結構式試題

1. (a) 在 $\triangle UTV$ 及 $\triangle WTU$ 中，

$\angle VUT = \angle UWT$ （交錯弓形的圓周角）

$\angle UTV = \angle WTU$ （公共角）

$\triangle UTV \sim \triangle WTU$ （AA）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) (i) $\dfrac{WT}{UT} = \dfrac{UT}{VT}$ 1M

$(VW + 325)(325) = (780)^2$

$VW = 1547\text{ cm}$

圓周 $= 1547\pi\text{ cm}$。 1A

(ii) 設 $UV = x\text{ cm}$。

$\dfrac{UW}{x} = \dfrac{780}{325}$

$UW = \dfrac{12}{5}x\text{ cm}$

$x^2 + \left(\dfrac{12x}{5}\right)^2 = 1547^2$ 1M

$x^2 = 354\,025$

$x = 595$ 或 -595（捨去）

$\triangle UVW$ 的周界 $= 595 + 595 \times \dfrac{12}{5} + 1547$

$= 3570\text{ cm}$ 1A

$= 35.7\text{ m} > 35\text{ m}$

不同意該宣稱。 1A

2. (a) 在 $\triangle ABC$ 及 $\triangle ABD$ 中，

$AC = AD$ （半徑）

$BC = BD$ （半徑）

$AB = AB$ （公共邊）

$\triangle ABC \cong \triangle ABD$ (SSS)

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

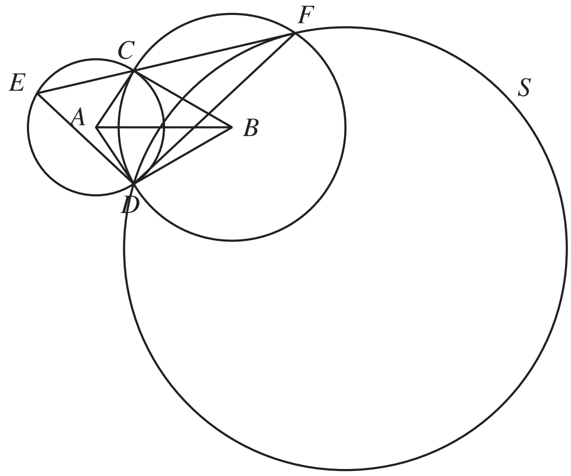
(b) (i) $\angle CAD = 2\angle FED = 110°$ 1M

$\angle CAB = \dfrac{110°}{2} = 55°$ 1A

$\angle ABC = 180° - 95° - 55° = 30°$ 1M+1A

$\angle EFD = \angle ABC = 30°$ 1A

(ii) (1)



1A

(2) 繪畫直徑 FG 共連起 DG。

$\angle DGF = 30°$ 及 $\angle FDG = 90°$。 1A+1A

$FG = \dfrac{DF}{\sin 30°} = 2DF$。 1

3. (a) (i) $\angle PMA = \angle PRQ$ （同位角，$AC // QR$）

$\angle PRQ = \angle PQA$ （交錯弓形的圓周角）

$\angle PMA = \angle PQA$

因此，M, P, A and Q are concyclic. *(converse of $\angle$s in the same segment)*

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(ii) $\angle RQM = \angle AMQ$ （錯角，$AC // QR$）

$\angle AMQ = \angle APQ$ （同弓形內的圓周角）

$\angle APQ = \angle PRQ$ （交錯弓形的圓周角）

$\angle RQM = \angle PRQ$

$MR = MQ$ （等角對等邊）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	4
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	3
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	≤ 2

(b) $\angle QPR = \angle QAM = 50^\circ$。 1A

$\angle AQP = \dfrac{180^\circ - 20^\circ - 50^\circ}{2} = 55^\circ$。 1A

$\angle MQR = \angle MRQ = \angle AQP = 55^\circ$。 1A

$\angle PQR = \angle MQR + \angle PQM = \angle MQR + \angle PAM = 55^\circ + 20^\circ = 75^\circ$。 1A

(c) (i) 由於 $\triangle RMQ$ 為等腰三角形，$Rh = QH$。 1

(ii) 因為 MH 為弦 RQ 的垂直平分線。 1

4. (a) (i) $\angle CAE = 90^\circ$ （切線 ⊥ 半徑）

$\angle CAE + \angle FEA = 180^\circ$

$AB // ER$ （同旁內角互補）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(ii) $\angle FDE = \angle CDB$ （對頂角）

