) + 3$$

I. ✓。由於圖像開口向上，x^2 的係數 $= q > 0$。

II. ✓。y 截距 $= -p + 3 < 0 \quad \Rightarrow \quad p > 3$

III. ✗。當 $x = -1$ 時，$y = 0 + 3 = 3 \neq 0$。

7. $\boxed{\text{A}}$

$$\begin{aligned} \frac{6x-1}{7} &> 5 \\ \frac{6x}{7} &> \frac{36}{7} \\ x &> 6 \end{aligned} \qquad \text{或} \qquad \begin{aligned} 4 - 3(1-x) &> 7 \\ 3x &> 6 \\ x &> 2 \end{aligned}$$

因此，$x > 2$。

8. $\boxed{\text{A}}$

$$\begin{aligned} p(-k) = -k^3 + k^3 - 4k - 16 &= 0 \\ k &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{餘數} &= (-2)^3 - 4(-2)^2 + 4(-2) - 16 \\ &= -48 \end{aligned}$$

9. $\boxed{\text{D}}$

$$\begin{aligned} \text{本利和} &= 94\,000\left(1 + \frac{4\%}{12}\right)^{3\times12} \\ &\approx \$105\,964 \end{aligned}$$

10. $\boxed{\text{D}}$

設 $\begin{cases} 3b - 4c = 1 \\ 4b - 3c = 2 \end{cases}$。則 $b = \frac{5}{7}$ 及 $c = \frac{2}{7}$。

可得 $a = c \times \frac{2}{1} = \frac{4}{7}$。

$(a+b) : (b+c) = \frac{9}{7} : \frac{7}{7} = 9 : 7$

11. $\boxed{\text{B}}$

設 $z = \dfrac{kx^3}{\sqrt{y}}$，其中 k 為一非零常數。

則 $k = \dfrac{\sqrt{y}z}{x^3}$。

故此，$\dfrac{yz^2}{x^6} = k^2$ 為一常數。

12. $\boxed{\text{C}}$

$n < \dfrac{2.5 \times 1000}{39.5}$

$n < 63.3$

n 的最大值為 63。

13. $\boxed{\text{C}}$

點子的數目藉 +6，+10，+14，…求得。

點子的數目的數列為 1，7，17，31，49，71，97，…。

所求數目為 97。

14. $\boxed{\text{A}}$

$34\pi = \pi(r)\left(\dfrac{17r}{8}\right)$

$r = 4$

體積 $= \dfrac{1}{3}\pi(4)^2\sqrt{8.5^2 - 4^2}$

$= 40\pi \text{ cm}^3$

15. $\boxed{\text{B}}$

$\sin\angle ODC = \dfrac{OC}{OD}$

$= \dfrac{1}{2}$

$\angle ODC = 30°$

$\angle DFE = 75° - 30° = 45°$ 及 $\angle CFB = \angle DFE = 45°$

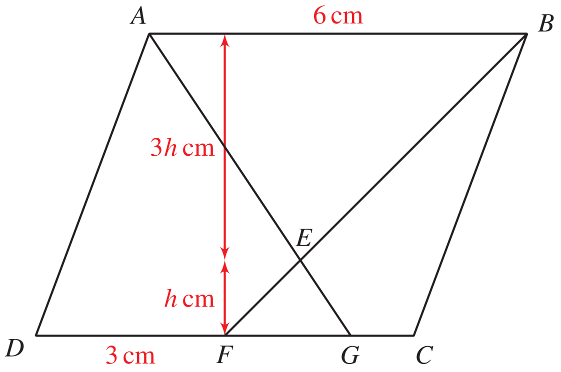
$\angle CBF = 180° - 90° - 45° = 45°$ 及 $\angle OAB = \angle OBA = 45°$

