

結構式試題

1. $\angle SPR = 68^\circ - 41^\circ = 27^\circ$ 1M
 $\angle RQS = \angle SPR = 27^\circ$ 1A
 $\angle PQR = 90^\circ$ 1M
 $\angle PQS = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$ 1A

2. (a) 反角 $\angle AOD = 2 \times 115^\circ = 230^\circ$ 。 1A
 $\angle COD = 230^\circ - 180^\circ = 50^\circ$ 。
 $\angle CAD = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$ 。 1A
 $\angle CBF = \angle CAD = 25^\circ$ 。 1A
 (b) $\angle BCO = \angle COD = 50^\circ$ 。 1A
 由於 $OC = OB$ ， $\angle CBO = \angle BCO$ 及 $\angle COB = 180^\circ - 2\angle BCO = 80^\circ$ 。 1A
 扇形 OBC 的周界 $= 2(18) + 2(18)\pi \times \frac{80^\circ}{360^\circ}$ 1M
 $\approx 61.1 \text{ cm} > 60 \text{ cm}$ 1A
 扇形 OBC 的周界不小於 60 cm 。 1A

3. (a) $\triangle AED \sim \triangle BEC$ 。 1A
 在 $\triangle AED$ 及 $\triangle BEC$ 中，
 $\frac{AE}{BE} = \frac{DE}{CE}$ 1M
 $\frac{AE}{8} = \frac{15}{20}$
 $AE = 6 \text{ cm}$ 1A
 (b) $AE^2 + BE^2 = 6^2 + 8^2$ 1M
 $= 10^2$
 $= AB^2$
 因此， AC 與 BD 互相垂直。 1A

4. (a) 設 $f(x) = a + bx^2$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。 1M
- $$\begin{cases} 62 = a + 10^2b \\ 122 = a + 15^2b \end{cases} \quad 1M$$
- 求解後，可得 $a = 14$ 及 $b = \frac{12}{25}$ 。
- $$f(5) = 14 + \frac{12}{25}(5)^2 = 26 \quad 1A$$
- (b) 可得 $u = f(0) = 14$ 及 $v = f(5) = 26$ 。 1M
- W 的坐標為 $(0, 26)$ 。
- 留意 $\angle UWV = 90^\circ$ 。
- UV 為 C 的直徑。 1M
- C 的圓周
- $$= UV\pi$$
- $$= \sqrt{(5-0)^2 + (26-14)^2}\pi \quad 1M$$
- $$= 13\pi \quad 1A$$
5. (a) $\angle BDC + 30^\circ$ 。 1A
- $\angle ADC = 90^\circ$ 。 1A
- $\angle ADB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 。 1A
- (b) $\widehat{AB} : \widehat{BC} = \angle ADB : \angle BAC$
- $$= 2 : 1 \quad 1A$$
- (c) $AB : BC = 4 \cos 30^\circ : 4 \sin 30^\circ$ 1M
- $$= \sqrt{3} : 1 \quad 1A$$
6. (a) $\triangle EBA$ 1A
- (b) $\frac{y}{6} = \frac{3}{4}$ 1M+1A
- $$y = \frac{9}{2} \quad 1A$$

7.	$\angle ADB = 50^\circ$	1A
	$\angle ADB + y^\circ = 90^\circ$	1M
	$y = 40$	1A
	$\angle CBD = 20^\circ$	
	$x + y + 50 + 20 = 180$	
	$x = 70$	1A
8.	$x = 25$	1A
	$\angle ADB = x^\circ$	1M
	$y = 180 - 56 - 25 - x$	1M
	$= 74$	1A
9.	$\angle ADC = 90^\circ$	1A
	$\angle DCA = 30^\circ$	1A
	$\angle DAC = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ$	1M
	$= 60^\circ$	1A
10.	$\angle BAC = 40^\circ$	1A
	$\angle ACB = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2}$	
	$= 70^\circ$	1A
	$\angle ACD = 90^\circ - 70^\circ$	1A
	$= 20^\circ$	1A
	$\angle ABD = \angle ACD$	
	$= 20^\circ$	1A

11. $\angle ABD = \angle ADB = 58^\circ$ 。 1M

$$58^\circ + 25^\circ + 58^\circ + \angle BDC = 180^\circ$$

$$\angle BDC = 39^\circ \quad 1A$$

由於 $\angle BCE = \angle ADB = 58^\circ$ 及 $\angle CBE = \angle CEB$,

$$\angle BEA = \frac{180^\circ - 58^\circ}{2} = 61^\circ . \quad 1M$$

$$\angle ABE = \angle BEC - \angle BAC \quad 1M$$

$$= \angle BEC - \angle BDC$$

$$= 61^\circ - 39^\circ$$

$$= 22^\circ \quad 1A$$

12. $x + \theta = 180^\circ$

$$x = 180^\circ - \theta \quad 1A$$

$$\angle ADE = x = 180^\circ - \theta \quad 1A$$

$$\angle BED = x = 180^\circ - \theta \quad 1A$$

$$2(180^\circ - \theta) + y = 180^\circ \quad 1M$$

$$y = 2\theta - 180^\circ \quad 1A$$

13. $\angle ABP = \angle CDP$ (圓內接四邊形外角)

$\angle CDP = \angle PAB$ (同位角, $AB \parallel CD$)

$$\angle ABP = \angle PAB$$

$$AP = BP \quad (\text{等角對等邊})$$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	5
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	3
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

14. $\angle AOC = 2\angle ADC$ (圓心角兩倍於圓周角)

$\angle BOC = \angle AOB$ (對弦對等角)

$\angle AOB = \frac{1}{2}\angle AOC$

$= \angle ADC$

$BO \parallel CD$ (同位角相等)

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	5
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	3
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

