REG-FG-2425-ASM-SET 2-MATH
建議題解

多項選擇題

1. A	2. A	3. B	4. D	5. A
6. C	7. C	8. B	9. C	10. A
11. C	12. A	13. D	14. C	15. B
16. C	17. B	18. B	19. D	20. A
21. D	22. D	23. D	24. B	25. B
26. B	27. D	28. C	29. A	30. C

1. $\boxed{\text{A}}$

當 x^2 的係數為負數時，圖像的開口向下。
答案為 A。

2. $\boxed{\text{A}}$

$y = -2x^2 - 8x + 10 \quad \rightarrow \quad a = -2$、$b = -8$ 及 $c = 10$

正負	圖像	結論
$a < 0$	開口向下	B ✗ 及 D ✗
$b < 0$	y 截距位置的斜率為負值	C ✗

答案為 A。

3. $\boxed{\text{B}}$

圖像	結論
開口向上	$a > 0$
y 截距為正數	$b > 0$

答案為 B。

4. $\boxed{\text{D}}$

圖像	結論
y 截距位置的斜率為負數	$p < 0$
y 截距為負數	$q < 0$

答案為 D。

5. $\boxed{\text{A}}$

考慮 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖像。

圖像	結論
開口向上	$a > 0$
y 截距位置的斜率為負數	$b < 0$
y 截距為正數	$c > 0$

考慮 $y = bx^2 + cx + a$ 的圖像。

正負	圖像	結論
$b < 0$	開口向下	C ✗ 及 D ✗
$c > 0$	y 截距位置的斜率為正數	B ✗

答案為 A。

6. $\boxed{\text{C}}$

$y = x^2 - 6x + 6 \quad \rightarrow \quad a = 1$、$b = -6$ 及 $c = 6$

正負	圖像	結論
$a > 0$	開口向上	
$b < 0$	y 截距位置的斜率為負數	B ✗
$c > 0$	y 截距為正數	

當 $y = 0$，

$$0 = x^2 - 6x + 6$$
$$x \approx 4.73 \quad \text{或} \quad 1.27$$

共有兩個 x 截距。
答案為 C。

7. $\boxed{\text{C}}$

圖像	結論
開口向下	$m < 0$
y 截距 > 0	$n > 0$

答案為 C。

8. $\boxed{\text{B}}$

圖像開口向下。可得 $a < 0$。
該圖像的頂點的坐標為 $(-b,\ c)$。
可得 $-b < 0$ $(b > 0)$ 及 $c > 0$。
因此，$ab < 0$ 及 $c > 0$。