$\angle CDB = \angle CBD$ （等腰 △ 底角）

$\angle CBD = \angle FED$ （錯角，$AB // EF$）

$\angle FDE = \angle FED$

$FD = FE$ （等角對等邊）

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	4
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	3
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	≤ 2

(iii) 考慮一以 F 為圓心及 FD 為半徑的圓。

由於 $FD = FE$，該圓通過 D 及 E。 1

由於 $EF \perp AE$ 及 EF 為半徑，

該圓與 AE 相切於 E。 1

(b) DE 的中點為 $(-3,\ 3)$。 1M

由於 ED 為水平線，F 的 x 坐標為 -3。 1A

AE 的斜率 $= -2$。

EF 的方程為

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x + 4)$$

$$x - 2y + 10 = 0$$

代 $x = -3$ 至 EF，

$$-3 - 2y + 10 = 0 \qquad \text{1M}$$

$$y = \frac{7}{2} \qquad \text{1A}$$

E 的坐標為 $\left(-3,\ \frac{7}{2}\right)$。

5. (a) $\angle OPC = 90^\circ$ *(切線 ⊥ 半徑)*

$\angle PCO = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ - 60^\circ$ *(△ 內角和)*

$\angle PQO = \frac{1}{2}\angle PCO$ *(圓心角兩倍於圓周角)*

$= 30^\circ$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(b) (i) $\angle ROQ = \angle POQ$ *(切線性質)*

$= 30^\circ$

$\angle RQO + 30^\circ + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$ *(圓內接四邊形對角)*

$\angle ROQ = 90^\circ$

因此，RQ 為圓 PQR 在 Q 的切線。

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(ii) OQ 的斜率 $= \frac{8-0}{6-0} = \frac{4}{3}$。

RQ 的斜率 $= -\frac{3}{4}$。 1A

在 $\triangle OPQ$ 中，$CP = \sqrt{6^2+8^2}\sin 30^\circ = 5$。 1M

$CQ = CP = 5$ 及 $OC : OQ = 10 : 15 = 2 : 3$。

所以，Q 的坐標為 $(9,\ 12)$。 1A

QR 的方程為

$$y - 12 = -\frac{3}{4}(x - 9)$$ 1M

$3x + 4y - 75 = 0$ 1A

6. (a) (i) 在 $\triangle NPM$ 及 $\triangle NKP$ 中，

$\angle NPM = \angle NKP$ （交錯弓形的圓周角）

$\angle MNP = \angle PNK$ （公共角）

$\angle NMP = \angle NPK$ （$\triangle$ 內角和）

$\triangle NPM \sim \triangle NKP$ （AAA）

$\dfrac{NP}{NK} = \dfrac{NM}{NP}$ （相似 $\triangle$ 的對應邊）

$NP^2 = NK \cdot NM$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(ii) 同理，可得 $ON^2 = NK \cdot NM$。

$NP^2 = ON^2$

$NP = ON$

由於 $RS // OP$，

$\triangle KRM \sim \triangle KON$ （AAA）

$\triangle KMS \sim \triangle KNP$ （AAA）

$\dfrac{RM}{ON} = \dfrac{KM}{KN}$ （相似 $\triangle$ 的對應邊）

$\dfrac{MS}{NP} = \dfrac{KM}{KN}$ （相似 $\triangle$ 的對應邊）

$\dfrac{RM}{ON} = \dfrac{MS}{NP}$

$RM = MS$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(b) (i) $FM = 2a$

$MG = 2(p-a)$

$FG = 2a + 2(p-a)$ 1M+1A

(ii) F 的坐標為 $(-a,\ b)$。 1A

由於 $FG = 2OP$，O 為 F 及 Q 的中點。

因此，Q 的坐標為 $(a,\ -b)$。 1A

(iii) 由於 Q 與 M 的 x 坐標相等，$MQ \perp RS$。

$MQ \perp RS$	（已證明）
$\triangle QMR \cong \triangle QMS$	（SAS）
$QR = QS$	（全等 △ 的對應邊）

因此，$\triangle QRS$ 為等腰三角形。

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

多項選擇題

1. $\boxed{\text{B}}$ (61.2%)