15. (a) $\angle DAY = \angle EFY$ (同位角, $AD \parallel EF$)

$\angle FEY = \angle DAY$ (圓內接四邊形外角)

$\angle EFY = \angle EFY$

$EY = FY$ (等角對等邊)

因此, $\triangle EFY$ 為等腰三角形。

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(b) $\widehat{BCD} = \widehat{AFE}$ (已知)

$\angle BAC = \angle ADE$ (等弧對等角)

$BA \parallel DE$ (錯角相等)

1

(c) $\angle DAF = \angle EFY$ (同位角, $AD \parallel EF$)

$\angle EFY = \angle ABE$ (圓內接四邊形外角)

$\angle ABE = \angle DEB$ (錯角, $AB \parallel DE$)

$\angle DAF = \angle DEB$

因此, A, X, E, Y 共圓。 (外角 = 內對角)

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(d) $\angle EFY = \angle ABE = 47^\circ$ 。

$y = 180^\circ - 2 \times 47^\circ = 86^\circ$ 。

$x = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$ 。

1A

1M+1A

1M+1A

16. (a) $\angle PQD = 90^\circ$ (已知)

$\angle ABP = 90^\circ$ (半圓上的圓周角)

$\angle ABP = \angle PQD$

因此， $A、Q、P、B$ 共圓。(外角 = 內對角)

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(b) (i) 與 (a) 同理， $D、Q、P、C$ 共圓。

$$\angle BAP = \angle BQP = \theta \quad 1$$

$$\angle BDC = \angle BAC = \theta \quad 1$$

$$\angle PQC = \angle PDC = \theta \quad 1$$

$$\angle BQC = \theta + \theta = 2\theta \quad 1A$$

$$(ii) \angle BOPC = 2\angle BDC \quad 1$$

$$= 2\theta \quad 1$$

(c) 由於 $\angle BQC = \angle BOC$ ， $B、O、Q、C$ 共圓。 1

$$\angle CBQ = \angle COQ \quad 1$$

$$= 2\angle CAD$$

$$= 2\phi \quad 1$$

17. (a) $\angle GDE = \angle KBE$ (圓內接四邊形外角)
 $\angle FKH = \angle BKE$ (對頂角)
 $\angle BEK = \angle GED$ (已知)
 $\angle DGE + \angle GED + \angle GDE = 180^\circ$ ($\triangle$ 內角和)
 $\angle BKE + \angle KBE + \angle BEK = 180^\circ$ ($\triangle$ 內角和)
 $\angle FKH + \angle GDE + \angle GED = 180^\circ$
 $\angle FKH = 180^\circ - \angle GDE - \angle GED$
 $= \angle DGE$
 $= \angle FGH$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

- (b) $\angle GFH = \angle HFK$ (已知)

在 $\triangle FGH$ 中，

$$\angle FHK = \angle FGH + \angle GFH \quad (\triangle \text{ 外角})$$

在 $\triangle FHK$ 中，

$$\begin{aligned} \angle FHG &= \angle FKH + \angle HFK && (\triangle \text{ 外角}) \\ &= \angle FGH + \angle GFH \\ &= \angle FHK \end{aligned}$$

$$\angle FHG + \angle FHK = 180^\circ \quad (\text{直線上的鄰角})$$

$$\angle FHG = 90^\circ$$

$$FH \perp GK$$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

- (c) (i) 注意 $\angle AEG = \angle GED = \angle BFH = \angle HFA$ 。

在 $\triangle FGH$ 中，

$$\begin{aligned} \angle FGH + \angle GFH &= \angle FHK && (\triangle \text{ 外角}) \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

$$\angle FGH = 90^\circ - \angle GFH$$

在 $\triangle EHJ$ 中，

$$\begin{aligned}
 \angle EJH + \angle HEJ &= \angle GHJ && (\triangle \text{ 外角}) \\
 &= 90^\circ \\
 \angle EJH &= 90^\circ - \angle HEJ \\
 &= 90^\circ - \angle GFH \\
 &= \angle FGH
 \end{aligned}$$

因此， D 、 J 、 H 、 G 共圓。 (外角 = 內對角)

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(ii) $\angle EKC = \angle FHK + \angle HFK$

$$= 90^\circ + 23^\circ$$

1M

$$= 113^\circ$$

$$\angle BCD = \angle EKC + \angle KEC$$

$$= 113^\circ + 14^\circ$$

$$= 127^\circ$$

1A

18. (a) (i) 在 $\triangle AOD$ 及 $\triangle FOB$ 中，

$$\angle AOD = \angle FOB = 90^\circ \quad (\text{已知})$$

$$\angle AEB = 90^\circ \quad (\text{半圓上的圓周角})$$

$$\angle DAO = 90^\circ - \angle ABE \quad (\triangle \text{內角和})$$

$$\angle BFO = 90^\circ - \angle ABE \quad (\triangle \text{內角和})$$

$$\angle DAO = \angle BFO$$

$$\triangle AOD \sim \triangle FOB \quad (AAA)$$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(ii) 在 $\triangle AOG$ 及 $\triangle GOB$ 中，

$$\angle AOG = \angle GOB = 90^\circ \quad (\text{已知})$$

$$\angle AGB = 90^\circ \quad (\text{半圓上的圓周角})$$

$$\angle AGO = 90^\circ - \angle BGO$$

$$= \angle GBO \quad (\triangle \text{內角和})$$

$$\triangle AOG \sim \triangle GOB \quad (AAA)$$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

$$(iii) \quad \frac{OD}{OA} = \frac{OB}{OF} \quad (\text{相似 } \triangle \text{ 的對應邊})$$

