REG-2425-MOCK-SET 2-MATH-CP 2

答案：

1. C	2. D	3. C	4. C	5. B	6. A	7. C	8. D	9. C	10. A
11. C	12. A	13. B	14. D	15. D	16. A	17. B	18. A	19. B	20. D
21. B	22. C	23. A	24. B	25. D	26. A	27. D	28. B	29. B	30. D
31. B	32. C	33. D	34. C	35. D	36. A	37. C	38. C	39. B	40. B
41. D	42. A	43. A	44. A	45. D					

題解：

1. $\boxed{\text{C}}$

$$\begin{aligned}\left(\frac{2^{888}}{4^{333}}\right)8^{111} &= 2^{888-2\times 333+3\times 111} \\ &= 2^{555}\end{aligned}$$

2. $\boxed{\text{D}}$

$$\begin{aligned}\frac{x+y}{x} &= \frac{1-y}{y} \\ xy+y^2 &= x-xy \\ x(2y-1) &= -y^2 \\ x &= \frac{y^2}{1-2y}\end{aligned}$$

3. $\boxed{\text{C}}$

$$\begin{aligned}(3a+2b)^2-(2a-3b)^2 &= [(3a+2b)+(2a-3b)][(3a+2b)-(2a-3b)] \\ &= (5a-b)(a+5b)\end{aligned}$$

4. $\boxed{\text{C}}$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\pi}{5}\right)^3 &\approx 0.248\,050\,213 \\ &= 0.2481 \quad \text{（準確至四位有效數字）}\end{aligned}$$

5. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned}2f(-1)+3 &= 2\left[(-1)^{2012}+2012(-1)+2012\right]+3 \\ &= 2(1-2012+2012)+3 \\ &= 5\end{aligned}$$

6. $\boxed{\text{A}}$

$0 = k^3 - k(k^2) + 2k - 4$

$k = 2$

餘數 $= (-k)^3 - k(-k)^2 + 2(-k) - 4$

$= -2k^3 - 2k - 4$

$= -24$

7. $\boxed{\text{C}}$

$2(1 - x) > 6x$ 及 $x \le \dfrac{4x + 1}{-2}$

$-8x > -2$ $\quad 3x \le -\dfrac{1}{2}$

$x < \dfrac{1}{4}$ $\quad x \le -\dfrac{1}{6}$

因此，$x \le -\dfrac{1}{6}$。

x 的最大值為 -1。

8. $\boxed{\text{D}}$

$a^2 + a(a) - 8 = 0$

$a^2 = 4$

$a = \pm 2$

當 $a = 2$ 時，方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 的根為 -4 及 2。

當 $a = -2$ 時，方程 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 的根為 4 及 -2。

另一個根的可取值為 -4 或 4。

9. $\boxed{\text{C}}$

頂點的坐標為 $(-a,\ b)$。

I. ✓。從頂點可得 $-a < -1$。故此，$a > 1$。

II. ✗。從頂點可得 $b < 0$。

III. ✓。y 截距 $= (0 + a)^2 + b = a^2 + b < 1$

10. $\boxed{\text{A}}$

成本 $= \dfrac{6400 - 420}{1 + 15\%}$

$= \$5200$

11. $\boxed{\text{C}}$

設 $A\text{ m}^2$ 為所求面積。

$$\frac{A \times 100^2}{25} = \left(\frac{4000}{1}\right)^2$$
$$A = 40\,000$$

12. $\boxed{\text{A}}$

設 $x = \dfrac{k\sqrt{z}}{y}$，其中 k 為一非零常數。

則 $k = \dfrac{xy}{\sqrt{z}}$。

因此，$\dfrac{x^2y^2}{z} = k^2$ 為一常數。

13. $\boxed{\text{B}}$

點子的數目藉 +4，+4，+4，…求得。

點子的數目的數列為 2，6，10，14，18，22，26，30。

所求數目為 30。

14. $\boxed{\text{D}}$

由於 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$，可得 $CE = BC = 5\text{ cm}$ 及 $AC = CD = 12\text{ cm}$。

考慮 $\triangle CDE$。

$$DE^2 = CE^2 + CD^2$$
$$DE = \sqrt{5^2 + 12^2}$$
$$= 13\text{ cm}$$

考慮 $\triangle ACD$。

$$AD^2 = AC^2 + CD^2$$
$$AD = \sqrt{12^2 + 12^2}$$
$$= 12\sqrt{2}\text{ cm}$$

所求周界 $= (12 - 5) + 13 + 12\sqrt{2}$

$\approx 37.0\text{ cm}$

15. $\boxed{\text{D}}$

由於 $AB = BE$，可得 $\angle AEB = \angle BAE$。

$$\begin{aligned} \angle AEB + \angle BAE &= \angle ABF \\ 2\angle AEB &= 132° \\ \angle AEB &= 66° \end{aligned}$$