$\angle OAD = 90^\circ$ 及 $\angle OAB = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$。
$\angle OBA = \angle OAB = 22^\circ$ 及 $\angle OBC = \angle OCB = 26^\circ$。
$\angle ABC = 22^\circ + 26^\circ = 48^\circ$。

2. $\boxed{\text{D}}$ (39.0%)

$\angle CAB = \dfrac{124^\circ}{2} = 62^\circ$ 及 $\angle BAE = \angle CAB = 62^\circ$。
$\angle OAE = 90^\circ$ 及 $\angle OAB = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$。
$\angle OCA = \angle OAC = 62^\circ - 28^\circ = 34^\circ$。

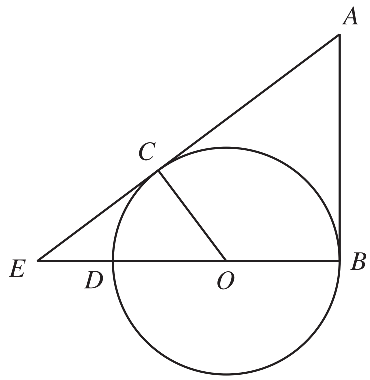
3. $\boxed{\text{C}}$ (50.5%)

設 O 為圓心。設 r cm 為半徑。

$\angle OCE = \angle ABE$ 及 $\triangle OCE \sim \triangle ABE$。

$$\frac{OC}{AB} = \frac{OE}{AE}$$
$$\frac{r}{6} = \frac{\sqrt{10^2 - 6^2} - r}{10}$$
$$r = 3$$

$BD = 2r = 6\,\text{cm}$。



4. $\boxed{\text{C}}$

P 及 O 分別為 AT 及 AB 的中點。$OP // TB$ 及 $OP = \dfrac{TB}{2}$ （中點定理）。
$\angle ABT = 90^\circ$ 及 $\angle POB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$。

$$\text{所求面積} = \frac{(2+4)(2)}{2} - \frac{2^2\pi}{4}$$
$$= 6 - \pi$$

5. $\boxed{\text{D}}$

設半徑為 r cm。
$\angle CEA = 90^\circ = \angle BCA$ 及 $\triangle ACE \sim \triangle ABC$。

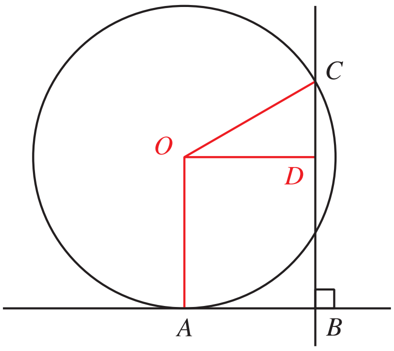
$$\frac{AC}{CE} = \frac{AB}{BC}$$
$$\frac{\sqrt{25^2 - 15^2}}{r} = \frac{25}{15}$$
$$r = 12$$

6. $\boxed{\text{C}}$ (32%)

設圓心及半徑分別為 O 及 r。

設 D 為 BC 上的點使得 $OD \perp BC$。
在 $\triangle OCD$ 中，

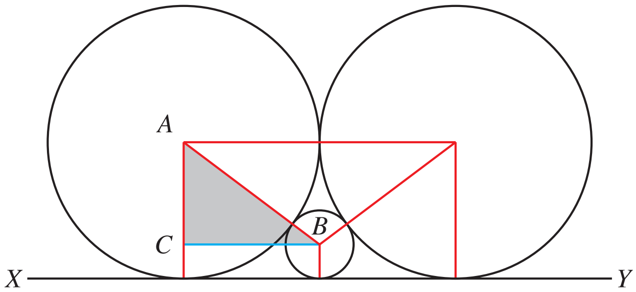
$$20^2 + (50 - r)^2 = r^2$$
$$2900 - 100r = 0$$
$$r = 29$$



7. $\boxed{\text{E}}$

設大圓的半徑為 r cm。

$AB = (r + 4)$ cm。
$BC = r$ cm （對稱）。
$AC = (r - 4)$ cm。
$(r + 4)^2 = r^2 + (r - 4)^2$
$0 = r^2 - 16r$
$r = 16$ 或 0（捨去）



8. $\boxed{\text{B}}$ (51%)

$\angle OBC = 90^\circ$ 及 $\angle BOC = 2\angle BAC = 60^\circ$。
半徑 $= OB = \dfrac{3}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}$。