1

$$OD \cdot OF = OA \cdot OB$$

$$\frac{OA}{OG} = \frac{OG}{OB} \quad (\text{相似 } \triangle \text{ 的對應邊})$$

$$OA \cdot OB = OG^2$$

$$\text{因此, } OD \cdot OF = OA \cdot OB = OG^2。$$

1

$$(b) (i) AD \text{ 的斜率} = \frac{p-0}{0-(a-r)} = \frac{p}{r-a}。$$

1A

$$BF \text{ 的斜率} = \frac{q-0}{0-(a+r)} = -\frac{q}{r+a}，$$

1A

$$(ii) \quad \frac{p}{r-a} \cdot \left(-\frac{q}{r+a}\right) = -1$$

1M

$$pq = r^2 - a^2$$

$$OD \cdot OF = CG^2 - OC^2$$

$$OD \cdot OF = OG^2$$

1

19. (a) (i) 在 $\triangle OQR$ 及 $\triangle ORP$ 中，

$$\angle QRP = 90^\circ \quad (\text{半圓上的圓周角})$$

$$\angle QRO = 90^\circ - \angle PRO$$

$$\angle RPO = 180^\circ - 90^\circ - \angle PRO \quad (\triangle \text{內角和})$$

$$= 90^\circ - \angle PRO$$

$$\angle QRO = \angle RPO$$

$$\angle QOR = 90^\circ = \angle ROP \quad (\text{已知})$$

$$\angle OQR = \angle ORP \quad (\triangle \text{內角和})$$

$$\triangle OQR \sim \triangle ORP \quad (AAA)$$

$$\frac{OR}{OQ} = \frac{OP}{OR} \quad (\text{相似 } \triangle \text{ 的對應邊})$$

$$OR^2 = OP \cdot OQ$$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(ii) 在 $\triangle MON$ 及 $\triangle POR$ 中，

$$\angle MNO = \angle PRO \quad (\text{同弓形內的圓周角})$$

$$\angle MON = 90^\circ \quad (\text{半圓上的圓周角})$$

$$\angle POR = 90^\circ (\text{已知})$$

$$\angle MON = \angle POR$$

$$\angle OMN = \angle OPR \quad (\triangle \text{內角和})$$

$$\triangle MON \sim \triangle POR \quad (AAA)$$

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) (i) $OR^2 = OP \cdot OQ$

$$OR^2 = (4)(9)$$

$$OR = 6$$

因此， R 的坐標為 $(0, 6)$ 。

1A

(ii) 注意 $PR = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$ 。

1M

據 (a)(ii)，

$$\frac{MN}{2\sqrt{13}} = \frac{\left(\frac{3\sqrt{13}}{2}\right)}{6}$$

1M

$$MN = \frac{13}{2}$$

由此，圓 $MONR$ 的半徑為 $\frac{13}{4}$ 。

1A

設圓 $MONR$ 的圓心的坐標為 (a, b) 。

$$b = \frac{OR}{2} = 3$$

1M

$$a = -\sqrt{\left(\frac{13}{4}\right)^2 - 3^2} = -\frac{5}{4}$$

1A

所以，圓 $MONR$ 的圓心的坐標為 $\left(-\frac{5}{4}, 3\right)$ 。

多項選擇題

1. [B] (28.2%)

設 G 為 B 在 OC 的垂足。

$$AE = \frac{9+39}{2} = 24 \text{ cm}。$$

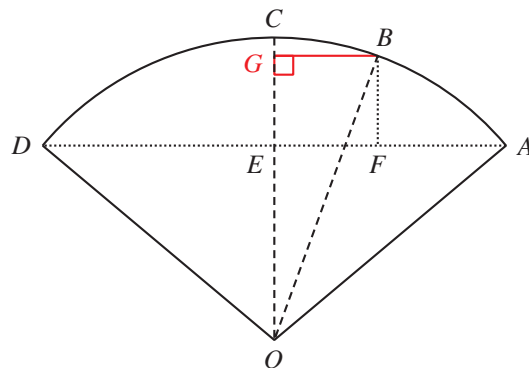
$$\text{半徑} = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30 \text{ cm}。$$

$$BG = EF = 24 - 9 = 15 \text{ cm}。$$

$$\sin \angle BOG = \frac{15}{30}$$

$$\angle BOG = 30^\circ$$

$$\text{所求面積} = (30)^2 \pi \times \frac{30^\circ}{360^\circ} = 75\pi \text{ cm}^2。$$



2. [A] (19.4%)

設 M 、 N 及 T 分別為 AB 、 CD 及 EF 的中點使得 $OM \perp AB$ 、 $ON \perp CD$ 及 $OT \perp EF$ 。

$$OM = ON = OT。$$

$$\triangle OTR \cong \triangle ONR \text{ 及 } \triangle ONQ \cong \triangle OMQ。$$

$$\text{設 } \angle ORN = a \text{ 及 } \angle OQN = b。$$

$$\text{則 } \angle ORT = a \text{ 及 } \angle OQM = b。$$

在 $\triangle PQR$ 中，

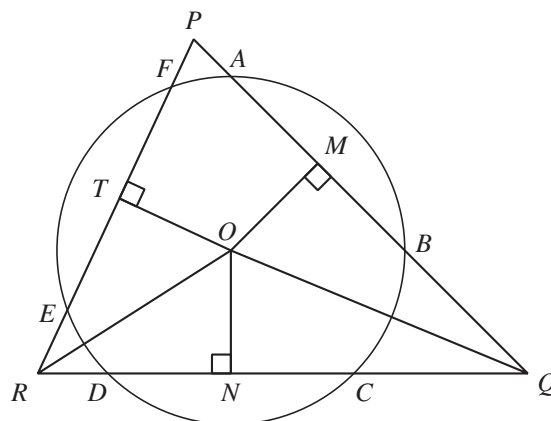
$$2a + 2b + 38^\circ = 180^\circ$$

$$a + b = 71^\circ$$

在 $\triangle QOR$ 中，

$$a + b + \angle QOR = 180^\circ$$

$$\angle QOR = 109^\circ$$



3. [D] (32.5%)

