解	分
REG-2425-MOCK-SET 2-MATH-CP 1	
建議題解	
1. $\dfrac{(m^{-2}n^5)^3}{m^6n^{-7}} = \dfrac{m^{-6}n^{15}}{m^6n^{-7}}$	1M
$= \dfrac{n^{15+7}}{m^{6+6}}$	1M
$= \dfrac{n^{22}}{m^{12}}$	1A
2. (a) $2x^2 - 3x - 2 = (2x+1)(x-2)$	1A
(b) $6x^2y + 3xy - 2x^2 + 3x + 2 = 3xy(2x+1) - (2x+1)(x-2)$	1M
$= (2x+1)(3xy - x + 2)$	1A
3. (a) 11	1A
(b) 10.16	1A
(c) 10.2	1A
4. (a) $\dfrac{3x-7}{4} < 2x + 5$	
$-\dfrac{5x}{4} < \dfrac{27}{4}$	
$x > -\dfrac{27}{5}$	1A
$x + 2 \geq 0$	
$x \geq -2$	
因此，$x > -\dfrac{27}{5}$。	1M
(b) $4x + 13 < 9$	
$x < -1$	1A
因此，$-\dfrac{27}{5} < x < -1$。	1M
所求之和 $= (-5) + (-4) + (-3) + (-2) = -14$	1A
5. (a) $P(-3,\ -4)$ 及 $Q(3,\ 4)$	1A+1A
(b) $P'(-4,\ 3)$	
OP' 的斜率 $= \dfrac{3-0}{-4-0} = -\dfrac{3}{4}$，$OQ'$ 的斜率 $= \dfrac{-4}{3} \neq -\dfrac{3}{4}$	1M
它們不共線。	1A
6. $2(-k)^2 + k(-k) - 6 = k$	1M
$k^2 - k - 6 = 0$	1A
$k = 3$ 或 -2	1A

解	分
7. (a) 最小可取容量 $= 350 - \frac{1}{2} = 349.5$ mL	1M+1A
(b) 最小可取總容量 $= 349.5 \times 6$	
$= 2097$ mL	
> 2050 mL	1M
不可能。	1A
8. (a) 設芷彤所購買的包裝 A 及包裝 B 的數目分別為 a 及 b。	
$\begin{cases} 12a + 20b = 444 \\ a = b(1 - 20\%) \end{cases}$	1A 1A
$12(0.8b) + 20b = 444$	1M
$b = 15$	
所求數目 $= 15 + 0.8(15) = 27$	1A
(b) 所求比例 $= 12(12) : 20(15)$	
$= 12 : 25$	1A
9. $\angle ADB = \angle BDC = 32°$	1A
$\angle ABD = 90°$	1A
$\angle BAD = 180° - 90° - 32° = 58°$	1A
$\angle BCD = 180° - 58° = 122°$	1M+1A
10. (a) 設 $C = ad + bn$，其中 a 及 b 均為非零常數。	1A
$\begin{cases} 58\,500 = 3a + 25b \\ 78\,000 = 5a + 20b \end{cases}$	1M
求解後，可得 $a = 12\,000$ 及 $b = 900$。	1A
總成本 $= 12\,000(4) + 900(33) = \$77\,700$	1A
(b) 當 $d = 5$ 及 $n = 35$ 時，$C = 12\,000(5) + 900(35) = 91\,500$。	
每名學生所支付的費用增加的百分數	
$= \dfrac{\frac{91\,500}{30} - \frac{77700}{30}}{\frac{77\,700}{30}} \times 100\%$	1M
$\approx 17.8\%$	
$> 15\%$	
每名學生所支付的費用會增加超過 15%。	1A

