



6. Suggested solutions 建議題解

6.1 Conventional questions 結構式試題

1. ...

(a) 設扇形的圓心角為 θ 。

$$\begin{aligned} 1M \quad 12^2\pi \times \frac{\theta}{360^\circ} &= 30\pi \\ \theta &= 75^\circ \end{aligned}$$

1A 所求之角為 75° 。

(b) 扇形的周界 r

$$\begin{aligned} 1M+1M \quad &= 2(12) + 2(12)\pi \times \frac{75^\circ}{360^\circ} \\ 1A \quad &= (5\pi + 24) \text{ cm} \end{aligned}$$

2. ...

(a) $OP = OR$ (已知)

$PS = RS$ (已知)

$OS = OS$ (公共邊)

$\triangle OPS \cong \triangle ORS$ (SSS)

Marking Scheme		
Case 1	Any correct proof with correct reasons.	2
Case 2	Any correct proof without reasons.	1

1A (b) $\angle POQ = 2 \times \angle PRQ = 20^\circ$

$\angle ROQ = \angle POQ = 20^\circ$

$$\begin{aligned} 1M+1A \quad \text{扇形面積} &= \pi(6)^2 \times \left(\frac{20^\circ + 20^\circ}{360^\circ}\right)^2 \\ 1A \quad &= 4\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3. ...

(a) 設 x cm 為 AD 的長度。

$$\frac{(6+x)(12)}{2}(10) = 1020$$

1M

$$x = 11$$

1A

AD 的長度為 11 cm。

(b) $CD = \sqrt{12^2 + (11-6)^2} = 13$ cm

柱體 $ABCDEFGH$ 的總表面面積

$$= (12 + 11 + 13 + 6)(10) + \frac{(6+11)(12)}{2}(2)$$

1M

$$= 624 \text{ cm}^2$$

1A

4. ...

(a) (i) $\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{1}{9}$
 $\frac{r}{R} = \frac{1}{3}$ 或 $-\frac{1}{3}$ (捨去)

1M

$$r : R = 1 : 3$$

1A

(ii) 設較大圓柱的高為 h cm。

$$2\pi R^2 h = 27(\pi r^2(10))$$

1M

$$h = 135 \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

1M

$$h = 15$$

1A

(b) $\frac{\text{較小圓柱的底半徑}}{\text{較大圓柱的底半徑}} = \frac{1}{3}$
 $\frac{\text{較小圓柱的高 } r}{\text{較大圓柱的高 } R} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \neq \frac{1}{3}$

1M

因此，兩圓柱不相似。不同意該宣稱。

1A

5. ...

1M (a) 圓錐的斜高 $= \sqrt{72^2 + 96^2}$
 $= 120 \text{ cm}$

所求面積

1M+1M $= \pi(72)(120) \times \frac{(96 - 60 + 28)^2 - (96 - 60)^2}{96^2}$

1A $= 2625\pi \text{ cm}^2$

(b) 圓錐體積

1M $= \frac{1}{3}\pi(72)^2(96)$
 $= 165\,888\pi \text{ cm}^3$

容器內水的體積

1M+1A $= 165\,888\pi \left(\frac{64^3 - 36^3}{96^3} \right)$

$= 40\,404\pi \text{ cm}^3$

$\approx 0.127 \text{ m}^3$

$> 0.1 \text{ m}^3$

1A 同意該宣稱。

6. ...

(a) 設 $V \text{ cm}^3$ 為容器內牛奶的最終體積。

1M+1A $\frac{V - 444\pi}{V} = \left(\frac{12}{16} \right)^3$

1A $V = 678\pi$

(b) 設 $r \text{ cm}$ 為容器內牛奶的表面的最終半徑。

1M $\frac{1}{3}\pi r^2(16) = 768\pi$

$r = 12$

最終被浸濕的曲面面積

1M $= \pi(12)\sqrt{12^2 + 16^2}$

$= 240\pi$

$\approx 753.982\,236\,9 \text{ cm}^2$

$< 800 \text{ cm}^2$

1A 不同意該宣稱。

7. ...

$$\begin{aligned} \text{(a) 圓錐體積} &= \frac{1}{3}(15)^2\pi(36) & 1\text{M} \\ &= 2700\pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{所求體積} &= 2700\pi \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2700\pi \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 & 1\text{M} \\ &= 700\pi \text{ cm}^3 & 1\text{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) 圓錐曲面面積} & & \\ &= \pi(15)\sqrt{15^2 + 36^2} & 1\text{M} \\ &= 585\pi \text{ cm}^2 \\ \text{所求面積} &= 585\pi \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 585\pi \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 & 1\text{M} \\ &= 195\pi \text{ cm}^2 & 1\text{A} \end{aligned}$$

8. ...