9. $\boxed{\text{D}}$ (38.1%)

設 O 為圓心。則 O、B、D、P 共圓。
$\angle BOD = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$。
$\angle BAD = \dfrac{\angle BOD}{2} = 56^\circ$。
$\angle ABQ = 90^\circ$ 及 $\angle AQB = 180^\circ - 56^\circ - 90^\circ = 34^\circ$。

10. $\boxed{\text{B}}$

O、P、T、Q 共圓。
$\angle POQ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$。
$\overset{\frown}{PQ} = 2(3)\pi \times \dfrac{120^\circ}{360^\circ} = 2\pi$ cm。

11. $\boxed{\text{D}}$

$\angle COA = \angle BOA = \dfrac{120^\circ}{2} = 60^\circ$。

$AB = AC = 1\tan 60^\circ = \sqrt{3}\,\text{cm}$。

所求面積 $= 2 \times \dfrac{(1)(\sqrt{3})}{2} - (1^2)\pi \times \dfrac{120^\circ}{360^\circ}$

$= \left(\sqrt{3} - \dfrac{\pi}{3}\right)\,\text{cm}^2$

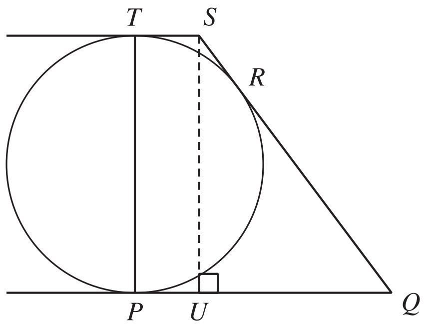
12. $\boxed{\text{B}}$ (41%)

設 U 為 PQ 上的一點使得 $US \perp PQ$。設半徑為 r cm。

$\angle TP \perp ST$、$TP \perp PQ$ 及 $TP = 2r$。

$SR = ST = 3\,\text{cm}$ 及 $QR = QP = 12\,\text{cm}$。在 $\triangle QSU$ 中，

$$(12-3)^2 + (2r)^2 = (3+12)^2$$
$$r^2 = 36$$
$$r = 6 \quad 或 \quad -6（捨去）$$



13. $\boxed{\text{D}}$

設 O 為圓心。則 O、A、P、C 共圓。

$\angle AOC = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$ 及反角 $\angle AOC = 360^\circ - 132^\circ = 228^\circ$。

$\angle ABC = \dfrac{228^\circ}{2} = 114^\circ$。

14. $\boxed{\text{E}}$

設 O 為圓心。則 O、P、T、Q 共圓。

$\angle POQ = 360^\circ - 2\angle PMQ = 360^\circ - 2\theta$。

$\angle PTQ = 180^\circ - \angle POQ = 2\theta - 180^\circ$。

15. $\boxed{\text{A}}$ (36%)

設 O 為圓心。則 O、C、B、A 共圓。

$\angle AOC = 360^\circ - 2\angle ADC = 160^\circ$。

$\angle ABC = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$。

16. $\boxed{\text{A}}$ (46%)

設 O 為圓心。則 O、Y、A、X 共圓。

$\angle XOY = 180^\circ - \angle BAC = 80^\circ$。

$\angle XZY = \dfrac{\angle XOY}{2} = 40^\circ$。

17. $\boxed{\text{B}}$ (32%)