解	分
11. (a) 分佈域 $= 13.1 - 1.8$	1M
$= 11.3\text{ g}/100\text{mL}$	1A
四分位數間距 $= 9.2 - 5.4$	
$= 3.8\text{ g}/100\text{mL}$	1A
(b) 新的平均值 $= \dfrac{7.2 \times 20 + 2.4 + 4.6 + 7.5 + 10.4 + 13.4}{20 + 5}$	1M
$= 7.292\text{ g}/100\text{mL}$	1A
新的中位數為升序的第 13 個數據。	
新的中位數為 $7.5\text{ g}/100\text{mL}$。	1M+1A
12. (a) (i) 設 $P(x,\ y)$。	
$\dfrac{y+1}{x-5} \times \dfrac{y-5}{x+3} = -1$	1M+1M
$(x+3)(x-5) + (y+1)(y-5) = 0$	
$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$	1A
P 的軌跡的方程為 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$。	
(ii) P 的軌跡是一個以 AB 為直徑的圓，但不包括 A 和 B 兩點。	1A
(b) C 的圓心在 $(9,\ 8)$。	
圓心之距離 $= \sqrt{(9-1)^2 + (8-2)^2} = 10$	1M
半徑之和 $= \sqrt{25} + 5 = 10 =$ 圓心之距離	1M
兩圓外切。	
不同意該宣稱。	1A
13. (a) 體積 $= 4^2(6) - \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{(4)(4)}{2}\right)\left(\dfrac{6}{2}\right)$	1M+1A
$= 88\text{ cm}^3$	1A
(b) $ABCDEFGH$ 的總表面面積	
$= 2[4^2 + (4)(6)(2)]$	
$= 128\text{ cm}^2$	
$\dfrac{AP}{PQ} = \sqrt{\dfrac{128}{512}}$	1M
$= \dfrac{1}{2}$	
體積差 $= 88 \times \left[\left(\dfrac{2}{1}\right)^3 - 1\right]$	1M+1A
$= 616\text{ cm}^3$	
$> 600\text{ cm}^3$	
體積差不小於 600 cm^3。	1A

解	分
14. (a) $f(x)=(8x^2+ax+8)(3x^2+7x+r)+bx+c$	1M
$=24x^4+(56+3a)x^3+\dots$	
$56+3a=47$	1M
$a=-3$	1A
(b) (i) 設 $g(x)=A(8x^2+ax+8)+bx+c$，其中 A 為一常數。	1M
$f(x)-g(x)=[(8x^2+ax+8)(3x^2+7x+r)+bx+c]-[A(8x^2+ax+8)+bx+c]$	
$=(8x^2+ax+8)(3x^2+7x+r-A)$	
因此，$f(x)-g(x)$ 可被 $8x^2+ax+8$ 整除。	1
(ii) $f(x)-g(x)=0$	
$(8x^2-3x+8)(3x^2+7x+r-A)=0$	
$8x^2-3x+8=0$ 或 $3x^2+7x+r-A=0$	1M
對 $8x^2-3x+8=0$，	
$\Delta=(-3)^2-4(8)(8)=-247<0$。該方程沒有實根。	1M
對 $3x^2+7x+r-A=0$，方程有最多 2 個實根。	
因此，$f(x)-g(x)=0$ 有最多 2 個實根。	
不同意該宣稱。	1A
15. (a) 所求概率 $=\dfrac{C_3^{20}C_2^{15}}{C_5^{35}}$	1M
$=\dfrac{4275}{11\,594}$	1A
(b) 所求概率 $=\dfrac{C_3^{20}C_2^{10}}{C_3^{20}C_2^{15}+C_4^{20}C_1^{15}+C_5^{20}}$	1M
$=\dfrac{900}{3647}$	1A
16. (a) 設該分佈的平均值及標準差分別為 μ 及 σ。	
$\begin{cases}\dfrac{60-\mu}{\sigma}=1.25\\ \dfrac{44-\mu}{\sigma}=0.25\end{cases}$	1M
求解後，可得 $\mu=40$ 及 $\sigma=16$。	1A+1A
(b) 曉穎的新標準分 $=\dfrac{44(1+10\%)-40(1+10\%)}{16(1+10\%)}$	1M
$=0.25$	
該宣稱不正確。	1A