(a) 設較大角錐及較小角錐的體積分別為 $x \text{ cm}^3$ 及 $y \text{ cm}^3$ 。

$$\begin{aligned} 1\text{M} \quad & \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \\ & \frac{x}{y} = \frac{27}{8} \\ 1\text{M} \quad & \frac{x}{(84)(20) - x} = \frac{27}{8} \\ & 8x = 45\,360 - 27x \\ 1\text{A} \quad & x = 1296 \end{aligned}$$

(b) 設較大角錐的底正方形的邊長為 $a \text{ cm}$ 。

$$\begin{aligned} 1\text{M} \quad & \frac{1}{3}(a)^2(12) = 1296 \\ & a = 18 \quad \text{或} \quad -18 \quad (\text{捨去}) \end{aligned}$$

較大角錐的總表面面積

$$\begin{aligned} 1\text{M} \quad & = 18^2 + 4 \times \left[\frac{1}{2}(18) \left(\sqrt{12^2 + \left(\frac{18}{2}\right)^2} \right) \right] \\ & = 864 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

較小角錐的總表面面積

$$\begin{aligned} 1\text{M} \quad & = 864 \times \frac{4}{9} \\ 1\text{A} \quad & = 384 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

9. ...

(a) 設 Y 的底半徑為 r cm。

$$\frac{1}{3}r^2\pi(24) = 800\pi \quad 1M$$

$$r = 10 \quad 1A$$

Y 的底半徑為 10 cm。

(b) Z 的體積 = $\pi(10)^2(20) + 800\pi \quad 1M$

$$= 2800\pi \text{ cm}^3$$

設 Z 的高為 h cm。

$$\frac{1}{3}(20)^2h = 2800\pi$$

$$h = 21$$

$$\frac{Y \text{ 的底半徑}}{Z \text{ 的底半徑}} = \frac{1}{2} \text{ 及 } \frac{Y \text{ 的高}}{Z \text{ 的高}} = \frac{24}{21} \neq \frac{1}{2} \quad 1M$$

因此， Y 與 Z 不相似。 $1A$

(c) X 及 Y 的曲面面積之和

$$= 2\pi(10)(20) + \pi(10)(\sqrt{24^2 + 10^2}) \quad 1M$$

$$= 660\pi \text{ cm}^2$$

Z 的曲面面積

$$= \pi(20)\sqrt{20^2 + 21^2}$$

$$= 580\pi \text{ cm}^2 < 660\pi \text{ cm}^2 \quad 1A$$

同意該宣稱。 $1A$

10. ...

1M (a) 水的體積 = $\pi(8)^2(64)$

1A $= 4096\pi \text{ cm}^3$

1M (b) 圓錐的體積 = $\frac{\pi}{3}(20)^2(60)$

$= 8000\pi \text{ cm}^3$

設水深為 $h \text{ cm}$ 。

1M+1A $\frac{4096\pi}{8000\pi} = \left(\frac{h}{60}\right)^3$

$\frac{4}{5} = \frac{h}{60}$

1A $h = 48$

水深為 48 cm 。

(c) 球體與水的總體積

1M+1M $= 4096\pi + \frac{4}{3}\pi(14)^3$

$= \frac{23\,264}{3}\pi \text{ cm}^3$

$< 8000\pi \text{ cm}^3$

1A 水不會溢出。

11. ...

1M (a) 所求體積 = $\frac{1}{3}\pi(48)^2(96)$

1A $= 73\,728\pi \text{ cm}^3$

1M (b) (i) 所求體積 = $\frac{2}{3}\pi(60)^3$

1A $= 144\,000\pi \text{ cm}^3$

(ii) 設 $h \text{ cm}$ 為奶表面以下的平截頭體的高度。

1M $h = \sqrt{60^2 - 48^2} = 36$

容器內的牛奶的體積

1M $= 144\,000\pi - \left[73\,728\pi - 73\,728\pi \left(\frac{96-36}{96} \right)^3 \right]$

$= 88\,272\pi \text{ cm}^3$

$\approx 0.277 \text{ m}^3$

$< 0.3 \text{ m}^3$

1A 不同意該宣稱。

12. ...

- (a) 設較小球體的半徑為 r cm。

$$\frac{4}{3}\pi(2r)^3 + \frac{4}{3}\pi r^3 = 324\pi$$

1M+1A

$$r^3 = 27$$

$$r = 3$$

$$\text{所求體積} = \frac{4}{3}\pi(6)^3 = 288\pi \text{ cm}^3$$

1A

$$\begin{aligned} \text{(b) 所求面積} &= 4\pi(6)^2 + 4\pi(3)^2 \\ &= 180\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

1M

1A

13. ...

