

ELITE-2425-MOCK-SET 2-MATH-CP 1

建議題解

$$\begin{aligned}
 1. \quad \frac{(x^9y^5)^3}{x^{30}y^{-4}} &= \frac{x^{27}y^{15}}{x^{30}y^{-4}} \\
 &= \frac{y^{15+4}}{x^{30-27}} \\
 &= \frac{y^{19}}{x^3}
 \end{aligned}$$

1M

1M

1A

$$2. \text{ 可得 } y - x = 123 \text{ 及 } \frac{x}{y} = \frac{5}{8}。$$

1A

$$y - \frac{5y}{8} = 123$$

1M

$$y = 328$$

$$\text{所求之積} = (328 - 123)(328)$$

$$= 67\,240$$

1A

$$3. \quad \frac{5m - n}{1 + mn} = 2$$

$$5m - n = 2 + 2mn$$

1M

$$5m - 2mn = 2 + n$$

1M

$$m = \frac{2 + n}{5 - 2n}$$

1A

$$4. \quad (a) \text{ 所求距離} = 2 \times 55$$

1M

$$= 110 \text{ m}$$

1A

$$(b) \tan \angle OPQ = \frac{110}{60}$$

1M

$$\angle OPQ \approx 61.4^\circ$$

$$\text{所求方位為 N}61.4^\circ\text{W}。$$

1A

$$5. \text{ 設該手袋的標價為 } \$x。$$

$$x(1 - 10\%) - \frac{x}{1 + 25\%} = 75$$

2M+1A

$$0.1x = 75$$

$$x = 750$$

1A

$$\text{所求標價為 } \$750。$$

解	分
6. (a) $x - 2 \leq 0$ $x \leq 2$ $x - \frac{3x+2}{2} < 2$ $-\frac{x}{2} < 3$ $x > -6$ 因此，可得 $-6 < x \leq 2$。 (b) 4	1A 1A 1M 1A
7. (a) 設較小的半球體的半徑為 r cm。 $\frac{2}{3}\pi r^3 \left(1 + \frac{125}{64}\right) = 1008\pi$ $r^3 = 512$ $r = 8$ (b) 總表面面積 $= 2\pi(8)^2 + \pi(8)^2$ $= 192\pi \text{ cm}^2$	1M 1A 1M 1A
8. (a) $2.6 = \frac{1(9) + 2(16) + 3(14) + 4(8) + 5(a)}{9 + 16 + 14 + 8 + a}$ $115 + 5a = 122.2 + 2.6a$ $a = 3$ 中位數 $= 2.5$ 眾數 $= 2$ (b) 所求概率 $= \frac{14 + 8 + 3}{50}$ $= \frac{1}{2}$	1M 1A 1A 1M 1A
9. (a) $2.55 \text{ m} \leq \text{真確長度} < 2.65 \text{ m}$ (b) 180 條短絲帶的最小總長度 $= 180 \times 1.495$ $= 269.1 \text{ cm}$ $> 2.65 \text{ m}$ 不同意該宣稱。	1M+1A 1M 1A 1A

解	分
10. (a) Γ 為 AB 的垂直平分線。 (b) (i) $\sqrt{(x-11)^2 + (y-17)^2} = \sqrt{(x+7)^2 + (y+1)^2}$ $-36x - 36y + 360 = 0$ $x + y - 10 = 0$ (ii) 設 (h, k) 為該圓的圓心的坐標。 由於圓心在 Γ 上，可得 $h + k - 10 = 0$。 留意圓心與 A 及 B 等距。 $\sqrt{(h-11)^2 + (k-17)^2} = \sqrt{(h+1)^2 + (k-11)^2}$ $-24h - 12k + 288 = 0$ $2h + k - 24 = 0$ 求解後，可得 $h = 14$ 及 $k = -4$。 所求坐標為 $(14, -4)$。	1A 1M 1A 1M 1M 1A
11. (a) 平均值 = $\frac{2.7 + 3.1 + 2.9 + 2.8 + 3.4 + 2.8 + 3.3}{7}$ $= 3 \text{ kg}$ 分佈域 = $3.4 - 2.7$ $= 0.7 \text{ kg}$ (b) (i) 設 $x \text{ kg}$ 為所求總體重。 $\frac{7(3) + 3.3 + 3.4 + x}{11} = 3$ $x = 5.3$ (ii) 設 $a \text{ kg}$ 及 $b \text{ kg}$ 為兩新加入的女嬰的體重。 假定分佈域維持不變，可得 $2.7 \leq a \leq 3.4$ 及 $2.7 \leq b \leq 3.4$。 可得 $a + b \geq 2.7 + 2.7 = 5.4$，即為矛盾。 因此，這是不可能的。	1A 1A 1M 1A 1M 1A