由於 $AD // FC$，可得 $\angle EAD = \angle AEB = 66°$。
由於 $AE = DE$，可得 $\angle ADE = \angle EAD = 66°$。

$$\begin{aligned} \angle EAD + \angle ADE + \angle DEA &= 180° \\ 66° + 66° + \angle DEA &= 180° \\ \angle DEA &= 48° \end{aligned}$$

留意 BEC 為直線。

$$\begin{aligned} \angle AEB + \angle DEA + \angle DEC &= 180° \\ 66° + 48° + \angle DEC &= 180° \\ \angle DEC &= 66° \end{aligned}$$

16. $\boxed{\text{A}}$

設 h cm 為該直立圓錐的底半徑。

$$\begin{aligned} \frac{4}{3}\pi(3)^3 &= \frac{1}{3}\pi r^2(6) \\ r &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

總表面面積的增加百分比

$$= \frac{[\pi r^2 + \pi r(\sqrt{r^2 + 6^2})] - 4\pi(3)^2}{4\pi(3)^2} \times 100\%$$

$$\approx 36.6\%$$

17. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned} \text{底半徑的比} &= \sqrt{\frac{4}{9}} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{所求之比} &= \frac{2^3}{3^3 - 2^3} \\ &= \frac{8}{19} \end{aligned}$$

18. $\boxed{\text{A}}$

考慮 $\triangle ABD$ 及 $\triangle ADE$。

$$\frac{\triangle ABD\text{ 的面積}}{\triangle ADE\text{ 的面積}} = \frac{BD}{DE}$$
$$\frac{\triangle ABD\text{ 的面積}}{18} = \frac{1}{3}$$
$$\triangle ABD\text{ 的面積} = 6\text{ cm}^2$$

留意 $\triangle ABC \sim \triangle BEC$。

設 $x\text{ cm}^2$ 為 $\triangle BEC$ 的面積。

$$\frac{\triangle BEC\text{ 的面積}}{\triangle ABC\text{ 的面積}} = \left(\frac{BE}{AB}\right)^2$$
$$\frac{x}{x+18+6} = \left(\frac{1+3}{8}\right)^2$$
$$x = 8$$

$$\text{所求面積} = 18+6+8$$
$$= 32\text{ cm}^2$$

19. $\boxed{\text{B}}$

$AC = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}\text{ cm}$

$AD = \sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2} = 2\text{ cm}$

$$\text{所求面積} = \frac{1^2}{2} + \frac{(\sqrt{2})^2}{2} + \frac{2^2}{2}$$
$$= \frac{7}{2}\text{ cm}^2$$

20. $\boxed{\text{D}}$

留意 $AB = AD = AE$。

A 為 BDE 的外接圓的圓心。

由於 BE 為圓 BDE 的直徑，可得 $\angle BDE = 90^\circ$。

$\angle ADE = \angle DEA = 35^\circ$

$\angle ADB = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

$\angle CBD = \angle ADB = 55^\circ$

21. $\boxed{\text{B}}$

$\angle CBE = 90^\circ - \alpha$ 及 $\angle BCE = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$

$$CE = \frac{BE}{\tan\alpha} = \frac{\left(\frac{AB}{\cos\alpha}\right)}{\tan\alpha} = \frac{AB}{\cos\alpha \times \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{AB}{\sin\alpha}$$

22. $\boxed{\text{C}}$

$\angle ABC = 180° - 68° = 112°$
$\angle ABD = 90°$
$\angle CBD = 112° - 90° = 22°$
$\angle BDC = \angle CBD = 22°$
$\angle ADB = 68° - 22° = 46°$

23. $\boxed{\text{A}}$

留意 $\angle ACB = 90°$ 及 AB 為該圓的直徑。

$$\text{所求面積} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{25}{2}\right)^2 \pi - \frac{(7)(24)}{2}$$
$$\approx 161 \text{ cm}^2$$

24. $\boxed{\text{B}}$

$$(2,\ 120°) \quad = \quad \left(-1,\ \sqrt{3}\right) \quad \longrightarrow \quad \left(-1,\ -\sqrt{3}\right)$$