- (a) 設該圓錐體的高為 h cm。

$$\pi(14)(\sqrt{h^2 + 14^2}) = 700\pi$$

1M+1M

$$(\sqrt{h^2 + 196})^2 = 50^2$$

$$h^2 + 196 = 2500$$

$$h = 48 \quad \text{或} \quad -48 \quad (\text{捨去})$$

1A

- (b) (i) 原來的圓錐體的體積

$$= \frac{1}{3}\pi(14)^2(48)$$

1M

$$= 3136\pi \text{ cm}^3$$

所求體積

$$= 3136\pi - 3136\pi \left(\frac{1}{\sqrt{1+15}} \right)^3$$

1M

$$= 3087\pi \text{ cm}^3$$

1A

- (ii) 設該球體的半徑為 r cm。

$$2 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = 3087\pi$$

1M

$$r^3 = \frac{9261}{8}$$

$$r = \frac{21}{2}$$

所求直徑為 21 cm。

1A

14. ...

1M (a) 較小球體的半徑 $= 9 \times \sqrt{\frac{4}{9}}$
 $= 6 \text{ cm}$

1M 所求體積 $= \frac{4}{3}\pi(6)^3$

1A $= 288\pi \text{ cm}^3$

(b) 設圓錐 B 的高為 $h \text{ cm}$ 。

1M $288\pi + \frac{4}{3}\pi(9)^3 = \frac{1}{3}(6)^2(10) + \frac{1}{3}\pi(12)^2(h)$

1M $h = 23.75$

1M $\frac{\text{圓錐 } A \text{ 的半徑}}{\text{圓錐 } B \text{ 的半徑}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
 $\frac{\text{圓錐 } A \text{ 的高}}{\text{圓錐 } B \text{ 的高}} = \frac{10}{23.75} = \frac{8}{19} \neq \frac{1}{2}$
 兩圓錐不相似。

1A 該宣稱不正確。

6.2 Multiple choice questions 多項選擇題

1. ...

☐ B (71.1%)

$$24 = \frac{(AD)(BD)}{2} - \frac{(CD)(BD)}{2}$$

$$AD - CD = 4 \text{ cm}$$

$$\text{解} \begin{cases} AD - CD = 4 \\ AD + CD = 14 \end{cases}, \text{ 可得 } AD = 9 \text{ cm 及 } CD = 5 \text{ cm}。$$

$$\begin{aligned} \text{周界} &= 14 + \sqrt{9^2 + 12^2} + \sqrt{5^2 + 12^2} \\ &= 42 \text{ cm} \end{aligned}$$

2. ...

☐ A (56.1%)

$$\angle COE = 307^\circ - 127^\circ = 180^\circ, \angle COD = 217^\circ - 127^\circ = 90^\circ$$

C 、 O 、 E 共線，且 $OD \perp CE$ 。

$$\begin{aligned} \text{周界} &= (16 + 5) + \sqrt{12^2 + 5^2} + \sqrt{12^2 + 16^2} \\ &= 54 \end{aligned}$$

3. ...

☐ A (85.3%)

$$\begin{aligned} BD &= \sqrt{30^2 - 18^2} = 24 \text{ cm 及 } CD = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10 \text{ cm} \\ \text{梯形面積} &= \frac{(24)(18 + 10)}{2} = 336 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

4. ...

☐ C (62.4%)

留意 $8^2 + 15^2 = 17^2$ ，可得 $\angle BEC = 90^\circ$ 。

$$\triangle BCE \text{ 的面積} = \frac{(8)(15)}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

$$\text{長方形的面積} = 60 \times 2 = 120 \text{ cm}^2$$

5. ...

☐ D (67.5%)

$$A \text{ 與 } H \text{ 的水平距離} = 9 - 5 + 2 = 6$$

$$A \text{ 與 } H \text{ 的鉛垂距離} = 11 - 6 + 4 - 1 = 8$$

$$\text{所求長度} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

6. ...

☐ A (89.5%)

$$AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ cm}$$

$$AB = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(10)(24)}{2} + \frac{(6)(8)}{2} \\ &= 144 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

7. ...

☐ C (81.2%)

設 $AB = x \text{ cm}$ 。

$$x^2 + x^2 = 16^2$$

$$x^2 = 128$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= 16^2 - \frac{(x)(x)}{2} \\ &= 192 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

8. ...

☐ C (91.2%)

$$CN = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ cm} \text{ 及 } AN = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$AB = \sqrt{(8 + 12)^2 - 16^2} = 12 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(16)(12)}{2} \\ &= 96 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

9. ...

