解	分
ELITE-2425-MOCK-SET 5-MATH-CP 1	
建議題解	
1. $\dfrac{(x^{-1}y)^8}{x^{16}y^{-3}} = \dfrac{x^{-8}y^8}{x^{16}y^{-3}}$	1M
$= \dfrac{y^{8+3}}{x^{16+8}}$	1M
$= \dfrac{y^{11}}{x^{24}}$	1A
2. $\dfrac{3-2ab}{a} = 3-b$	
$3-2ab = 3a-ab$	1M
$-ab-3a = -3$	1M
$a = \dfrac{3}{b+3}$	1A
3. (a) $2x^2-3x-2 = (2x+1)(x-2)$	1A
(b) $6x^2y+3xy-2x^2+3x+2 = 3xy(2x+1)-(2x+1)(x-2)$	1M
$= (2x+1)(3xy-x+2)$	1A
4. (a) $\dfrac{28+3x}{4} \geq 3x-2$	
$28+3x \geq 12x-8$	
$-9x \geq -36$	
$x \leq 4$	1A
(b) $x \leq 4$ 或 $x < 3$。	1A
因此，$x \leq 4$。	1M
所求正整數為 1、2、3 及 4。	1A
5. (a) 所求數目 $= \dfrac{81}{1+35\%} = 60$	1A
(b) 假定彼得送 n 枚郵票給偉明。	
$81-n = 60+n$	1M
$n = 10.5$（捨去）	1A
由於 n 必須為非負整數，他們不可能有相同數目的郵票。	1A
6. 設女生原來的數目為 $7x$。則男生原來的數目為 $8x$。	1M
$8x-16 = 7x-11$	1M
$x = 5$	1A
所求數目 $= 7\times 5 = 35$	1A

解	分
7. (a) $55 - 49 > 64 - k$	1M
$k > 58$	
所求之值為 59。	1A
(b) 測驗乙的分數中位數（63）大於測驗甲的最高分數（k）。	1A
同意該宣稱。	1A
8. 由於 $AF = BF$，$\angle FAB = \angle ABF = 35°$。	1A
$\angle BFC = 35° + 35° = 70°$	
由於 $BE // CD$，$\angle GCD = \angle BFC = 70°$。	1M
$\angle BDC = \angle BAC = 35°$	1M
考慮 $\triangle CDG$，$\angle BGC = 35° + 70° = 105°$。	1A
9. (a) $DE = DE$ （公共邊）	
$\angle DFE = 90°$ （已知）	
$\angle DCE = 90°$ （長方形性質）	
$= \angle DFE$	
$AD = AE$ （已知）	
$\angle AED = \angle ADE$ （等腰 △ 底角）	
$AD // BC$ （長方形性質）	
$\angle CED = \angle ADE$ （錯角，$AD // BC$）	
$= \angle AED$	
$\triangle CDE \cong \triangle FDE$ （AAS）	

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(b) $AF = AE - FE = AE - CE = 5 - 1 = 4\text{ cm}$	1M
$DF = \sqrt{AD^2 - AF^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{ cm}$	1M
$\triangle ADF$ 的面積 $= \frac{1}{2}(4)(3) = 6\text{ cm}^2$	1A

解	分
10. (a) 設 $C = a + br^2$，其中 a 及 b 均為非零常數。	1A
$\begin{cases} 67 = a + b \\ 112 = a + 4^2 b \end{cases}$	1M
求解後，可得 $a = 64$ 及 $b = 3$。	1A
所求成本 $= 64 + 3(3)^2 = \$91$	1A
(b) 設大球的半徑為 r cm。	
$\left(\frac{r}{3}\right)^3 = \frac{8}{1}$	
$r = 6$	1A
所求成本 $= 64 + 3(6)^2 = \$172$	1A
11. (a) $f(x) = (x-2)(x^2 - 3x + 4) + r$	1A
故此，$(x-1)g(x) \equiv (x-2)(x^2 - 3x + 4) + r$。	
代 $x = 1$，	
$0 = (-1)(1 - 3 + 4) + r$	1M
$r = 2$	1A
(b) $f(x) = (x-2)(x^2 - 3x + 4) + 2$	
$= x^3 - 5x^2 + 10x - 6$	
$= (x-1)(x^2 - 4x + 6)$	1M
故此，$g(x) = x^2 - 4x + 6$。當 $g(x) = 0$，	1A
$\Delta = 4^2 - 4(1)(6) = -8 < 0$	1M
$g(x) = 0$ 的根不是實數，即不是有理數。	
不同意該宣稱。	1A