參考下圖。 AB 是長 8 cm 的弦。 M 為 AB 的中點使得 $OM \perp AB$ 。

$$OA = OB = 5 \text{ cm}$$

$$OM = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$$

$$\sin \angle AOM = \frac{4}{5}$$

$$\angle AOM \approx 53.1^\circ$$

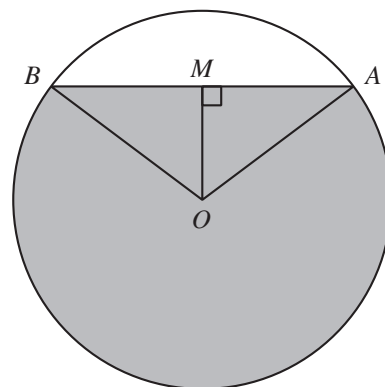
$$\text{反角 } \angle AOB = 360^\circ - 2\angle AOM$$

$$\approx 254^\circ$$

所求面積

$$= 5^2 \pi \left(\frac{\text{反角 } \angle AOB}{360^\circ} \right) + \frac{(8)(3)}{2}$$

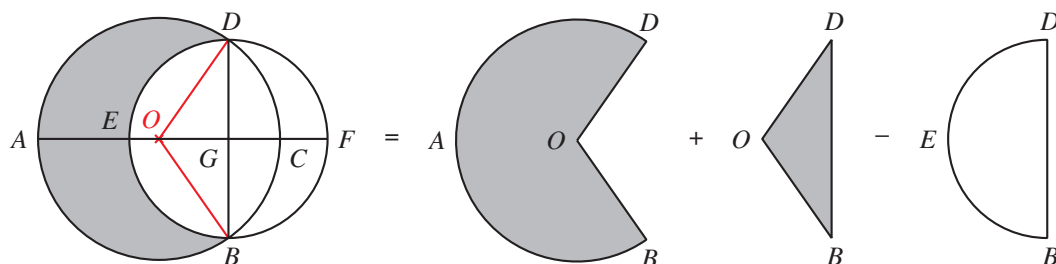
$$\approx 67 \text{ cm}^2$$



4. D (26.5%)

留意 G 為圓 $BEDF$ 的圓心。

將圓 $ABCD$ 的圓心記為 O 。



留意 $ABCD$ 的半徑為 $\frac{AG + CG}{2} = 20 \text{ cm}$ 。

考慮 $\triangle ODG$ 。

$$\begin{aligned} OG &= OC - CG \quad \text{及} \quad \cos \angle GOD = \frac{OG}{OD} \quad \text{及} \quad GD = OD \sin 60^\circ \\ &= 10 \text{ cm} \quad \angle GOD = 60^\circ \quad = 10\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

所求面積

$$\begin{aligned} &= \pi(20)^2 \left(\frac{240^\circ}{360^\circ} \right) + \frac{(2 \times 10\sqrt{3})(10)}{2} - \pi(10\sqrt{3})^2 \left(\frac{1}{2} \right) \\ &\approx 540 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

5. B (41%)

畫出直徑 $A'D'$ 使得 $A'D' \parallel XY$ 。

M 為 BC 的中點、 PAX 及 DQY 均為直線。

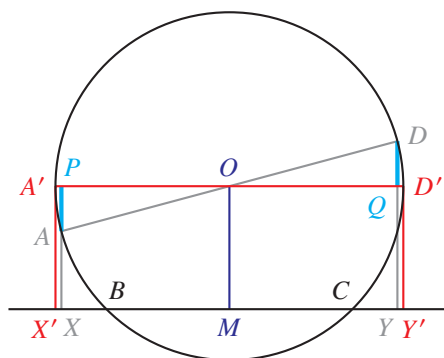
注意 $\triangle OAP \cong \triangle ODQ$ 及 $AP = DQ$ 。

$$AX + DY = A'X' + D'Y' = 2OM。$$

$$OC = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm} \quad \text{及} \quad CM = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}。$$

$$OM = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ cm}。$$

$$AX + DY = 2OM = 2 \times 8 = 16 \text{ cm}。$$



6. D (54.1%)

$$\angle BCD = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ \quad \text{及} \quad \angle EDC = \angle BCD = 62^\circ。$$