☐ B (72.4%)

E 為圓心。

$$\text{半徑} = \frac{AC}{2} = 12 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(12)(12)}{2} \\ &= 72 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

10. ...

☐ B (82.1%)

$$\frac{30}{30 + AC} = \frac{12\pi}{16\pi}$$

$$AC = 10 \text{ cm}$$

11. ...

☐ A (58.6%)

I. ✓。設扇形的角為 θ 。

$$\pi(39)^2 \left(\frac{\theta}{360^\circ} \right) - \pi(33)^2 \left(\frac{\theta}{360^\circ} \right) = 72\pi$$

$$\theta = 60^\circ$$

II. ✗。扇形 OAB 的面積 $= \pi(33)^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ}$

$$= \frac{363\pi}{2} \text{ cm}^2$$

III. ✗。周界 $= 2(39) + 2(39)\pi \times \frac{60^\circ}{360^\circ}$

$$= (78 + 13\pi) \text{ cm}$$

12. ...

☐ B (49.9%)

設半徑為 r cm。

$$r^2 \pi \times \frac{90^\circ}{360^\circ} = \pi$$

$$r = 2$$

I. ✓。

II. ✗。周界 $= 2(2) + 2\pi(2) \times \frac{90^\circ}{360^\circ} = (4 + \pi) \text{ cm} \neq \pi \text{ cm}$ 。

III. ✓。 $AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ 。

面積 $= \pi(\sqrt{2})^2 = 2\pi \text{ cm}^2$ 。

13. ...

☐ D (45.5%)

設 O 為圓心。

$\triangle OCD$ 為等邊三角形。

$$\text{所求面積} = \frac{1}{2}\pi(6)^2 - \left[\pi(6)^2 \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2}(6)^2 \sin 60^\circ \right]$$

$$= (12\pi + 9\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

14. ...

[D] (32.5%)

參考下圖。AB 是長 8 cm 的弦。M 為 AB 的中點使得 $OM \perp AB$ 。

$$OA = OB = 5 \text{ cm}$$

$$OM = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$$

$$\sin \angle AOM = \frac{4}{5}$$

$$\angle AOM \approx 53.1^\circ$$

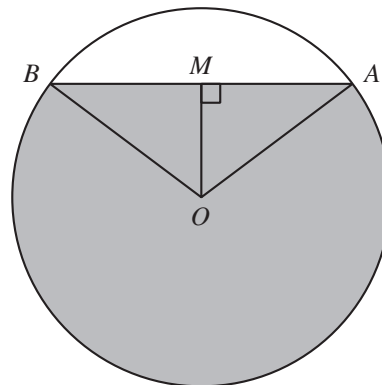
$$\text{反角} \angle AOB = 360^\circ - 2\angle AOM$$

$$\approx 254^\circ$$

所求面積

$$= 5^2 \pi \left(\frac{\text{反角} \angle AOB}{360^\circ} \right) + \frac{(8)(3)}{2}$$

$$\approx 67 \text{ cm}^2$$

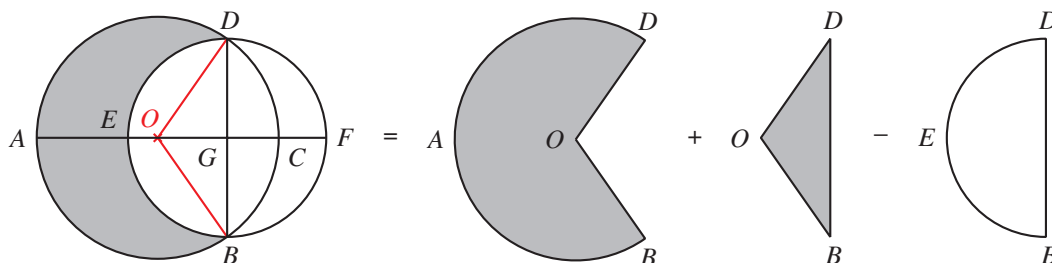


15. ...

[D] (26.5%)

留意 G 為圓 BEDF 的圓心。

將圓 ABCD 的圓心記為 O。



留意 ABCD 的半徑為 $\frac{AG + CG}{2} = 20 \text{ cm}$ 。

考慮 $\triangle ODG$ 。

$$\begin{aligned} OG &= OC - CG \quad \text{及} \quad \cos \angle GOD = \frac{OG}{OD} \quad \text{及} \quad GD = OD \sin 60^\circ \\ &= 10 \text{ cm} \quad \angle GOD = 60^\circ \quad = 10\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

所求面積

$$= \pi(20)^2 \left(\frac{240^\circ}{360^\circ} \right) + \frac{(2 \times 10\sqrt{3})(10)}{2} - \pi(10\sqrt{3})^2 \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\approx 540 \text{ cm}^2$$

16. ...