設 D 及 E 分別為 AB 及 BC 上的點使得 $OD \perp AB$ 及 $OE \perp BC$。

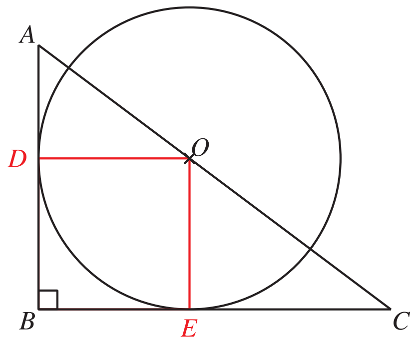
設半徑為 r cm。

$\triangle OAE \sim \triangle CAB$。

$$\frac{AE}{AB} = \frac{OE}{BC}$$

$$\frac{3-r}{3} = \frac{r}{4}$$

$$r = \frac{12}{7}$$



18. $\boxed{\text{D}}$

設半徑為 r。

$CF = CE = r$。

$BD = BF = 18 - r$ 及 $AD = AE = 24 - r$。

$$[(18-r)+(24-r)]^2 = 18^2 + 24^2$$

$$4r^2 - 168r + 864 = 0$$

$$r = 6 \quad 或 \quad 36（捨去）$$

19. $\boxed{\text{C}}$

設半徑為 r。設 R 的坐標為 $(p,\ q)$。

$OT = OS = r$。

$RP = SP = 3 - r$ 及 $RQ = TQ = 4 - r$。

$$(3-r)+(4-r) = \sqrt{3^2+4^2}$$

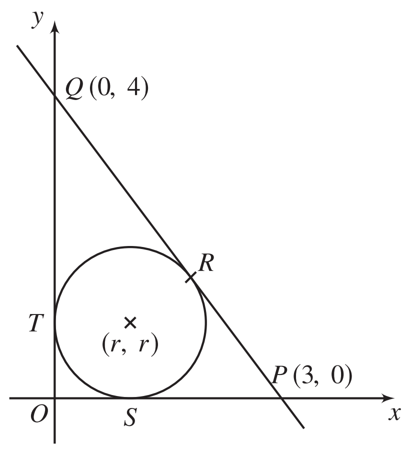
$$r = 1$$

因此，$QR : RP = 3 : 2$。

$$\frac{p-0}{3-p} = \frac{3}{2}$$

$$p = \frac{9}{5}$$

只有選項 C 滿足此結果。



20. $\boxed{\text{C}}$ (47.0%)

$OP = OB$

$\angle OBP = \angle BPQ = 12°$

$\angle BOQ = 2\angle BPQ = 24°$

$\angle OCB = \angle BOQ = 24°$

$\angle BOC = 180° - 24° - 12° = 144°$

$\angle BAC = 180° - 144° = 36°$

21. $\boxed{\text{A}}$ (27.6%)

設 F 為 BC 與圓 CDE 的另一交點，如圖所示。

$\angle CAB = \angle CDF = 35°$。

$\angle FDE = 180° - 100° - 35° = 45°$。

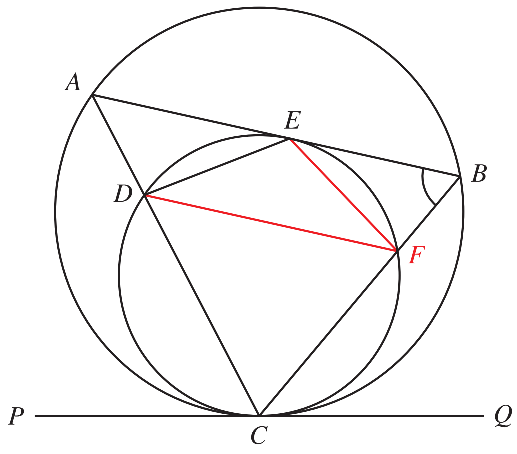
$\angle AED = 180° - 100° - 35° = 45°$。

$\angle EFD = \angle AED = 45°$。

$\angle DEF = 180° - 45° - 45° = 90°$。

$\angle DCF = 180° - 90° = 90°$。

$\angle ABC = 180° - 90° - 35° = 55°$。



22. $\boxed{\text{B}}$ (27.8%)

繪畫線段 AC 及 AD。

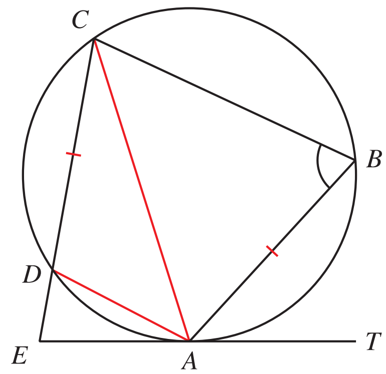
$\angle ACB = \angle BAT = 24°$。

$\angle CAD = \angle ACB = 24°$。

$\angle DAE = \angle ACE$。

$$\angle CAE + \angle ACE + \angle AEC = 180°$$
$$\angle DAE = \frac{180° - 24° - 72°}{2}$$
$$= 42°$$

$\angle ABC = \angle CAE = 42° + 24° = 66°$。



23. $\boxed{\text{B}}$ (48.4%)