9. $\boxed{\text{C}}$

$y = x^2 - 2x - 3 \quad \rightarrow \quad a = 1$、$b = -2$ 及 $c = -3$

正負	**圖像**	**結論**
$a > 0$	開口向上	A ✗ 及 B ✗
$b < 0$	y 截距位置的斜率為負數	D ✗
$c < 0$	y 截距為負數	

答案為 C。

10. $\boxed{\text{A}}$

y 截距位置的斜率 $= b < 0$
當 $y = 0$，方程 $0 = -3x^2 + bx + c$ 沒有實根。

$$\Delta = b^2 - 4(-3)(c) < 0$$
$$b^2 + 12c < 0$$

11. $\boxed{\text{C}}$

圖像	**結論**
開口向上	$m > 0$
y 截距 < 0	$n < 0$

答案為 C。

12. $\boxed{\text{A}}$

圖像	**結論**
開口向下	$a < 0$
y 截距為正數	$c > 0$
兩個 x 截距	$\Delta = b^2 - 4ac > 0$

答案為 A。

13. $\boxed{\text{D}}$

方程 $x^2 - 16x + c$ 有二重根。

$$\Delta = 16^2 - 4(1)(c) = 0$$
$$c = 64$$

14. $\boxed{\text{C}}$

頂點的坐標為 $(1,\ 1)$。
圖像的頂點在第一象限。
答案為 C。

15. $\boxed{\text{B}}$

頂點的坐標為 $(-h,\ k)$。
$-h < 0$ 及 $k < 0$
$h > 0$
答案為 B。

16. $\boxed{\text{C}}$

頂點的坐標為 $(-b,\ c)$。
可得 $b = 0$ 及 $c < 0$。

17. $\boxed{\text{B}}$

I. ✗。代 $x = 0$，$y = 2(0 + a)^2 + b = 2a^2 + b$。
y 截距 $= 2a^2 + b$

II. ✓。頂點的坐標為 $(-a,\ b)$。
可得 $-a > 0\ (a < 0)$ 及 $b < 0$。
因此，$ab > 0$。

III. ✗。

18. $\boxed{\text{B}}$

$$y = (3x - 1)^2 - 9$$
$$= 9\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - 9$$

頂點的坐標為 $\left(\frac{1}{3},\ -9\right)$。

19. $\boxed{\text{D}}$

頂點的坐標為 $(-1,\ 1)$。
圖像的頂點在第二象限。
y 截距 $= -2(0 + 1)^2 + 1$
$= -1 < 0$
答案為 D。

20. $\boxed{\text{A}}$

y 截距 $= -(0-1)^2 + 9$

$= 8$

21. $\boxed{\text{D}}$

頂點 $(-b,\ 0) \quad \Rightarrow \quad -b < 0 \quad \Rightarrow \quad b > 0$

圖像開口向上 $\quad \Rightarrow \quad a > 0$

22. $\boxed{\text{D}}$

$y = (ax+1)^2 + a$

$= a^2\left(x + \dfrac{1}{a}\right)^2 + a$

頂點的坐標為 $\left(-\dfrac{1}{a},\ a\right)$。

由於 $-1 < a < 0$，頂點 $(\oplus,\ \ominus)$ 在第四象限內。

當 $x = 0$ 時，$y = 1 + a > 0 \quad \Rightarrow \quad y$ 截距為正值。

23. $\boxed{\text{D}}$

$y = -(4x-5)^2 + 8$

$= -16\left(x - \dfrac{5}{4}\right)^2 + 8$

對稱軸為 $x = \dfrac{5}{4}$。

24. $\boxed{\text{B}}$

當 $x = 0$，$y = (0+2)^2 - 8 = -4$。

C 的坐標為 $(0,\ -4)$。

$y = (3x+2)^2 - 8$

$= 9\left(x + \dfrac{2}{3}\right)^2 - 8$

The coordinates of A and B are $\left(-\dfrac{2}{3},\ 0\right)$ and $\left(-\dfrac{2}{3},\ -8\right)$ respectively。

所求面積 $= \dfrac{(4+8)\left(\frac{2}{3}\right)}{2}$

$= 4$

25. $\boxed{\text{B}}$

A 的坐標為 $(0,\ 7)$。
B 的坐標為 $(12,\ 7)$。
考慮對稱軸。

$$h = \frac{0+12}{2}$$
$$= 6$$

代 $(0,\ 7)$ 至 $y = \frac{1}{2}(x-6)^2 + k$。

$$7 = \frac{1}{2}(0-6)^2 + k$$
$$k = -11$$

26. $\boxed{\text{B}}$

可得 $c = 5$。
設另一 x 截距為 β。
則 1 及 β 為 $x^2 + bx + 5 = 0$ 的根。
兩根之積 $= 1\beta = \frac{5}{1}$