☐ (30.3%)

$$\text{面積比} = \frac{900 \times 100^2}{36}$$

$$= 250\,000$$

$$\text{長度比} = \sqrt{250\,000} = 500$$

$$\text{地圖的比例尺} = 1 : 500$$

17. ...

☐ (55.8%)

設 $A \text{ m}^2$ 為實際面積。

$$\frac{A(100)^2}{4} = \left(\frac{20\,000}{1}\right)^2$$

$$A = 1.5 \times 10^6$$

18. ...

☐ (32.3%)

$$\text{面積比} = \frac{0.75^2 \times 100^2}{300}$$

$$= 2.5 \times 10^7$$

$$\text{長度比} = \sqrt{2.5e7} = 5000$$

$$\text{地圖的比例尺} = 1 : 5000$$

19. ...

☐ (38.2%)

該機場的實際面積

$$= 10 \times (1000 \times 100)^2$$

$$= 1 \times 10^{11} \text{ cm}^2$$

設 $A \text{ cm}^2$ 為該機場在地圖上的面積。

$$\frac{A}{1 \times 10^{11}} = \left(\frac{1}{50\,000}\right)^2$$

$$A = 40$$

20. ...

☐ (47.5%)

$\triangle OPU \sim \triangle OQT \sim \triangle ORS$ ，比例為 $1 : 2 : 3$ 。

$$\text{所求之比} = (2^2 - 1^2) : (3^2 - 2^2) = 3 : 5。$$

21. ...

☐ C (78.5%)

$$\begin{aligned}\text{梯形下底} &= 4 + \sqrt{13^2 - 5^2} = 16 \text{ cm} \\ \text{所求體積} &= \frac{(4 + 16)(5)}{2} \times 6 \\ &= 300 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

22. ...

☐ D (82.7%)

$$\begin{aligned}\text{所求體積} &= 12 \times \frac{(8)(\sqrt{17^2 - 8^2})}{2} \\ &= 720 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

23. ...

☐ C (42.6%)

底包含 6 個邊長為 8 cm 的等邊三角形。
設該柱體的高為 h cm。

$$\begin{aligned}6 \left(\frac{(8)(8 \sin 60^\circ)}{2} \right) (h) &= 288 \\ h &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{總表面面積} &= 6 \left(\frac{8(8 \sin 60^\circ)}{2} \right) \times 2 + (8)(\sqrt{3})(6) \\ &\approx 416 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

24. ...

☐ A (49.6%)

設 r cm 及 h cm 分別為該圓柱體的底半徑及高。
可得 $\pi r^2 h = 60^3$ and $2\pi r h = 6 \times 60^2$ 。

$$\begin{aligned}\frac{\pi r^2 h}{2\pi r h} &= \frac{60^3}{6 \times 60^2} \\ \frac{r}{2} &= \frac{60}{6} \\ r &= 20\end{aligned}$$

所求底半徑為 20 cm。

25. ...

☐ D (60.7%)

$$\text{側面面積} = 4 \times \frac{(18)(\sqrt{9^2 + 12^2})}{2}$$

$$= 540 \text{ cm}^2$$

$$\text{總表面面積} = 18^2 + 540$$

$$= 864 \text{ cm}^2$$

26. ...

☐ C (52.4%)

設圓錐的半徑及高分別為 r cm 及 h cm。

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 36\pi$$

$$r^2 h = 108$$

$$\text{所求體積} = \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 (3h)$$

$$= \frac{3}{4}\pi r^2 h$$

$$= \frac{3}{4}(108\pi)$$

$$= 81\pi \text{ cm}^3$$

27. ...

☐ B (38.8%)

$$\pi(5a)^2(7b) = 525$$

$$\pi a^2 b = 3$$

$$\text{圓錐體體積} = \frac{1}{3}\pi(7a)^2(5b)$$

$$= \frac{245}{3}\pi a^2 b$$

$$= 245 \text{ cm}^3$$

28. ...

B (69.5%)

設構成平截頭體的圓錐的高為 h cm。

$$\frac{h-8}{h} = \frac{9}{12}$$

$$h = 32$$

$$\begin{aligned}\text{所求體積} &= \frac{1}{3}\pi(12)^2(32) \left[1 - \left(\frac{9}{12} \right)^3 \right] \\ &= 312\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

29. ...

B (55.7%)

$$\begin{aligned}\text{所求面積} &= \pi(3)(\sqrt{3^2 + 4^2}) + 2\pi(3)^2 \\ &= 33\pi \text{ cm}^2\end{aligned}$$

30. ...