$$\angle DEB = \frac{\angle BCD}{2} = 31^\circ。$$

$$\angle DFE = 180^\circ - 31^\circ - 62^\circ = 87^\circ。$$

7. B (70.3%)

$$\angle CAB = \frac{1}{2}\angle BOC = 82^\circ$$

$$\angle OAB = \angle ABO = 36^\circ$$

$$\angle ACO = \angle CAO = 82^\circ - 36^\circ = 46^\circ$$

8. C (56.1%)

設 $\angle ABD = x$ 。

$AB = AD$ 及 $\angle ADB = \angle ABD = x$ 。

$\angle ACB = \angle ADB = x$ 及 $\angle DAC = \angle ACB = x$ 。

在 $\triangle ADE$ 中，

$$x + x = 74^\circ$$

$$x = 37^\circ$$

在 $\triangle ABD$ 中，

$$x + x + (x + \angle BAE) = 180^\circ$$

$$\angle BAE = 69^\circ$$

9. B (67.4%)

$$\angle ABC = 90^\circ。$$

$$\angle ABE = \angle ADE = 28^\circ。$$

$$\angle CBE = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ。$$

10. C (36.5%)

AC 為圓的直徑且 $AC = \sqrt{10^2 + 5^2} \approx 11.2 \text{ cm}$ 。

$\angle DAC = \angle DEC = 40^\circ$ 及 $\angle ADC = 90^\circ$ 。

$$CD = AC \sin 40^\circ \approx 7 \text{ cm}。$$

11. B (45.1%)

設 $\angle CED = x$ 。

$\angle DBE = x$ 及 $\angle ADB = \angle DBE + \angle DEB = 2x$ 。

$\angle ACB = \angle ADB = 2x$ 。

在 $\triangle ABC$ 中，

$$66^\circ + (30^\circ + x) + 2x = 180^\circ$$

$$x = 28^\circ$$

12. C

$$\angle QPR = \frac{42^\circ}{2} = 21^\circ。$$

$$\angle ORP = \angle QPR = 21^\circ。$$

$$\angle RMQ = 42^\circ + 21^\circ。$$

13. A

在 O 的反角為 $2b$ 。

$$a + c + b + (360^\circ - 2b) = 360^\circ$$

$$a + c = b$$

14. C

圓周角為 $\frac{36^\circ}{2} = 18^\circ$ 。

$$42^\circ + 18^\circ = \theta + 36^\circ$$

$$\theta = 24^\circ$$

15. A

在 O 的反角 $= 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$ 。

在上方的三角形中，

$$\frac{250^\circ}{2} + 35^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

16. D

在 O 的反角 $= 360^\circ - 4x$ 。

$$\frac{360 - 4x}{2} = x + 60^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

17. B (55%)

$\angle CBD = \frac{42^\circ}{2} = 21^\circ$ 及 $\angle ODB = \angle CBD = 21^\circ$ 。
 $x = 21^\circ + 42^\circ = 63^\circ$ 。

18. D (73%)

$\angle AOB = 2x$ 及 $OA = OB$ 。

$$x + 35^\circ + 35^\circ = 180^\circ$$

$$x = 110^\circ$$

19. B (63%)

$\angle OCB = \angle OBC = 50^\circ$ 及 $\angle BCA = 50^\circ - 20^\circ = 30^\circ$ 。

$\angle BOA = 2\angle BCA = 60^\circ$ 。

20. E

反角 $\angle BOD = 2\angle BCD = 228^\circ$ 。

$\angle DOE = 228^\circ - 180^\circ = 48^\circ$ 。

$x = 20^\circ + 48^\circ = 68^\circ$ 。

21. B (27%)

設 $\angle AEO = x^\circ$ 。則 $\angle AOE = x^\circ$ 。

$$\angle ABD = \frac{\angle AOD}{2} = \frac{x}{2}^\circ$$

$$\angle DEB + \angle EBD = \angle ODB$$

$$x + \frac{x}{2} = 36^\circ$$

$$x = 24^\circ$$

22. C

設圓的半徑為 r 。

則 $BC = 2r \sin 30^\circ = r$ 及 $\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 。

$$\sqrt{3} = \frac{1}{2}(2r)(r) \sin 60^\circ$$

$$r = \sqrt{2}$$

23. D

$\angle ACB = 90^\circ$ 。

$$AB = \frac{3}{\cos 30^\circ} = 3 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}。$$

24. B

$\angle ACB = 90^\circ$ 及 $AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$ 。

$$\text{所求面積} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2\sqrt{13}}{2} \right)^2 \pi = \frac{13}{2} \pi。$$

25. C

$\angle ACB = 90^\circ$ 及 $\angle CBD = 90^\circ + \theta$ 。

26. B

$\angle BAC = 90^\circ$ 及 $AC = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$ 。

$$\text{所求面積} = (5)(12) = 60 \text{ cm}^2。$$

27. B

設 $AB = 4x \text{ cm}$ 。則 $BD = 3x \text{ cm}$ 。

$$(4x)^2 = 5^2 + (3x)^2$$

$$x^2 = \frac{25}{7}$$

$$x \approx 1.89$$

$$AB = 4x \approx 7.6 \text{ cm}。$$

28. B (33%)

$\angle ADB = 90^\circ$ 。

$\triangle CDE \sim \triangle BAE$ 。

$$\frac{CD}{AB} = \frac{DE}{AE} = \cos \theta。$$

29. C

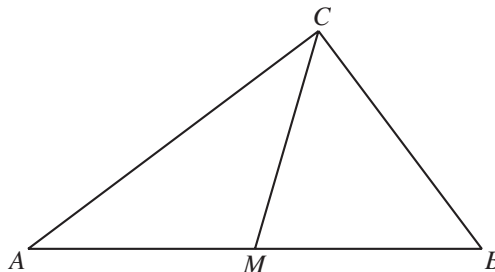
M 與 A 、 B 及 C 等距。

所以， M 為 $\triangle ABC$ 的外心

AB 為直徑及 $\angle ACB = 90^\circ$ 。

$$AC = \sqrt{(5+5)^2 - 6^2} = 8 \text{ cm}。$$

$$\text{所求面積} = \frac{(8)(6)}{2} = 24。$$



30. C

$$\angle ABC = 90^\circ \text{ 及 } \angle CBE = 90^\circ - 47^\circ = 43^\circ。$$

$$\angle ACB = \angle ADB = 63^\circ。$$

$$x = 180^\circ - 63^\circ - 43^\circ = 74^\circ。$$

31. A (51%)

$$AB = BD \text{ 及 } \angle ABD = 180^\circ - 2(54^\circ) = 72^\circ。$$

$$\angle ACD = \angle ABD = 72^\circ。$$

$$\angle ADC = 90^\circ \text{ 及 } \angle CAD = 180^\circ - 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ。$$