$\angle DOA = 75° - 45° = 30°$

扇形面積 $= \pi(12)^2 \times \dfrac{30°}{360°} = 12\pi \text{ cm}^2$

16. $\boxed{\text{B}}$

設 $CG = 1$ cm，可得如圖中所示的長度。



$\boxed{點\ E}$ 可得 $\triangle EFG \sim \triangle EBA$（比例 1 : 3）。

考慮 $BCGE$ 的面積。

$$1265 = \frac{(3)(4h)}{2} - \frac{(2)(h)}{2}$$
$$h = 253$$

$$所求面積 = \frac{(6)(3h)}{2}$$
$$= 2277\text{ cm}^2$$

17. $\boxed{\text{A}}$

設 $\angle EAD = x$。

在 $\triangle ABD$ 中，可得 $\angle ABD = \angle ADB$。

$$\angle ABD + \angle ADB = \angle EAD$$
$$\angle ABD = \frac{x}{2}$$

由於 $DC // EB$，可得 $\angle BDC = \angle ABD = \dfrac{x}{2}$。

在 $\triangle BCD$ 中，可得 $\angle DBC = \angle DCB = 4\angle BDC = 4\left(\dfrac{x}{2}\right) = 2x$。

$$2x + 2x + \frac{x}{2} = 180°$$
$$x = 40°$$

18. $\boxed{\text{B}}$

留意 $\triangle ADE \sim \triangle ACF$。

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AF}$$
$$\frac{AD}{AD+10} = \frac{6}{6+6}$$
$$AD = 10\text{ cm}$$

在 $\triangle ADE$ 中，可得 $DE = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{ cm}$。

$$\frac{CF}{DE} = \frac{AF}{AE}$$
$$\frac{CF}{8} = \frac{6+6}{6}$$
$$CF = 16\text{ cm}$$

在 $\triangle BCF$ 中，可得 $BC = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20\text{ cm}$。

19. $\boxed{\text{C}}$

$BE = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12\text{ cm}$ 及 $DE = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\text{ cm}$

周界 $= 5 + 13 + (5 + 16) + 20 = 58\text{ cm}$

20. $\boxed{\text{D}}$

$DE = \frac{1}{2}AD = 1\text{ cm}$

$DG = \frac{1}{2}CD = 1\text{ cm}$

留意 $\triangle CDE \cong \triangle ADG$。

可得 $\angle DAG = \angle DCE$。

考慮 $\triangle ADG$。

$$AG^2 = AD^2 + DG^2$$
$$AG = \sqrt{2^2 + 1^2}$$
$$= \sqrt{5}\text{ cm}$$

留意 $\triangle CFG \sim \triangle ADG$。

$$\frac{\triangle CFG \text{ 的面積}}{\triangle ADG \text{ 的面積}} = \left(\frac{CG}{AG}\right)^2$$
$$\frac{\triangle CFG \text{ 的面積}}{\frac{1}{2}(2)(1)} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$$
$$\triangle CFG \text{ 的面積} = \frac{1}{5}\text{ cm}^2$$

21. $\boxed{\text{D}}$

設 $AD = 1$。

$\angle AFD = \alpha$、$AF = \dfrac{1}{\sin\alpha}$ 及 $DF = \dfrac{1}{\tan\alpha}$

$CF = 1 - \dfrac{1}{\tan\alpha}$ 及 $EF = \dfrac{CF}{\sin(180° - \beta)} = \dfrac{1 - \frac{1}{\tan\alpha}}{\sin\beta}$

$$\begin{aligned}\frac{AF}{EF} &= \frac{1}{\sin\alpha} \div \frac{1 - \frac{1}{\tan\alpha}}{\sin\beta} \\ &= \frac{\sin\beta}{\sin\alpha - \cos\alpha}\end{aligned}$$

22. $\boxed{\text{C}}$

$\angle CAD = \angle BAC \times \dfrac{16}{24} = 42°$

$\angle ACB = 180° - 90° - 63° = 27°$ 及 $\angle ADE = \angle ACB = 27°$

$\angle AED = 180° - 27° - 42° = 111°$

23. $\boxed{\text{C}}$

共有 6 條反射對稱軸。

24. $\boxed{\text{D}}$

I. ✓。斜率 $= -\dfrac{a}{5} < 0 \quad \Rightarrow \quad a > 0$

II. ✓。y 截距 $= \dfrac{b}{5} < -1 \quad \Rightarrow \quad b < -5$

III. ✓。x 截距 $= \dfrac{b}{a} > -2$ 及 $a > 0 \quad \Rightarrow \quad b > -2a$

25. $\boxed{\text{D}}$

L_1 與 L_2 為兩互相垂直的直線。

P 的軌跡為 L_1 與 L_2 形成的角的角平分線。

P 的軌跡為一對垂直線。

26. $\boxed{\text{D}}$

方程的格式為 $2x - 3y + C = 0$，其中 C 為一常數。

代 $(5,\ 1)$ 至該方程中，可得 $C = -7$。

27. $\boxed{\text{C}}$

C_1: $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$
C_2: $x^2 + y^2 + 6x - 8y + \dfrac{33}{2} = 0$
G_1 及 G_2 的坐標分別為 $(4, 3)$ 及 $(-3, 4)$。