解	分
12. (a) V 的坐標為 $(-3,\ -4)$。	1A
當 $x = 0$，$y = 3^2 - 4 = 5$。	
A 的坐標為 $(0,\ 5)$。	1A
(b) VA 的斜率 $= \dfrac{5+4}{0+3} = 3$	
L 的斜率 $= -\dfrac{1}{3}$	1M
L 的方程為	
$y + 4 = -\dfrac{1}{3}(x+3)$	1M
$x + 3y + 15 = 0$	1A
(c) C 及 D 的坐標分別為 $(-15,\ 0)$ 及 $(0,\ -5)$。	
CD 的中點的坐標為 $\left(-\dfrac{15}{2},\ -\dfrac{5}{2}\right)$。	1M
所求方程為	
$\left(x + \dfrac{15}{2}\right)^2 + \left(y + \dfrac{5}{2}\right)^2 = 4^2$	1M
$\left(x + \dfrac{15}{2}\right)^2 + \left(y + \dfrac{5}{2}\right)^2 = 16$	1A
13. (a) 假設該平截頭體是由高 $(h+3)$ cm 大圓錐中切去高 h cm 小圓錐而成的。	
$\dfrac{h+3}{h} = \dfrac{4}{2}$	1M
$h = 3$	
所求體積 $= 4^2\pi(7-3) + \dfrac{1}{3}\pi(4)^2(3+3) - \dfrac{1}{3}\pi(2)^2(3)$	1M+1A
$= 92\pi\ \text{cm}^3$	1A
(b) 保濕霜的新體積 $= 4^2\pi(7-4) + \dfrac{1}{2} \times \dfrac{4}{3}\pi(4)^3$	1M+1A
$= \dfrac{272\pi}{3}\ \text{cm}^3$	
百分比變化	
$= \dfrac{\frac{272\pi}{3} - 92\pi}{92\pi} \times 100\%$	1M
$\approx -1.45\%$	
$> -5\%$	
該宣稱不正確。	1A

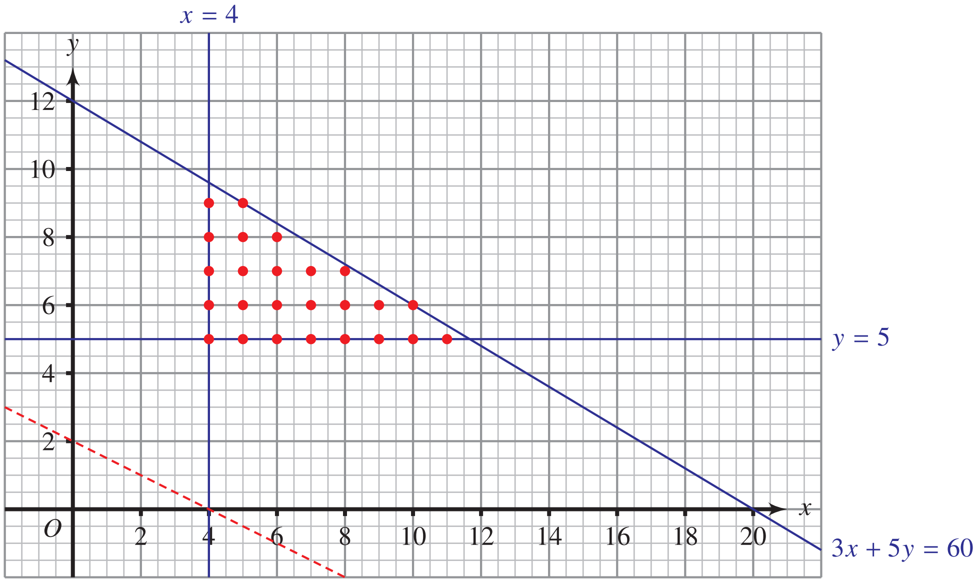
解	分
14. (a) (i) $\dfrac{(20+b)+30}{2}=29$	
$b=8$	1A
$43-(10+a)=27$	
$a=6$	1A
(ii) 平均值 $=\dfrac{16+17+18+...+43}{20}$	
$=28.8$	1A
(b) (i) 新會員的年歲之和 $=16+43=59$	1M
若他們的年歲為 29 及 30，則新的中位數為 29.5。	
有可能使該分佈的中位數改變。	1A
(ii) 由於眾數有兩個數值，新會員的年歲只有三種情況：(18, 41)、(21, 38) 及 (25, 34)。	
在任何一個情況中，新的分佈域 $=42-17=25\neq 27$	1M
該分佈的分佈域不可能維持不變。	1A
15. (a) $\dfrac{2}{1+i}\times\dfrac{2}{1-i}=\dfrac{2}{a}$	1M
$\dfrac{4}{1+1}=\dfrac{2}{a}$	
$a=1$	1A
$\dfrac{2}{1+i}+\dfrac{2}{1-i}=-\dfrac{b}{1}$	
$\dfrac{(2-2i)+(2+2i)}{1+1}=-b$	
$b=-2$	1A
(b) 設 $g(x)=f(x)+k=x^2-2x+2+k$，其中 $k\neq 0$。	
若 $y=g(x)$ 有兩個 x 截距，則 $g(x)=0$ 有兩個實根及	
$\Delta=2^2-4(1)(2+k)>0$	1M
$-4-4k>0$	
$k<-1$	
$y=g(x)$ 的圖像可藉將 $y=f(x)$ 的圖像向下平移多於 1 單位而成。	1A
16. (a) 所求概率 $=\dfrac{C_5^7+C_5^5}{C_5^{15}}$	1M
$=\dfrac{2}{273}$	1A
(b) 所求概率 $=1-\dfrac{2}{273}-\dfrac{C_4^7C_1^8+C_4^5C_1^{10}}{C_5^{15}}$	1M
$=\dfrac{241}{273}$	1A