解	分
17. (a) 所求開支	
$= 3.24 \times 10^{10}[1 + (1+5\%) + (1+5\%)^2 + \ldots + (1+5\%)^{14}]$	1M
$= \dfrac{3.24 \times 10^{10}(1.05^{15} - 1)}{1.05 - 1}$	1M
$\approx \$6.99 \times 10^{11}$	1A
(b) $3.24 \times 10^{10}(1 + 1.05 + 1.05^2 + \ldots + 1.05^{n-1}) > 10^{12}$	1M
$\dfrac{3.24 \times 10^{10}(1.05^n - 1)}{1.05 - 1} > 10^{12}$	
$1.05^n > \dfrac{206}{81}$	
$n \log 1.05 > \log \dfrac{206}{81}$	1M
$n > 19.1$	
n 的最小值為 20。	1A
18. (a) (i) 留意 $\triangle ABC$ 為等邊。	
$CE = \dfrac{AC}{2} = 10\text{ cm}$	
$CD = \sqrt{10^2 + 12^2}$	1M
$= 2\sqrt{61}\text{ cm}$	1A
$\approx 15.6\text{ cm}$	
留意 $BE \perp AC$。	
$BE = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3}\text{ cm}$	
$BD = \sqrt{BE^2 + 12^2}$	
$= 2\sqrt{111}\text{ cm}$	1A
$\approx 21.1\text{ cm}$	
(ii) $CD^2 = 20^2 + BD^2 - 2(20)(BD)\cos\angle DBC$	1M
$\angle DBC \approx 44.6°$	
$\angle ABC = 2\angle DBC$	
$\approx 89.2°$	1A
(b) 考慮四邊形 $ABCD$。將 AC 與 BD 的交點記為 F。	
$AC^2 = 20^2 + 20^2 - 2(20)(20)\cos\angle ABC$	1M
$AC \approx 28.1\text{ cm}$	
當 P 在 F 時，螞蟻所走的距離最短。	
當 P 在 B 時，螞蟻所走的距離為 $2 \times 20 = 40\text{ cm}$。	
當 P 在 D 時，螞蟻所走的距離為 $2CD =\approx 31.2\text{ cm}$。	
螞蟻所走的距離由 40 cm 減小至 28.1 cm；	
然後增加至 31.2 cm。	1A

解	分
19. (a) $\sqrt{(h-6)^2+(9-3)^2}=\sqrt{(h-a)^2+(11-3)^2}$	1M
$h^2-12h+72=h^2+a^2-2ah+64$	
$h=\dfrac{a^2-8}{2a-12}$	
G 的坐標為 $\left(\dfrac{a^2-8}{2a-12},\ 3\right)$。	1A
(b) (i) $\dfrac{11-3}{a-\frac{a^2-8}{2a-12}}=\dfrac{4}{3}$	1M
$24(2a-12)=4[a(2a-12)-(a^2-8)]$	
$0=4a^2-96a+320$	
$a=4$ 或 20	
當 $a=4$ 時，$h=-2<0$；當 $a=20$ 時，$h=14>0$。	
故此，$a=20$。	1A
(ii) G 的坐標為 $(14,\ 3)$。C 的方程為	
$(x-14)^2+(y-3)^2=(6-14)^2+(9-3)^2$	1M
$x^2+y^2-28x-6y+105=0$	
$x^2+(kx)^2-28x-6kx+105=0$	1M
$(1+k^2)x^2+(-28-6k)x+105=0$	
M 的 x 坐標 $=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{28+6k}{1+k^2}$	
$=\dfrac{14+3k}{1+k^2}$	1
(iii) 由於 $\angle OMG=90^\circ$，$OM=2\sqrt{41}$。	
$\sqrt{\left(\dfrac{14+3k}{1+k^2}\right)^2+\left(\dfrac{k(14+3k)}{1+k^2}\right)^2}=2\sqrt{41}$	1M
$\dfrac{(14+3k)^2}{1+k^2}=164$	
$-155k^2+84k+32=0$	
$k=\dfrac{4}{5}$ 或 $-\dfrac{8}{31}$（捨去）	
M 的坐標為 $(10,\ 8)$。	1M
M、G、A 共線。	
B 的坐標為 $(4,\ 3)$。	1M
當圓 AUB 的面積為最小時，$\angle AUB=90^\circ$。	1M
AM 的斜率 $\times$ BM 的斜率 $=\dfrac{8-3}{10-14}\times\dfrac{8-3}{10-4}$	1M
$=-\dfrac{25}{24}\neq-1$	
故此，$\angle AMB\neq 90^\circ$ 及 $\angle AUB+\angle AMB\neq 180^\circ$。	
A、M、B、U 不共圓。	1A

解	分