25. $\boxed{\text{D}}$

I. ✓。L_1 的斜率 $= -\dfrac{1}{A} < 0$。故此，$A > 0$。

II. ✓。L_2 的斜率 $= -\dfrac{1}{C}$。

$$\left(\frac{-1}{A}\right)\left(\frac{-1}{C}\right) = -1$$
$$AC = -1$$

III. ✓。L_1 的 x 截距 $= B$ 及 L_2 的 x 截距 $= D$。
因此，$B > D$。

26. $\boxed{\text{A}}$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{5} = \frac{2}{-1}$$

因此，$a = -2c$ 及 $b = -10$。

$2a + 3b + 4c = 2(a + 2c) + 3b = -30$

27. $\boxed{\text{D}}$

$C: x^2 + y^2 - 3x + y - \dfrac{13}{2} = 0$

I. ✗。

圓心的坐標為 $\left(\dfrac{3}{2}, -\dfrac{1}{2}\right)$。

II. ✓。

$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{10}$

半徑 $= \sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{13}{2}} = 3 < \sqrt{10}$

III. ✓。

將圓心記為 G。

AB 的斜率 $= \dfrac{1+2}{2-1} = 3$

BG 的斜率 $= \dfrac{1+\frac{1}{2}}{2-\frac{3}{2}} = 3$

A、B 與 G 共線。

因此，G 在通過 A 及 B 的直線上。

28. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned} \text{所求概率} &= \frac{3+5}{6^2} \\ &= \frac{2}{9} \end{aligned}$$

29. $\boxed{\text{B}}$

50% 的數據在下四分位數與上四分位數之間。

30. $\boxed{\text{D}}$

可得 $m = n = 5$。

I. ✓。

II. ✓。平均值 $= \dfrac{1+2+5+12+\ldots+5}{10} = 5.2$

III. ✓。分佈域 $= 12 - 1 = 11$

31. $\boxed{\text{B}}$

$$\begin{aligned} 1 - \frac{ab}{a^2-b^2} - \frac{b}{b-a} &= \frac{(a^2-b^2) - ab + b(a+b)}{(a+b)(a-b)} \\ &= \frac{a^2}{a^2-b^2} \end{aligned}$$

32. $\boxed{\text{C}}$

$\boxed{(0,\ -1)}$

$$\log_7 x = 0 \quad \text{及} \quad \log_7 y = -1$$
$$x = 1 \qquad\qquad y = 7^{-1}$$

可得 $7^{-1} = a(1)^b$，及 $a = \dfrac{1}{7}$。

$\boxed{(2,\ 0)}$

$$\log_7 x = 2 \quad \text{及} \quad \log_7 y = 0$$
$$x = 49 \qquad\qquad y = 1$$

可得 $1 = \dfrac{1}{7}(49)^b$，及 $b = \dfrac{1}{2}$。

33. $\boxed{\text{D}}$

十六進制的每個位數均對應其二進制表示中的四個位數。

$F6_{16} = 11110110_2$ 及 $14_{16} = 10100_2$

因此，$14F6_{16} = 1010011110110_2$。

34. $\boxed{\text{C}}$

代 $k = 1$。

$$\frac{5k + 10i}{1 - 2i} = \frac{5 + 10i}{1 - 2i} = -3 + 4i$$

虛部為 4。

檢查各選項在 $k = 1$ 時的值。

A. 5

B. -3

C. 4

D. 0

35. $\boxed{\text{D}}$

α 為方程的根。

$$2\alpha^2 + 4\alpha - 1 = 0$$
$$\alpha^2 = -2\alpha + \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 - 2\beta &= \left(-2\alpha + \frac{1}{2}\right) - 2\beta \\ &= -2(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \\ &= -2(-2) + \frac{1}{2} \\ &= \frac{9}{2}\end{aligned}$$

36. $\boxed{\text{A}}$

$$\begin{aligned}\text{通項} &= (2^{n+1} - 2) - (2^n - 2) \\ &= 2^n(2 - 1) \\ &= 2^n\end{aligned}$$

I. ✓。$\dfrac{T(n+1)}{T(n)} = \dfrac{2^{n+1}}{2^n} = 2 =$ 常數。

II. ✗。第二項 $= 2^2 = 4 \neq 6$。

III. ✗。

37. $\boxed{\text{C}}$

設 K 為 VB 上的一點使得 $AK \perp VB$。可得 $CK \perp VB$。
所求之角為 $\angle AKC$。

$AC = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$ cm

$VA = VB = VC = \sqrt{8^2 + \left(\dfrac{12\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{136}$ cm