32. C (63%)

$$\angle BDC = \angle ABD = 40^\circ \text{ 及 } \angle BAC = \angle BDC = 40^\circ。$$

$$\angle ABC = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ。$$

$$\angle CBD = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ。$$

33. D (48%)

$$\angle ADB = \angle EAD = 20^\circ \text{ 及 } \angle ACB = \angle ADB = 20^\circ。$$

$$\angle CBD = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ。$$

34. B

$$\angle ACB = 90^\circ。$$

$$\angle ACE = x - 22^\circ。$$

$$\angle ABD = \angle ACE = x - 22^\circ。$$

在 $\triangle ABC$ 中，

$$90^\circ + [30^\circ + (x - 22^\circ)] + x = 180^\circ$$

$$x = 41^\circ$$

35. C (51%)

設 $\angle ABD = x^\circ$ 。

$$\angle BDE = \angle ABD - \angle BED = x - 30^\circ。$$

$$\angle BAC = \angle BDE = x - 30^\circ。$$

$$\angle BAF + \angle ABF = 82^\circ$$

$$x + (x - 30^\circ) = 82^\circ$$

$$x = 56^\circ$$

36. C (58%)

$$\triangle ADE \sim \triangle BCE。$$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{BE}{AE}$$

$$BC = 8$$

37. B (53.0%)

$$\angle AOC = \angle BOD、$$

$$\angle AOD = \angle BOC = \frac{180^\circ - 48^\circ}{2} = 66^\circ。$$

$$\angle ABD = \frac{180^\circ - 66^\circ - 48^\circ}{2} = 33^\circ。$$

38. D (40.0%)

據下圖，留意所有正多邊形均為圓內接多邊形。

I. ✓。該圖沿 DH 對稱。

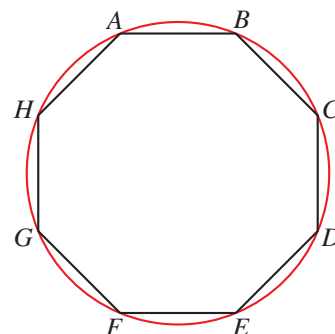
所以， $AG \perp DH$ 及 $BF \perp DH$ 。

因此， $AG \parallel BF$ 。

II. ✓。由於 $\widehat{BD} = \widehat{EG}$ ， $BD = EG$ 。

III. ✓。 $\angle CAG : \angle BDH = \widehat{CEG} : \widehat{BAH} = 2 : 1$

因此， $\angle CAG = 2\angle BDH$ 。



39. C

$$\angle ABD = \angle BAC = 26^\circ \text{ 及 } \angle ACB = 90^\circ。$$

在 $\triangle ABC$ 中，

$$90^\circ + 26^\circ + (x + 26^\circ) = 180^\circ$$

$$x = 38^\circ$$

40. [B] (73%)

$$\angle ABC = \frac{(8-2)180^\circ}{8} = 135^\circ。$$

$ABCDEFGH$ 為圓內接多邊形。

$$\angle ABH = \angle HBG = \angle GBF = \dots = \angle DBC。$$

$$x + y + z = \angle ABC \times \frac{3}{6} = 67.5^\circ。$$

41. [B] (75%)

$$\frac{\angle ABD}{\angle CBD} = \frac{\widehat{AED}}{\widehat{CFD}}$$

$$\frac{\angle ABD}{\angle CBD} = \frac{1}{4}$$

$$\text{因此，}\angle ABD = 100^\circ \times \frac{1}{1+4} = 20^\circ。$$

42. [C] (67%)

$$\angle ABC = 90^\circ \text{ 及 } \angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ。$$

$$\frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} = \frac{55^\circ}{35^\circ}$$

$$\widehat{AB} = 11$$

43. [A] (36%)

設 O 為圓心。

$$\angle AOC = 2\angle ABC = 60^\circ。$$

$$\text{圓周} = 4 \div \frac{60^\circ}{360^\circ} = 24。$$

44. [B] (38%)

設 $\angle ACB = \theta$ 。

$$\angle BAC = 2\theta \text{ 及 } \angle CBD = \angle ABD = 3\theta。$$

在 $\triangle ABC$ 中，

$$\theta + (3\theta + 3\theta) + 2\theta = 180^\circ$$

$$\theta = 20^\circ$$

在 $\triangle ABE$ 中，

$$\angle CAE = 180^\circ - 30^\circ - 2\theta - 3\theta$$

$$= 50^\circ$$

45. [C]

設 O 為圓心。

$$\angle AOE = 360^\circ \times \frac{5}{1+2+3+4+5} = 120^\circ。$$

$$\theta = \frac{\angle AOE}{2} = 60^\circ。$$

46. E

$$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ。$$

$$\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2} = 15^\circ \text{ 及 } \angle CBD = \frac{\angle COD}{2} = 15^\circ。$$

$$x = 180^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 150^\circ。$$

47. A (17%)

設 $\angle ABD = \theta$ 。

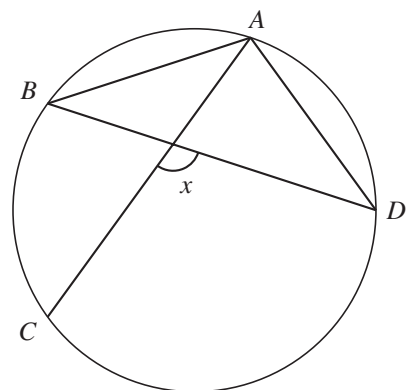
$\angle BAC = \angle ADB = \theta$ 及 $\angle CAD = 2\theta$ 。