$\angle DAE = \angle DCE = 22°$ 及 $\angle EDA = \angle EAT = 38°$。

$$(\angle ADB + \angle EDA) + (\angle DAE + \angle BAD) = 180°$$
$$\angle ADB = 56°$$

24. $\boxed{\text{D}}$ (36.7%)

$\angle DCE = 49° - 31° = 18°$。

$\angle DAC = \angle CDF = 49°$。

$\angle CDA = \angle ABC = 90°$ 及 $\angle ACE = 180° - 90° - 49° - 18° = 23°$。

$\angle ACB = 180° - \angle ACE - \angle ABC = 67°$。

25. $\boxed{\text{D}}$ (47.5%)

作線段 BD 及 AB。

$\angle CDB = \angle CBQ = 39^\circ$

$\angle BDA = 79^\circ - 39^\circ = 40^\circ$

$\angle ABD = \angle DAP = 42^\circ$

$\angle DAB = 180^\circ - 42^\circ - 40^\circ = 98^\circ$

$\angle BCD = 180^\circ - 98^\circ = 82^\circ$

26. $\boxed{\text{C}}$ (49.7%)

$\angle RPS = \angle PRS = \dfrac{180^\circ - 34^\circ}{2} = 73^\circ$

$\angle PQR = \angle RPS = 73^\circ$

$\angle TPQ = \angle TQP = 46^\circ$

考慮 $\triangle PQV$。

$$\begin{aligned} \angle PVQ + \angle QPV &= \angle PQR \\ \angle PVQ + 46^\circ &= 73^\circ \\ \angle PVQ &= 27^\circ \end{aligned}$$

27. $\boxed{\text{C}}$

$\angle QAC = \angle ABC$。

$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$ 及 $\angle ABC = \angle BAC$。

$$\begin{aligned} \angle BAC + \angle QAC + 48^\circ &= 180^\circ \\ \angle QAC &= \frac{180^\circ - 48^\circ}{2} \\ &= 66^\circ \end{aligned}$$

28. $\boxed{\text{C}}$

$TA = TB$ 及 $\angle TAB = \angle TBA = \dfrac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$。

$\angle BCA = \angle TBA = 45^\circ$。

$\angle CBD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$。

備註： D 未必為圓心。

29. $\boxed{\text{D}}$

設 O 為圓心。

$\angle POQ = \dfrac{360^\circ}{5} = 72^\circ$。

$\theta = \dfrac{\angle POQ}{2} = 36^\circ$。

30. $\boxed{\text{B}}$

$\angle ABC = \angle PAC = 28^\circ$。

$\angle BAC = \dfrac{180^\circ - 28^\circ}{2} = 76^\circ$。

$x = 180^\circ - 28^\circ - (76^\circ + 28^\circ) = 48^\circ$。

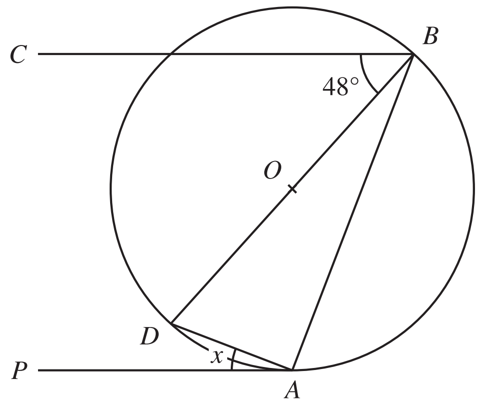
31. $\boxed{\text{A}}$

設 D 為圓上的點使得 BD 為直徑。

$\angle DBA = \angle PAD = x$。

$\angle BAD = 90^\circ$。

$$(48^\circ + x) + (90^\circ + x) = 180^\circ$$
$$x = 21^\circ$$



32. $\boxed{\text{E}}$

$\angle BDC = \angle BCE = 40^\circ$。

$\angle BCD = 65^\circ$。

$\angle CBD = 180^\circ - 40^\circ - 65^\circ = 75^\circ$。

33. $\boxed{\text{D}}$

$\angle BDC = \angle BAC = 41^\circ$。

$\angle DAC = 180^\circ - (37^\circ + 41^\circ) - 48^\circ = 54^\circ$。

$\angle DCE = \angle DAC = 54^\circ$。

34. $\boxed{\text{D}}$

$\angle PQT = 70^\circ$。

$\angle PTQ = 90^\circ$ 及 $\angle TPQ = 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$。

