DAYCP-EOC-2425-ASM-SET 3-MATH
建議題解

結構式試題

1. (a) 設 G 的坐標為 $(h,\ 26)$。
留意 G 在 AB 的垂直平分線上。

$$h = \frac{5+13}{2} \qquad \text{1M}$$
$$= 9$$

C 的方程為

$$(x-9)^2 + (y-26)^2 = (5-9)^2 + (23-26)^2 \qquad \text{1M}$$
$$(x-9)^2 + (y-26)^2 = 25 \qquad \text{1A}$$

(b) $\sqrt{(k-9)^2 + (38-26)^2} = 15$ 1M

$$k^2 - 18k = 0$$
$$k = 18 \quad 或 \quad 0（捨去） \qquad \text{1A}$$

(c) (i) T、P 與 G 共線。 1A

(ii) C 的半徑為 5。
所求之比 $= GP : PT$ 1M

$$= 5 : (15-5)$$
$$= 1 : 2 \qquad \text{1A}$$

2. (a) 設該圓的方程為 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$，其中 D、E 及 F 均為常數。

$$\begin{cases} 0^2 + 2^2 + 0 + 2y + F = 0 \\ 4^2 + 0^2 + 4D + 0 + F = 0 \\ 9^2 + 5^2 + 9D + 5E + F = 0 \end{cases}$$ 1M

兩式相減。

$$\begin{cases} 102 + 9D + 3E = 0 \\ 90 + 5D + 5E = 0 \end{cases}$$ 1M

求解後，可得 $D = -8$、$E = -10$ 及 $F = 16$。

所求方程為 $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 16 = 0$。 1A

(b) C 的圓心的坐標為 $(4,\ 5)$。

半徑 $= \sqrt{4^2 + t^2 - 16} = 5$

從 M 至 C 的圓心的距離

$= \sqrt{(5-4)^2 + (8-5)^2}$ 1M

$= \sqrt{10}$

< 5

因此，M 在 C 內。 1

(c) (i) G、M 和 N 共線。 1A

(ii) 斜率 $= \dfrac{8-5}{5-4} = 3$ 1M

所求方程為

$y - 5 = 3(x - 4)$

$3x - y - 7 = 0$ 1A

3. (a) $(x-6)^2 + (y+5)^2 = 6^2 + 5^2$ 1M

$(x-6)^2 + (y+5)^2 = 61$ 1A

(b) (i) $H = (12,\ 0)$ 及 $K = (0,\ -10)$ 1A+1A

(ii) O、P、Q 共線。 1A

(iii) 所求面積 $= 12 \times 10$ 1M

$= 120$ 1A

4. (a) L 的斜率 $= \dfrac{5-0}{15-12} = \dfrac{5}{3}$ 1M

L' 的斜率 $= -\dfrac{3}{5}$

所求方程為

$$\frac{y-0}{x-12} = -\frac{3}{5}$$ 1M

$$3x + 5y - 36 = 0$$ 1A

(b) (i) $3x + 5k - 36 = 0$

$$x = \frac{36-5k}{3}$$

G 的坐標為 $\left(\dfrac{36-5k}{3},\ k\right)$。 1M

C 的方程為

$$x^2 + y^2 - 2\left(\frac{36-5k}{3}\right)x - 2ky + F = 0$$

$$3x^2 + 3y^2 - 2(36-5k)x - 6ky + 3F = 0$$

其中 F 為一常數。

C 通過 $Q\ (12,\ 0)$。

$$3(12)^2 + 0 - 2(36-5k)(12) - 0 + 3F = 0$$

$$3F = 432 - 120k$$

C 的方程為 $3x^2 + 3y^2 - 2(36-5k)x - 6ky + 432 - 120k = 0$。 1

(ii) $3(4)^2 + 3(8)^2 - 2(36-5k)(4) - 6k(8) + 432 - 120k = 0$ 1M

$$k = 3$$

G 的坐標為 $(7,\ 3)$。

PG 為所求之圓的一直徑。

$PG = \sqrt{(15-7)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{68}$ 1M

所求面積 $= \pi\left(\dfrac{\sqrt{68}}{2}\right)^2$

$= 17\pi$ 1A

5. (a) 設 $f(x) = ax + bx^2$，其中 a 及 b 均為非零常數。 1A

$$\begin{cases} -160 = -5a + 25b \\ -16 = 4a + 16b \end{cases}$$ 1M

求解後，可得 $a = 12$ 及 $b = -4$。

$f(3) = 12(3) - 4(3)^2 = 0$ 1A

(b) $p = f(3) = 0$

$12q - 4q^2 = 8$ 1M

$-4q^2 + 12q - 8 = 0$

$q = 1$ 或 2

留意 $\angle QRP = 90°$。

PQ 為 C 的一直徑。 1M

當 $q = 1$，C 的面積 $= \pi\left(\dfrac{\sqrt{2^2 + 8^2}}{2}\right)^2 = 17\pi$。 1M

當 $q = 2$，C 的面積 $= \pi\left(\dfrac{\sqrt{1^2 + 8^2}}{2}\right)^2 = \dfrac{65\pi}{4} < 17\pi$。

因此，沒有可能。 1A

– 試卷完 –