在 $\triangle ABD$ 中，

$$\theta + 3\theta + \theta = 180^\circ$$

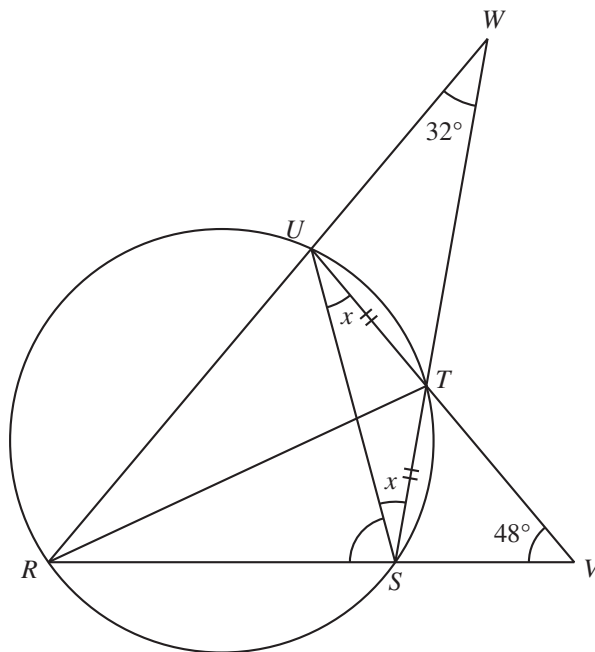
$$\theta = 36^\circ$$

$$x = 2\theta + \theta = 108^\circ。$$



48. B (42.0%)

作圓 $RSTU$ 及線段 RT 。



由於 $ST = TU$ ，可得 $\angle TSU = \angle TUS = x$ 。

$$\angle TRS = \angle TUS = x$$

$$\angle TRU = \angle TSU = x$$

考慮 $\triangle WUS$ ，可得 $\angle RUS = \angle UWS + x = 32^\circ + x$ 。

考慮 $\triangle UVS$ ，可得 $\angle RSU = \angle UVS + x = 48^\circ + x$ 。

考慮 $\triangle RUS$ 。

$$(2x) + (32^\circ + x) + (48^\circ + x) = 180^\circ$$

$$x = 25^\circ$$

因此， $\angle RSU = 48^\circ + 25^\circ = 73^\circ$ 。

49. C (71.2%)

$$\angle BAD = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$$

$$\angle OAD = 66^\circ - 28^\circ = 38^\circ$$

$$\angle ODA = \angle OAD = 38^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - (38^\circ + 42^\circ) = 100^\circ$$

50. C (59.9%)

由於 $BC = CD$ ， $\angle BAC = \angle CAD = \frac{58^\circ}{2} = 29^\circ$ 。

$$\angle ACD = 90^\circ$$

$$\angle ADC = 180^\circ - 90^\circ - 29^\circ = 61^\circ$$

$$\angle AEC = \angle ADC = 61^\circ$$

51. C (59.1%)

$$\angle ADC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\angle ACD = 90^\circ$$

$$\angle DAC = 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

由於 $BC = CD$ ， $\angle DAC = \angle BAC$ 及 $\angle BAD = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$ 。

$$\angle BED = \angle BAD = 40^\circ$$

52. A (56.5%)

設 $\angle CAD = x$ 。

$$\angle BAC = \angle BDC = 14^\circ。$$

$$\angle ADC = \angle BAD = x + 14^\circ。所以，\angle ADB = x。$$

$$\angle ACD = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ。$$

$$84^\circ + (x + 14^\circ) + x = 180^\circ$$

$$x = 41^\circ$$

53. C (40.6%)

留意 $\angle CDE = \angle CBA = 90^\circ$ 。

$$AE = \sqrt{AB^2 + BE^2}$$

$$= 715 \text{ cm}$$

考慮 $\triangle ABE$ 及 $\triangle ADE$ 。

$$\tan \angle BAE = \frac{275}{660} \quad \text{及} \quad \cos \angle DAE = \frac{572}{715}$$

$$\angle BAE = \tan^{-1} \frac{5}{12} \quad \angle DAE = \cos^{-1} \frac{4}{5}$$

在 $\triangle ABC$ 中，

$$\cos \angle BAC = \frac{660}{AC}$$

$$\cos \left(\tan^{-1} \frac{5}{12} + \cos^{-1} \frac{4}{5} \right) = \frac{660}{572 + CD}$$

$$CD = 728 \text{ cm}$$

54. B

$$\angle ACB = 90^\circ \text{ 及 } \angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ。$$

$$\angle ADC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ。$$

55. B

$$\angle BAC = \angle BCA = 25^\circ \text{ 及 } \angle ABC = 180^\circ - 25^\circ - 25^\circ = 130^\circ。$$

$$\angle ADC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ。$$

$$\angle ACD = 90^\circ \text{ 及 } \angle CAD = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ。$$