$\angle QTR = \angle TPQ = 20^\circ$。

$\angle PRT = 180^\circ - 20^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$。

35. $\boxed{\text{B}}$

$\angle BDA = 90^\circ$ 及 $BD = d\sin\theta$。

$\angle PBD = \angle BAD = \theta$ 及 $PD = BD\tan\theta = d\sin\theta\tan\theta$。

36. $\boxed{\text{E}}$

$\angle CDB = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$。

$CE = BE$ 及 $\angle BDE = \angle CDE = \dfrac{70^\circ}{2} = 35^\circ$。

$\angle EBA = \angle BDE = 35^\circ$ 及 $\angle EBD = 110^\circ - 35^\circ = 75^\circ$。

$\angle DCE = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$。

37. $\boxed{\text{D}}$

將 AB 與圓的另一交點記為 E。

$\angle ACE = 90^\circ$

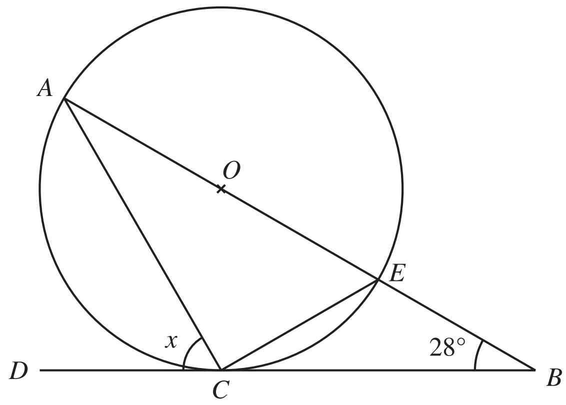
$\angle CAE = \angle ECB$

$\angle CAE + \angle ACB + 28^\circ = 180^\circ$

$$\angle CAE = \frac{180^\circ - 90^\circ - 28^\circ}{2}$$

$$= 31^\circ$$

$x = \angle CAB + \angle ABC = 31^\circ + 28^\circ = 59^\circ$



38. $\boxed{\text{C}}$ (63%)

設 O 為圓心。則 O、A、X、B 共圓。

$\angle AOB = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$。

$\angle ADB = \dfrac{\angle AOB}{2} = 65^\circ$。

$\angle DBA = \angle DAY = 30^\circ$。

$\angle BAD = 180^\circ - 65^\circ - 30^\circ = 85^\circ$。

$\angle BCD = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$。

39. $\boxed{\text{C}}$ (50%)

$\angle CAD = \angle ABC = 28^\circ$。

$\angle CAB = 90^\circ$。

$\angle ADB = 180^\circ - (90^\circ + 28^\circ) - 28^\circ = 34^\circ$。

40. $\boxed{\text{B}}$

$\angle ABD = \angle DAT = 2x$。

$\angle DBC = 180^\circ - \angle ABD = 180^\circ - 2x$。

$$\angle DBC = \angle DPC$$

$$180^\circ - 2x = 3x$$

$$x = 36^\circ$$

41. $\boxed{\text{C}}$

$\angle ATB = \angle TCA$ 及 $\angle TAB = \angle CAT$。

$\triangle ABT \sim \triangle ATC$。

$$\frac{AB}{AT} = \frac{AT}{AC}$$

$$AT^2 = 144$$

$AT = 12\text{ cm}$ 或 -12 cm（捨去）

42. $\boxed{\text{A}}$ (48%)

$\angle CBD = \angle CAB$。

$\angle ACB = 90^\circ$ 及 $\angle ABD = 90^\circ$。

$\triangle ABC \sim \triangle ADB$。

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

$$AB^2 = 4 \times (4+2)$$

$$AB = 2\sqrt{6} \quad \text{或} \quad -2\sqrt{6}\text{（捨去）}$$

43. $\boxed{\text{B}}$ (44%)