解	分

17. (a) 約束條件為

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ y \geq 5 \\ 9000x + 15\,000y \leq 180\,000 \text{ 或} 3x + 5y \leq 60 \\ x \text{ 及 } y \text{ 均為非負整數} \end{cases}$$ 1A+1A

(b) 圖中的點代表可行答案。



（給任何一條直線正確） 1A

（給可行區域） 1A

(c) 設 \$$P$ 為聘請 x 名副客戶主任及 y 名設計員所得的每月總盈利。

$$P = 4x(3000) + 5y(4800)$$

$$= 12\,000(x + 2y)$$ 1A

描繪直線 $x + 2y = a$，其中 a 為一常數。

P 在 $(5, 9)$ 達至最大值。 1M

總招聘人數為 14，不是 15。

不同意該宣稱。 1A

解	分
18. (a) $AM = 10\sin 60° \approx 8.66\text{ cm}$	1A
$\angle MAP = \dfrac{60°}{4} = 15°$	
$PQ = 2PM$	
$= 2 \times AM\tan 15°$	1M
$\approx 4.64\text{ cm}$	1A
(b) 由於平面 APB 及 AQC 相等及垂直，由 M 至水平地面的距離等於由 P 至地面的距離。	
參照第二張圖，垂直距離 $= PM$。	1M
垂直距離 $= 10\sin 60° \tan 15°$	
$\approx 2.32\text{ cm}$	1A
(c) 設 P' 及 Q' 分別為 P 及 Q 在水平地面上的投影。	
$AP' = AQ' = AM \approx 8.66\text{ cm}$	1A
$P'Q' = PQ \approx 4.64\text{ cm}$	
在 $\triangle AP'Q'$ 中，	
$P'Q'^2 = AP'^2 + AQ'^2 - 2(AP')(AQ')\cos\angle P'AQ'$	1M
$\angle P'AQ' \approx 31.1°$	
因此，$\angle BAC \approx 31.1°$。	1A

解	分
19. (a) $\angle CAB = \angle BAD$ （公共角）	
$\angle ABC = \angle ADB$ （交錯弓形的圓周角）	
$\triangle ABC \sim \triangle ADB$ （AA）	

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) (i) $\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD}$ 1M

$$\frac{\sqrt{9^2+12^2}}{36+9} = \frac{36+9}{\sqrt{9^2+12^2}+CD}$$

$CD = 120$

Γ 的半徑為 60。

留意 $\angle EBA = 90°$。

E 的坐標為 $(60,\ 36)$。 1M

所求方程為

$$(x-60)^2+(y-36)^2 = 60^2$$

$$(x-60)^2+(y-36)^2 = 3600$$ 1A

(ii) E 為 CD 的中點。

D 的坐標為 $(108,\ 72)$。 1A

設 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$ 為 $\triangle BED$ 的外接圓的方程。

$$\begin{cases} 0^2+36^2+0+36e+f=0 \\ 60^2+36^2+60d+36e+f=0 \\ 108^2+72^2+108d+72e+f=0 \end{cases}$$ 1M

求解後，可得 $d=-60$、$e=-252$ 及 $f=7776$。

所求方程為 $x^2+y^2-60x-252y+7776=0$。 1A

E 為 CD 的中點。

D 的坐標為 $(108,\ 72)$。 1A

留意該外接圓的圓心在 BE 的垂直平分線上，即 $x=30$。

設 $\triangle BED$ 的外接圓的圓心的坐標為 $(30,\ k)$。

$$\sqrt{(30-0)^2+(k-36)^2} = \sqrt{(30-108)^2+(k-72)^2}$$ 1M

$$k^2-72k+2196 = k^2-144k+11\,268$$

$$k = 126$$

所求方程為

$$(x-30)^2+(y-126)^2 = (0-30)^2+(36-126)^2$$

$$(x-30)^2+(y-126)^2 = 9000$$ 1A

解	分
(iii) $\triangle BED$ 的外接圓的面積	
$= (\sqrt{30^2 + 126^2 - 7776})^2 \pi$	1M
$\approx 28\,300$	
設 r 為 $\triangle BED$ 的內切圓的半徑。	
考慮 $\triangle BED$ 的面積。	
$\dfrac{(36+9)(108)}{2} = \dfrac{(AB)(r)}{2} + \dfrac{(BD)(r)}{2} + \dfrac{(AD)(r)}{2}$	1M
$r \approx 16.5$	
($\triangle BED$ 的內切圓的面積) $\times 30$	
$= \pi r^2 \times 30$	
$\approx 25\,800$	
$<$ $\triangle BED$ 的外接圓的面積	
同意該宣稱。	1