56. D

設 $\angle BCD = 8\theta$ 。

$$\frac{\angle BAD}{\angle BCD} = \frac{\widehat{BCD}}{\widehat{BAD}}$$

$$\angle BAD = 7\theta$$

在 $ABCD$ 中，

$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$

$$8\theta + 7\theta = 180^\circ$$

$$\theta = 12^\circ$$

$$\angle BCD = 8 \times 12^\circ = 96^\circ。$$

57. C

設 $\angle ADB = 3\theta$ 。

則 $\angle BDC = 5\theta$ 及 $\angle DAC = 7\theta$ 。

$\angle ACD = 90^\circ$ 。在 $\triangle ACD$ 中，

$$90^\circ + (3\theta + 5\theta) + 7\theta = 180^\circ$$

$$\theta = 6^\circ$$

$$\angle ADC = 3\theta + 5\theta = 48^\circ。$$

58. C

$$\angle BAD = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ。$$

$$\frac{\angle ADC}{\angle BAD} = \frac{\widehat{ABC}}{\widehat{BCD}}$$

$$\frac{\angle ADC}{84^\circ} = \frac{2+1}{1+3}$$

$$\angle ADC = 63^\circ$$

59. D

$$\angle BAD = \angle DCE = 75^\circ。$$

$$\frac{\angle ADC}{\angle BAD} = \frac{\widehat{ABC}}{\widehat{BCD}}$$

$$\frac{\angle ADC}{75^\circ} = \frac{1+1}{1+2}$$

$$\angle ADC = 50^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ。$$

60. B (16%)

$$\triangle XAD \sim \triangle XCB \circ$$

$$\frac{XA}{XC} = \frac{XD}{XB}$$

$$\frac{6}{5+CD} = \frac{5}{6+4}$$

$$CD = 7$$

61. A (37%)

$$\angle ABC = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ \circ$$

$$\angle OBA = 96^\circ - 38^\circ \text{ 及 } \angle OAB = \angle OBA = 38^\circ \circ$$

$$\angle AOB = 180^\circ - 2 \times 38^\circ = 104^\circ \circ$$

62. C (43%)

$$\angle AED = 90^\circ \text{ 及 } \angle AEB = \angle BEC = \angle CED = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ \circ$$

$$\angle EBC + z = 180^\circ \circ$$

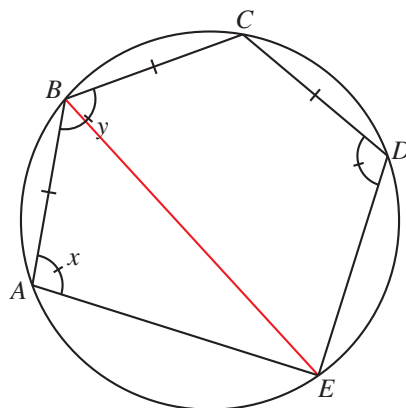
$$x + \angle EBA + 30^\circ = 180^\circ$$

$$x + \angle EBA = 150^\circ$$

$$x + y + z = x + (\angle EBA + \angle EBC) + z$$

$$= 180^\circ + 150^\circ$$

$$= 330^\circ$$



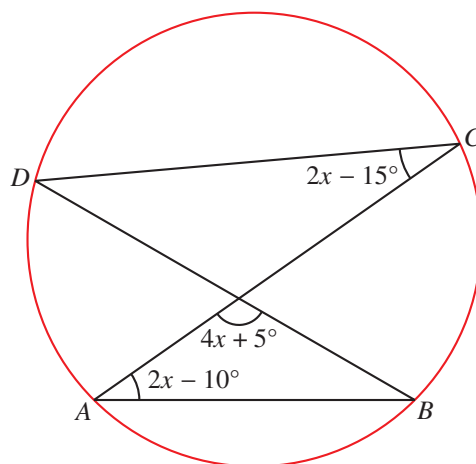
63. C

繪畫圓 $ABCD$ 。

$$\angle DBA = \angle DCA = 2x - 15^\circ \circ$$

$$(2x - 10^\circ) + (4x + 5^\circ) + (2x - 15^\circ) = 180^\circ$$

$$x = 25^\circ$$



64. C

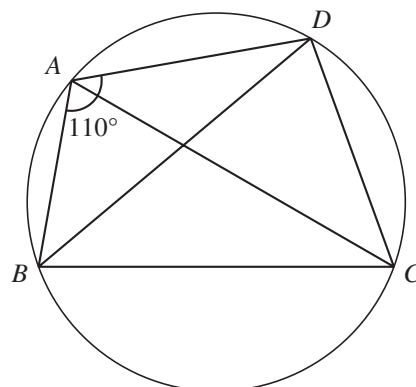
繪畫圓 $ABCD$ 。

$$\angle BCD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ。$$

$$BC = BD \text{ 及 } \angle BDC = \angle BCD = 70^\circ。$$

$$\angle CBD = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ。$$

$$\angle DAC = \angle CBD = 40^\circ。$$



65. C

$$\angle CBD = \angle AED = 70^\circ。$$

$$BC = DC, \angle CDB = \angle CBD = 70^\circ。$$

$$\angle BCD = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ \text{ 及 } \angle BOD = 2 \times \angle BCD = 80^\circ。$$

66. D

畫出線段 EF ，通過 O 並平行於 CD 。

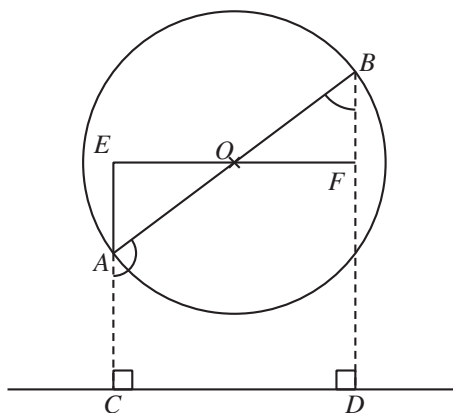
設 O 與 CD 的距離為 h 及 $AE = x$ 。

I. $\checkmark$ 。 $AC \parallel BD$ 及 $\theta + \phi = 180^\circ$ 。

II. $\checkmark$ 。 $\triangle OAE \cong \triangle OBF$ 。

$$AC + BD = (h - x) + (h + x) = 2h, \text{ 即為常數。}$$

III. $\times$ 。 $AC \times BD = (h - x)(h + x) = h^2 - x^2$ 。



67. B

- I. ✓。 $\angle CBE = \angle DAE$ 及 $\angle BCE = \angle ADE$ 。
- II. ✓。 $\angle BAC = \angle EAD$ 及 $\angle BCA = \angle EDA$ 。
- III. ✗。在圖中， AC 為 $\angle BAD$ 的角平分線，而 $\triangle ABC$ 與 $\triangle BDA$ 明顯不是相似三角形。