$\angle ABD = \angle BCA$ 及 $\angle BAD = \angle CAB$。

$\triangle ABC \sim \triangle ADB$。

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{AC}{AB} = 2$$

所以，$CD : AD = 1 : 3$。

所求比例 $= AD : CD = 1 : 3$。

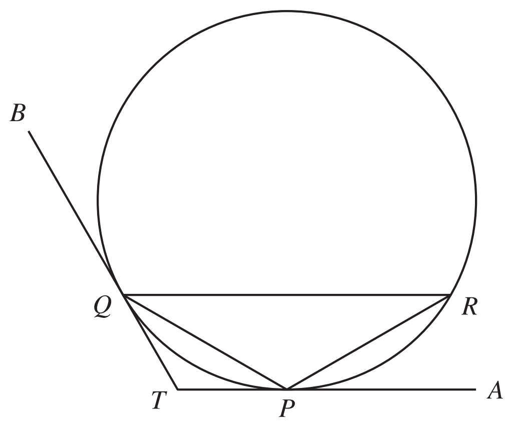
44. $\boxed{\text{D}}$

設 $\angle APR = x$。

I. ✓。$\angle PQR = \angle APR = x$。
$PQ = PR$ 及 $\angle QRP = \angle PQR = x = \angle APR$。

II. ✓。$\angle TPQ = \angle QRP = x$。
$TP = TQ$ 及 $\angle QTP = 180^\circ - 2x$。
$\angle QPR = 180^\circ - \angle QRP - \angle PQR = 180^\circ - 2x = \angle QTP$。

III. ✗。下圖滿足所有條件，而 $\angle QPR \neq \angle APR$。



45. $\boxed{\text{E}}$

I. ✓。$\angle HNK = 90^\circ$ 及 $\angle MNK + \angle MOK = 180^\circ$。
M、N、K、O 共圓。　（對角互補）

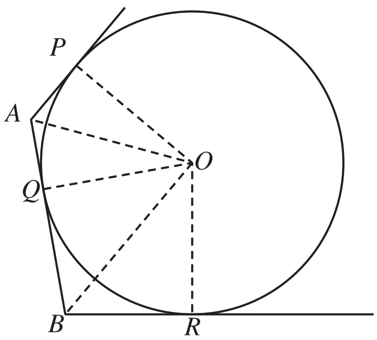
II. ✓。$\angle HBN = \angle NBK$ 及 $\angle NHB = \angle KNB$。
$\triangle HNB \sim \triangle NKB$。　（AA）

III. ✓。$ON \perp AB$。$\angle NOA = 180^\circ - 90^\circ - \angle OAN = 90^\circ - \angle OAN$。
$\angle NOB = 90^\circ - \angle NOA = 90^\circ - (90^\circ - \angle OAN) = \angle OAN$。

46. $\boxed{\text{D}}$

I. ✓。$AP = AQ$ 及 $BQ = BR$。
$AP + BR = AQ + BQ = AB$。

II. ✗。下圖滿足所有條件，而 OQ 並不平分 $\angle AOB$。

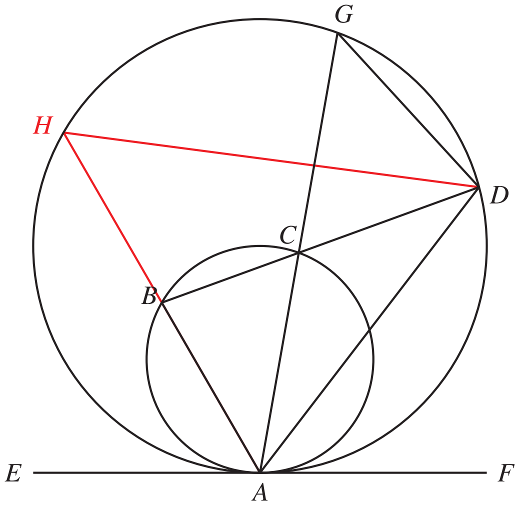


III. ✓。$\angle AOQ = \angle AOP$ 及 $\angle BOQ = \angle BOR$。
$\angle AOB = \angle AOQ + \angle BOQ = \dfrac{\angle QOP + \angle QOR}{2} = \dfrac{1}{2}\angle POR$。

47. $\boxed{\text{A}}$ (47%)

I. ✓。$\angle ADG = \angle EAG$。 *（交錯弓形的圓周角）*

II. ✗。設 H 為圓上的點使得 ABH 為一直線，如下圖所示。
$\angle AHD = \angle AGD$ 及 $\angle ABD > \angle AHD$。
因此，$\angle ABD > \angle AGD$。



III. ✗。參照上圖。
$\angle BAE = \angle HDA > \angle ADB$。