$$\beta = 5$$

對稱軸的方程為

$$x = \frac{1+5}{2}$$
$$x = 3$$

27. $\boxed{\text{D}}$

利用 x 截距，可得 $f(x) = a(x+2)(x-3)$，其中 a 為一常數。
代 $(0,\ 2)$ 至 $y = a(x+2)(x-3)$。

$$2 = a(0+2)(0-3)$$
$$a = -\frac{1}{3}$$

因此，$f(x) = -\frac{1}{3}(x+2)(x-3)$。

28. $\boxed{\text{C}}$

頂點的坐標為 $(-2,\ 6)$。
該方程為 $y = a(x+2)^2 + 6$ 的格式，其中 a 為一常數。
答案為 C。

29. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。x^2 的係數 $= 1 > 0$。

II. ✗。y 截距為 $m^2 + n$。
取 $m = 0$ 及 $n = -1$，則該 y 截距為非正值。

III. ✗。當 $x = n$ 時，$y = (m - n)^2 + n \geq n$。
取 $m = -1$ 及 $n = 1$，則明顯地 $y \neq m$。

30. $\boxed{\text{C}}$

$(3, -4)$ 在曲線 $y = f(x)$ 上 $\quad \Rightarrow \quad f(3) = -4$

$$
\begin{aligned}
f(x) + 4 &= 0 \\
f(x) &= -4 \\
x &= 3 \qquad \text{（頂點} \rightarrow 3 \text{ 是二重根）}
\end{aligned}
$$

方程 $f(x) + 4 = 0$ 的根均為實數。

結構式試題

31. (a) $0 = -x^2 + 7x - 6$

$x = 1$ 或 6

A 及 B 的坐標分別為 $(1,\ 0)$ 及 $(6,\ 0)$。 1A+1A

C 的坐標為 $(0,\ -6)$。 1A

(b) $y = -x^2 + 7x - 6$

$$= -\left[x^2 - 2\left(\frac{7}{2}\right)x + \left(\frac{7}{2}\right)^2\right] + \frac{25}{4}$$ 1M

$$= -\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$$

因此，P 的坐標為 $\left(\frac{7}{2},\ \frac{25}{4}\right)$。 1A

L 的方程為 $y = \frac{25}{4}$。 1A

32. (a) 代 $x = 8$ 至 $2x - y - 1 = 0$，可得 $y = 6$。

C 的坐標為 $(8,\ 6)$，故此 $k = 6$。 1A

代 $y = 0$ 至 $2x - y - 10 = 0$，可得 $x = 5$。

A 的坐標為 $(5,\ 0)$。 1A

代 $(5,\ 0)$ 至 $y = a(x-8)^2 + 6$，

$$0 = a(5-8)^2 + 6$$ 1M

$$a = -\frac{2}{3}$$ 1A

(b) 當 $y = 0$，

$$0 = -\frac{2}{3}(x-8)^2 + 6$$ 1M

$x = 11$ 或 5

B 的坐標為 $(11,\ 0)$。 1A

BC 的斜率 $= \frac{6-0}{8-11} = -2$

BC 的方程為

$$y - 6 = -2(x-8)$$ 1M

$$y = -2x + 22$$ 1A

33. (a) 由於該圖像的頂點為 $(3,\ 8)$ 且該圖像與 x 軸相交於兩點，

$(3,\ 8)$ 為 $y = f(x)$ 的圖像的極大點。 1M

因此，$y = f(x)$ 的圖像開口向下。 1A

(b) 利用 (a)，$f(x) \le 8$。

因此，$k > 8$。 1A

(c) 對稱軸為 $x = 3$。 1A

其中一個 x 截距為 1。 1A

設另一 x 截距為 β。

$$\frac{1+\beta}{2} = 3 \qquad \text{1M}$$

$$\beta = 5$$

該兩個 x 截距為 1 及 5。 1A

34. (a) $3 = -3^2 + 8(3) + k$ 1M

$k = -12$ 1A

(b) $0 = -x^2 + 8x - 12$

$x = 2$ 或 6

A 及 B 的坐標分別為 $(2, 0)$ 及 $(6, 0)$。 1A+1A

(c) (i) AB 的中點的 x 坐標 $= \dfrac{2+6}{2} = 4$。

對稱軸為 $x = 4$。 1A

(ii) $CP : PB = (4-3) : (6-4)$ 1M

$= 1 : 2$ 1A