A (43.0%)

設半徑為 r cm。

圓柱的高為 $2r$ cm。

$$\begin{aligned}\text{所求之比} &= (\pi r^2 + 2\pi r^2) : (2\pi r^2 + 2\pi r(2r)) \\ &= 3\pi r^2 : 6\pi r^2 \\ &= 1 : 2\end{aligned}$$

31. ...

A (33.8%)

設較小的半球體的半徑為 $2r$ cm。

則較大的半球體的半徑為 $3r$ cm。

$$\begin{aligned}[2\pi(2r)^2 + \pi(2r)^2] + [2\pi(3r)^2 + \pi(3r)^2] &= 351\pi \\ r &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{體積之差} &= \frac{4}{3}\pi(9^3) - \frac{4}{3}\pi(6^3) \\ &= 342\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

32. ...

☐ B (42.9%)

設 $DF = 3\text{ cm}$ ，則可得如圖中所示的長度。

考慮 $\triangle DFG$ 的面積。

$$3 = \frac{(3)(h_1)}{2}$$

$$h_1 = 2\text{ cm}$$

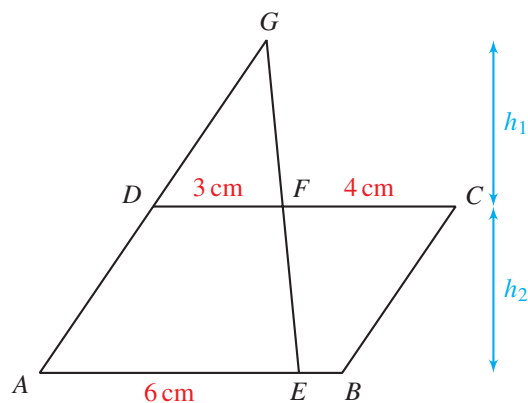
$$\triangle GDF \sim \triangle GAE$$

$$\frac{h_1}{h_1 + h_2} = \frac{DF}{AE}$$

$$h_2 = 2\text{ cm}$$

$$\text{所求面積} = (7)(2)$$

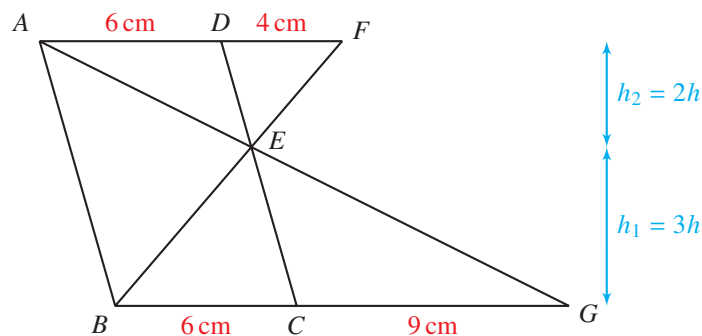
$$= 14\text{ cm}^2$$



33. ...

[D] (25.9%)

設 $AD = 6\text{ cm}$ ，則可得如圖中所示的長度。



$\triangle DEF \sim \triangle CEB$ 及 $\triangle ADE \sim \triangle GCE$

$$\frac{AD}{CG} = \frac{DE}{CE} \quad \text{及} \quad \frac{DF}{BC} = \frac{DE}{CE} \quad \text{及} \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{DE}{EC}$$

$$CG = 9\text{ cm} \quad DF = 4\text{ cm} \quad = \frac{2}{3}$$

考慮 $\triangle DEF$ 的面積。

$$\frac{(4)(2h)}{2} = 8$$

$$h = 2\text{ cm}$$

$$\text{所求面積} = \frac{(9)(3h)}{2}$$

$$= 27\text{ cm}^2$$

34. ...

[D] (31.5%)

設 $BE = 2\text{ cm}$ ，則可得如圖中所示的長度。

$\triangle ADH \sim \triangle CEH$ (比例 5 : 3)

$\triangle AFG \sim \triangle CBG$ (比例 3 : 5)

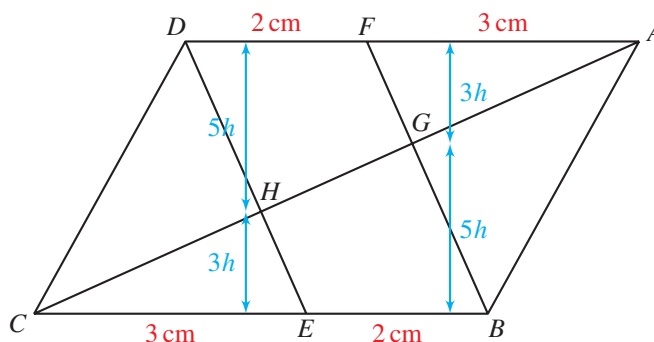
考慮 $\triangle ABG$ 的面積。

$$\frac{(3)(8h)}{2} - \frac{(3)(3h)}{2} = 135$$

$$h = 18$$

$$\text{所求面積} = \frac{(5)(5h)}{2} - \frac{(3)(3h)}{2}$$

$$= 144\text{ cm}^2$$



35. ...