I. ✓。
G_1O 的斜率 $= \dfrac{3-0}{4-0} = \dfrac{3}{4}$
G_2O 的斜率 $= \dfrac{4-0}{-3-0} = -\dfrac{4}{3} = -1 \div \dfrac{3}{4}$
因此，G_1O 垂直於 G_2O。

II. ✗。
C_1 的面積 $= \pi\left(\sqrt{4^3 + 3^2 - 20}\right)^2 = 5\pi$
C_2 的面積 $= \pi\left(\sqrt{3^2 + 4^2 - \dfrac{33}{2}}\right)^2 = \dfrac{17\pi}{2} > 5\pi$

III. ✓。
$OG_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
$OG_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

28. $\boxed{\text{A}}$

所求概率 $= \dfrac{3+2+2+1}{8 \times 7}$
$= \dfrac{1}{7}$

29. $\boxed{\text{D}}$

在累積頻數曲線中，越斜 $\Rightarrow$ 在對應的組內有越多的數據。
故此，數據集中在較小的部分。
最小值、下四分位數、中位數、上四分位數之間的距離會較近。

30. $\boxed{\text{B}}$

眾數 $= 60 \quad \Rightarrow \quad a$、$b$、$c$、$d$ 中至少三個為 60
設 $a = b = c = 60$。
$70 = \dfrac{60 + 60 + 60 + d + \ldots + 81}{12}$
$d = 76$
中位數 $= 76$

31. $\boxed{\text{B}}$

由 $y = f(x)$ 開始，

沿 x 軸反射 $\quad\rightarrow\quad y = -f(x)$

向左平移 2 單位 $\quad\rightarrow\quad y = -f(x+2)$

32. $\boxed{\text{D}}$

$$\begin{aligned}&1100001101011011_2\\&= 2^{15} + 2^{14} + 2^9 + 2^8 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2 + 1\\&= (2+1)\times 2^{14} + (2^3 + 2^2 + 1)\times 2^6 + 2^4 + (2^2+1)\times 2 + 1\\&= 3\times 2^{14} + 13\times 2^6 + 2^4 + 5\times 2 + 1\end{aligned}$$

33. $\boxed{\text{A}}$

對點 $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$，

$$\begin{aligned}\log_8 x &= \frac{1}{3} \qquad &\text{及} \log_4 y &= 0\\ x &= 8^{\frac{1}{3}} = 2 & y &= 1\end{aligned}$$

只有選項 A 滿足以上結果。

34. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned}\log_4 a &= \frac{1}{c} &\qquad \text{及} \qquad \log_{25} b &= \frac{1}{c}\\ \frac{\log a}{2\log 2} &= \frac{1}{c} & \frac{\log b}{2\log 5} &= \frac{1}{c}\\ \log a &= \frac{2\log 2}{c} & \log b &= \frac{2\log 5}{c}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log ab &= \log a + \log b\\ &= \frac{2\log 2}{c} + \frac{2\log 5}{c}\\ &= \frac{2\log 10}{c}\\ &= \frac{2}{c}\end{aligned}$$

35. $\boxed{\text{D}}$

取 $m = 1$，$i^7 + \dfrac{i^5 - 4}{m - i} = -\dfrac{5}{2} - \dfrac{5}{2}i$。

只有選項 D 在當 $m = 1$ 時可得 $-\dfrac{5}{2}$。

36. $\boxed{\text{C}}$

標示各不等式如下：

① $7x + y \le 20$

② $2x + 3y \ge 3$

③ $5y - 3x \le 24$

直線	坐標	檢查	$4y - 3x - 5$
① 及 ②	$(3,\ -1)$	③ ✓	-18
① 及 ③	$(2,\ 6)$	② ✓	13
② 及 ③	$(-3,\ 3)$	① ✓	16