解			分									
12. (a)	$\angle CFE = 90^\circ$ (已知) $\angle CFB = 90^\circ$ (已知) $\angle DFE = \angle CFB = 90^\circ$ (對頂角) $\angle CED = 90^\circ$ (長方形性質) $\angle FED = 90^\circ - \angle CEF$ $\angle CEF + \angle EFC + \angle FCE = 180^\circ$ (Δ 內角和) $\angle CEF + 90^\circ + \angle FCE = 180^\circ$ $\angle FCE = 90^\circ - \angle CEF$ $= \angle FED$ $\triangle CEF \sim \triangle EDF$ (AA)											
<table><tr><th colspan="3">評分標準</th></tr><tr><td>情況 1</td><td>附有正確理由的任何正確證明。</td><td>2</td></tr><tr><td>情況 2</td><td>未附有正確理由的任何正確證明。</td><td>1</td></tr></table>			評分標準			情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2	情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1	
評分標準												
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2										
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1										
(b) (i)	留意 $CE = AD = BC$ 及 $CF \perp BE$ 。 可得 $BF = EF$ 。 F 為 BE 的中點。		1M 1									
(ii)	$EF = BF = 12\text{ cm}$ $CF = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9\text{ cm}$ 由於 $\triangle CEF \sim \triangle EDF$ 。 $\frac{ED}{CE} = \frac{EF}{CF}$ $\frac{ED}{15} = \frac{12}{9}$ $ED = 20\text{ cm}$		1M 1M 1A									

解	分
13. (a) 設 $f(x) = a + b(x - 2)(x - 1)$ ，其中 a 及 b 為非零常數。	1A
$\begin{cases} 16 = a + b(10 - 2)(10 - 1) \\ -50 = a + b(4 - 2)(4 - 1) \end{cases}$	1M
求解後，可得 $a = -56$ 及 $b = 1$ 。	
$0 = -56 + (x - 2)(x - 1)$	1M
$0 = x^2 - 3x - 54$	
$x = 9$ 或 -6	
x 截距為 9 及 -6 。	1A
(b) (i) $x = \frac{3}{2}$	1A
(ii) A 及 B 的坐標分別為 $(-6, 0)$ 及 $(9, 0)$ 。	
C 的坐標為 $(0, -54)$ 。	
$-54 = -56 + (x - 2)(x - 1)$	
$0 = x^2 - 3x$	
$x = 0$ 或 3	
D 的坐標為 $(3, -54)$ 。	
當 Q 的坐標為 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ 時，該多邊形的面積最小。	1M
多邊形 $ACDBQ$ 的最小面積	
$= \frac{[(9 + 6) + (3 - 0)](54)}{2} - \frac{(9 + 6)\left(\frac{1}{4}\right)}{2}$	1M
$= 484.125$	
< 485	
不同意該宣稱。	1A

解	分
14. (a) 設 h cm 為所求高度。 留意較小正四棱錐的正方底底邊長同為 h cm。 $27 \times \frac{1}{3} \times h^2 \times h = 4 \times \left[12^3 - \frac{1}{3} \times 12^2 \times 12 \right]$ $h^3 = 512$ $h = 8$ (b) 所求比例 = $8^2 : 12^2$ = $4 : 9$ (c) 設 k cm 為金屬正方體的邊長，及 H cm 為較小正四棱錐的高。 較小正四棱錐的高為 k cm。 $27 \times \frac{1}{3} \times H^2 \times H = 4 \times \left[k^3 - \frac{1}{3} \times k^2 \times k \right]$ $\left(\frac{H}{k} \right)^3 = \frac{8}{27}$ $\frac{H}{k} = \frac{2}{3}$ (b) 的比變為 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$，與之前相等。 不同意該宣稱。	1M 1M 1A 1M 1A 1M 1M 1A
15. (a) 標準分 = $\frac{74 - 64}{4}$ = 2.5 (b) 俊傑在調整後的標準分 = $\frac{74(1 + 10\%) - 64(1 + 10\%)}{4(1 + 10\%)}$ = 2.5 < 2.75 淑娟在該測驗表現較佳。	1M 1A 1M 1A
16. (a) 所求概率 = $\frac{C_1^4 \times C_3^5}{C_4^9}$ = $\frac{20}{63}$ (b) 所求概率 = $1 - \frac{20}{63} - \frac{C_3^4 \times C_1^5}{C_4^9}$ = $\frac{11}{21}$	1M 1A 1M 1A