在 $\triangle VAB$ 中，

$$\cos\angle ABV = \frac{\left(\frac{12}{2}\right)}{VB}$$
$$\angle ABV \approx 59.0°$$

$AK = CK = 12\sin\angle ABV \approx 10.3$ cm

在 $\triangle AKC$ 中，

$$AC^2 = AK^2 + CK^2 - 2(AK)(CK)\cos\angle AKC$$
$$\angle AKC \approx 111°$$

38. $\boxed{\text{C}}$

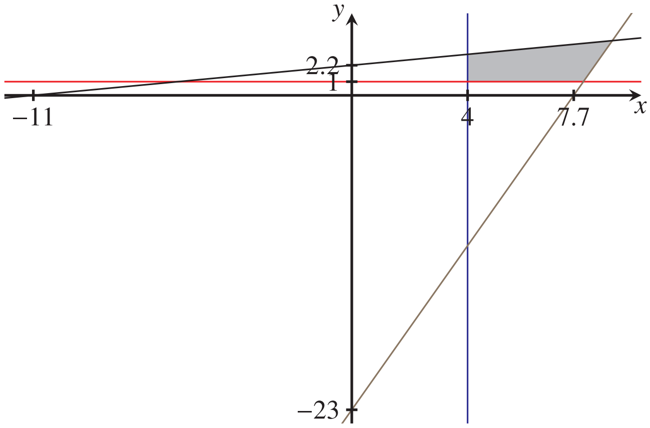
$g(x) = -\dfrac{1}{2}f(x)$

將 $y = f(x)$ 的圖像沿 y 軸縮小至原來的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，然後沿 x 軸反射得出 $y = g(x)$ 的圖像。
答案為 C。

39. $\boxed{\text{B}}$

直線	x 截距	y 截距
$x = 4$	4	
$y = 1$		1
$3x - y = 23$	7.7	-23
$x - 5y + 11 = 0$	-11	2.2

利用截距描繪解的區域。



當 x 的值越小且 y 的值越大時，$y - 4x + 20$ 的值越大。
$y - 4x + 20$ 在左上角達至最大值，即 $(4,\ 3)$ 或 $(9,\ 4)$。

$(x,\ y)$	$(4,\ 3)$	$(9,\ 4)$
$y - 4x + 20$	7	-12

最大值為 7。

40. $\boxed{\text{B}}$

$\angle AEF = 180° - 125° = 55°$

$\angle EAF = \angle EFB - \angle AEF$

$= 120° - 55°$

$= 65°$

由於 $BA = BC$，可得 $\angle BCA = \angle BAC = 65°$。

$\angle ABC = 180° - \angle BAC - \angle BCA$

$= 180° - 65° - 65°$

$= 50°$

$\angle DFB = 180° - \angle DFB - \angle FBD$

$\angle CDE = 180° - 120° - 50°$

$= 10°$

41. $\boxed{\text{D}}$

頂點的 x 坐標 $= \dfrac{-k}{2(1)} = -\dfrac{k}{2}$

PR 的中點 $= \left(-\dfrac{k}{2},\ 0\right)$

考慮形心的 x 坐標，

$$-2 = \frac{0(1) + \left(-\frac{k}{2}\right)(2)}{1+2}$$

$$k = 6$$

42. $\boxed{\text{A}}$

所求數目 $= C_5^{25} - C_5^{15} - C_5^{10}$

$= 49\,875$

43. $\boxed{\text{A}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - kx + 6y - 10 = 0 \end{cases}$。

k 的值	交點數目	Δ
2	2	+

所求的範圍不包含 2，且 2 不是該範圍的界線值。

答案為 A。

44. $\boxed{\text{A}}$

$$\begin{aligned}
\sin\theta &= 5\tan\theta \\
\sin\theta &= \frac{5\sin\theta}{\cos\theta} \\
\sin\theta\left(1-\frac{5}{\cos\theta}\right) &= 0 \\
\sin\theta &= 0 \quad \text{或} \quad \cos\theta = 5\text{（捨去）} \\
\theta &= 0° \quad \text{或} \quad 180°
\end{aligned}$$

45. $\boxed{\text{D}}$

$$\begin{aligned}
\text{所求概率} &= \frac{\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}} \\
&= \frac{8}{9}
\end{aligned}$$