☐ A (39.0%)

設 $BE = 5 \text{ cm}$ ，則可得如圖中所示的長度。

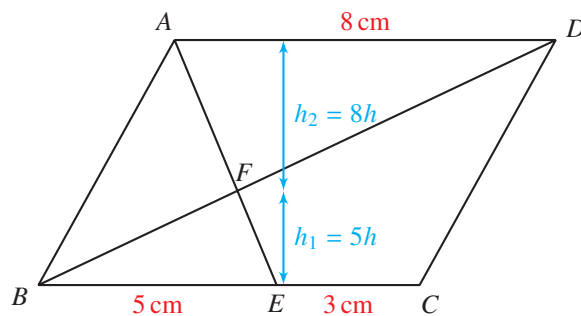
$$\triangle ADF \sim \triangle EBF$$

$$\begin{aligned} \frac{h_2}{h_1} &= \frac{AD}{BE} \\ &= \frac{8}{5} \end{aligned}$$

考慮 $\triangle ABF$ 的面積。

$$\begin{aligned} \frac{(5)(13h)}{2} - \frac{(5)(5h)}{2} &= 120 \\ h &= 6 \end{aligned}$$

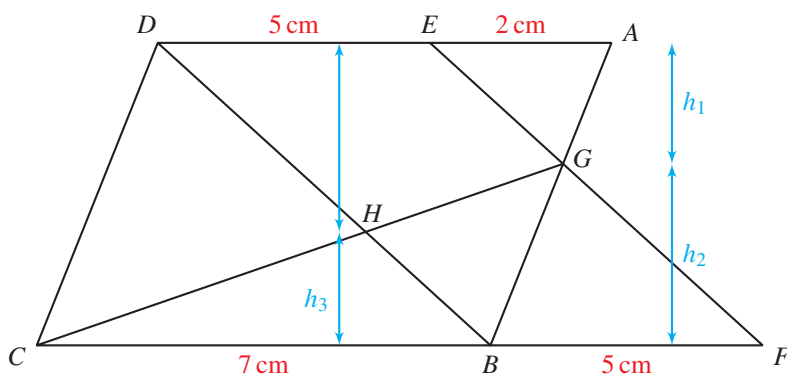
$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(8)(13h)}{2} - \frac{(5)(5h)}{2} \\ &= 237 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



36. ...

B (43.1%)

設 $AE = 2 \text{ cm}$ ，則可得如圖中所示的長度。



考慮 $\triangle AEG$ 的面積。

$$\frac{(2)(h_1)}{2} = 48$$

$$h_1 = 48 \text{ cm}$$

$\triangle AEG \sim \triangle BFG$ 及 $\triangle CBH \sim \triangle CFG$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{AE}{BF} \quad \text{及} \quad \frac{h_3}{h_2} = \frac{CB}{CF}$$

$$h_2 = 120 \text{ cm} \quad h_3 = 70 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(7)(168)}{2} - \frac{(7)(70)}{2} \\ &= 343 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

37. ...

☐ C (36.5%)

設 $AD = 4\text{ cm}$ ，則可得如圖中所示的長度。

考慮 $\triangle CEF$ 的面積。

$$\frac{(3)(h_1)}{2} = 36$$

$$h_1 = 24\text{ cm}$$

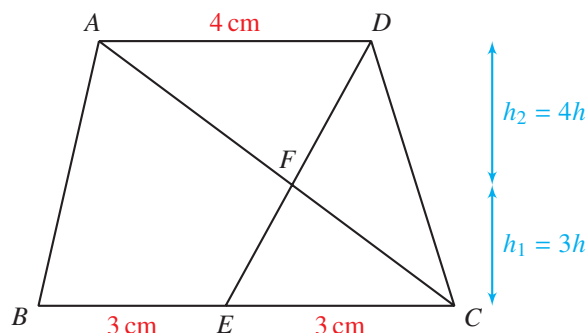
$$\triangle ADF \sim \triangle CEF$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{CE}{AD}$$

$$= \frac{3}{4}$$

$$\text{所求面積} = \frac{(4+6)(56)}{2}$$

$$= 280\text{ cm}^2$$



38. ...