解	分
17. (a) 設 G 為該圓的圓心。 G 的坐標為 $(3, -2)$。 AG 的斜率 $= \frac{-1+2}{1-3} = -\frac{1}{2}$ 所求方程為 $y + 1 = 2(x - 1)$ $2x - y - 3 = 0$ (b) (i) L 的方程為 $y = 2x + b$。 $x^2 + (2x + b)^2 - 6x + 4(2x + b) + 8 = 0$ $5x^2 + (4b + 2)x + (b^2 + 4b + 8) = 0$ L 與 C 相交於兩相異點。 $(4b + 2)^2 - 4(5)(b^2 + 4b + 8) > 0$ $-4b^2 - 64b - 156 > 0$ $-13 < b < -3$ (ii) 設 L' 的方程為 $y = 2x + k$。 $5x^2 + (4k + 2)x + (k^2 + 4k + 8) = 0$ x_1 及 x_2 為該二次方程的根。 $x_1 x_2 = 4$ $\frac{k^2 + 4k + 8}{5} = 4$ $k^2 + 4k - 12 = 0$ $k = -6 \quad \text{或} \quad 2 \quad (\text{捨去})$ L' 的方程為 $y = 2x - 6$。	1M 1A 1M 1M 1A 1M 1A

解	分
18. (a) $75^2 = 29^2 + 92^2 - 2(29)(92) \cos \angle ABC$ $\cos \angle ABC = \frac{20}{29}$ $BD = 29 \cos \angle ABC = 20 \text{ cm}$ $AD = \sqrt{29^2 - 20^2} = 21 \text{ cm}$ (b) (i) 所求之角為 $\angle BDC$。 $BC^2 = 75^2 + 29^2 - 2(75)(29) \cos 60^\circ$ $BC = \sqrt{4291} \text{ cm}$ $CD = 92 - 20 = 72 \text{ cm}$ $BC^2 = 72^2 + 20^2 - 2(72)(20) \cos \angle BDC$ $\angle BDC \approx 63.3^\circ$ (ii) 所求體積 $= \frac{1}{3} \times \left(\frac{20 \times 21}{2} \right) \times 72 \sin \angle BDC$ $\approx 4500 \text{ cm}^3$	1M 1A 1A 1M 1M 1A 1M 1A

解	分
19. (a) $f(x) = x^2 - (8k + 6)x + 16k^2 + 22k + 5$ $= [x^2 - 2(4k + 3)x + (4k + 3)^2] - 2k - 4$ $= [x - (4k + 3)]^2 - 2k - 4$ M 的坐標為 $(4k + 3, -2k - 4)$。 (b) (i) $(4k + 9, 2k + 4)$ (ii) 由於 P 為 $\triangle PMN$ 的垂心，可得 $\angle MPN = 90^\circ$。 $\frac{y - (-2k - 4)}{x - (4k + 3)} \times \frac{y - (2k + 4)}{x - (4k + 9)} = -1$ $y^2 - (2k + 4)^2 = -[x - (4k + 3)][x - (4k + 9)]$ $x^2 + y^2 - (8k + 12)x + 12k^2 + 32k + 11 = 0$ (iii) UV 為 MN 的垂直平分線。 MN 的中點的坐標為 $(4k + 6, 0)$。 $MN \text{ 的斜率} = \frac{(2k + 4) - (-2k - 4)}{(4k + 9) - (4k + 3)} = \frac{2k + 4}{3}$ 所求方程為 $y - 0 = -\frac{3}{2k + 4}[x - (4k + 6)]$ $y = -\frac{3x}{2k + 4} + \frac{3(2k + 3)}{k + 2}$ (iv) 留意 $MN^2 = MU^2 + NU^2 = 2MU^2$。 正方形 $MUNV$ 的面積 $= MU^2$ $= \frac{MN^2}{2}$ $= \frac{1}{2} [((4k + 9) - (4k + 3))^2 + ((2k + 4) + (2k + 4))^2]$ $= \frac{1}{2} [36 + (4k + 8)^2]$ $= 18 + 8(k + 2)^2$ ≥ 18 同意該宣稱。	1M 1A 1A 1M 1M+1M 1A 1M 1A 1M 1M 1A