最大值為 16。

37. $\boxed{\text{D}}$

留意 $\log 9 - \log 3 = \log 27 - \log 9 = \log 81 - \log 27 = \log 3$。
$\log 3$，$\log 9$，$\log 27$，$\log 81$ 為等差數列。

38. $\boxed{\text{C}}$

$$4\cos^2\theta - 7\sin\theta - 7 = 0$$
$$4(1 - \sin^2\theta) - 7\sin\theta - 7 = 0$$
$$-4\sin^2\theta - 7\sin\theta - 3 = 0$$
$$\sin\theta = -1 \quad \text{或} \quad -\frac{3}{4}$$

$\sin\theta = -1$ 有一個根及 $\sin\theta = -\frac{3}{4}$ 有兩個根。

39. $\boxed{\text{A}}$

$CM = 30 \times \frac{7}{3+7} = 21\text{ cm}$ 及 $MH = 30 - 21 = 9\text{ cm}$
$MA = \sqrt{12^2 + 16^2 + 21^2} = 29\text{ cm}$ 及 $MG = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15\text{ cm}$
$AG = \sqrt{30^2 + 16^2} = 34\text{ cm}$
$AG^2 = AM^2 + MG^2 - 2(AM)(MG)\cos\theta$
$\cos\theta = \frac{-3}{29}$

40. $\boxed{\text{A}}$

$\angle AGE = 2 \times 66^\circ = 132^\circ$
$\angle CEA = 132^\circ \times \dfrac{6}{5+6} = 72^\circ$
$\angle CAT = \angle CEA = 72^\circ$ 及 $\angle ATC = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ$

41. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。G 在 $\triangle OAB$ 內，即在第二象限內。x 坐標與 y 坐標不相同（一正一負）。

II. ✓。設內切圓的半徑為 r。則 G 的坐標為 $(-r,\ r)$。

$$4r + (-r) = 3kb$$
$$r = kb$$

利用切線性質，OB 被分成兩線段，長度為 $b - r$ 及 r。
OA 被分成兩線段，長度為 $10 - r$ 及 r。

$$(10 - r) + (b - r) = \sqrt{10^2 + b^2}$$
$$[10 + b(1 - 2k)]^2 = b^2 + 100$$
$$100 + 20b(1 - 2k) + b^2(1 - 2k)^2 = b^2 + 100$$
$$b^2(4k^2 - 4k) + 20b(1 - 2k) = 0$$
$$b = -\frac{20(1 - 2k)}{4k^2 - 4k}$$
$$= \frac{5(1 - 2k)}{k(1 - k)}$$

所求距離 $= r = kb = \dfrac{5(1 - 2k)}{1 - k}$

III. ✗。當 $k = \dfrac{1}{6}$ 時，$r = \dfrac{5(1 - 2k)}{1 - k} = 4$。
內切圓的方程為 $(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 4^2$。

$$(x + 4)^2 + (5 - 3x - 4)^2 = 16$$
$$10x^2 + 2x + 1 = 0$$

$\Delta = 2^2 - 4(10)(1) = -36 < 0$
直線 $3x + y = 5$ 與 $\triangle OAB$ 的內切圓不相交，即不是切線。

42. $\boxed{\text{C}}$

所求數目 $= C^{10}_3 3!9! = 261\ 273\ 600$

43. $\boxed{\text{C}}$

所求概率 $= 1 - \left(1 - \frac{2}{8}\right)\left(1 - \frac{3}{8}\right)\left(1 - \frac{4}{8}\right)$

$= \frac{49}{64}$

44. $\boxed{\text{B}}$

設測驗分數的標準差為 σ。

$$\frac{76 - 64}{\sigma} = 1.5$$

$$\sigma = 8$$

志誠的標準分 $= \frac{54 - 64}{8} = -1.25$

45. $\boxed{\text{D}}$

從新的數字組至原來的數字組，

將每個數字乘以 4，然後減 3。

因此，原來的數字組的平均值 $= 4m - 3$ 及方差 $= 16v$。