☐ D (24.0%)

設 F 為 AE 上的一點使得 CDF 為一直線。

$$\triangle CDB \sim \triangle CFA$$

$$\frac{CD + FD}{CD} = \frac{CA}{CB}$$

$$\frac{FD}{CD} = \frac{3}{2}$$

$$ABDF \text{ 的面積} = 4 \left[\left(\frac{5}{2} \right)^2 - 1 \right]$$

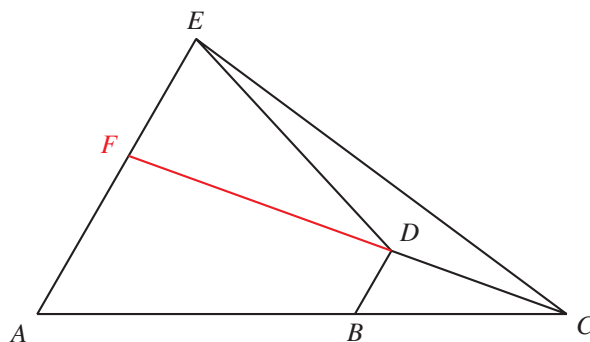
$$= 21\text{ cm}^2$$

$$\triangle DFE \text{ 的面積} = 8 \times \frac{3}{2}$$

$$= 12\text{ cm}^2$$

$$\text{所求面積} = 21 + 12$$

$$= 33\text{ cm}^2$$



39. ...

C (50.9%)

設 $AB = 3$ 。

$\triangle ADP \sim \triangle GCP$ 及 $\triangle AEQ \sim \triangle GFQ$

$$\frac{DP}{PC} = \frac{AD}{CG} \quad \text{及} \quad \frac{EQ}{FQ} = \frac{AE}{GF}$$

$$= \frac{1}{2} \qquad \qquad \qquad = 2$$

所以， $DP = 1$ 、 $PC = 2$ 、 $EQ = 2$ 及 $QF = 1$ 。

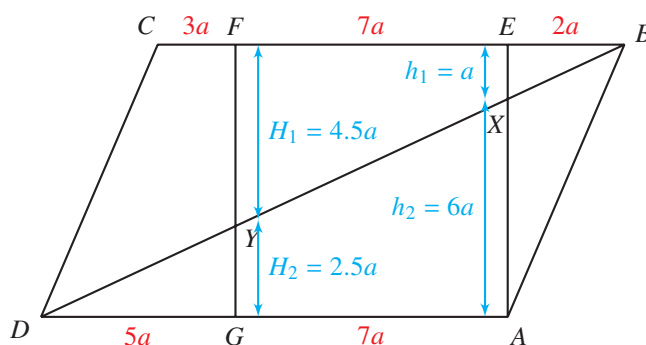
$$\text{所求比例} = \frac{(1+2)(3)}{2} : \frac{(2+3)(3)}{2}$$

$$= 3 : 5$$

40. ...

D (24.8%)

設 $CF = 3a$ ，則可得如圖中所示的水平長度。



$\triangle BEX \sim \triangle DAX$ 及 $\triangle BFY \sim \triangle DGY$

$$\frac{EX}{AX} = \frac{BE}{AD} \quad \text{及} \quad \frac{FY}{GY} = \frac{BF}{DG}$$

$$= \frac{1}{6} \qquad \qquad \qquad = \frac{9}{5}$$

則可得如圖中所示的鉛垂長度。

考慮 $\triangle ABX$ 的面積。

$$\frac{(6a)(2a)}{2} = 24$$

$$a = 2 \text{ cm}$$

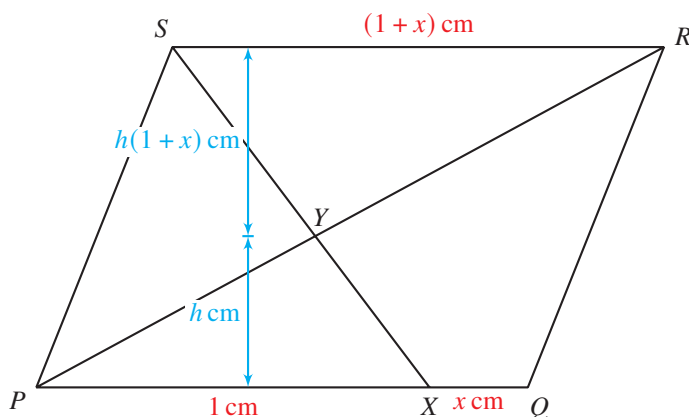
$$\text{所求面積} = \frac{(12a)(7a)}{2} - \frac{(9a)(4.5a)}{2}$$

$$= 87 \text{ cm}^2$$

41. ...

☐ B (43.4%)

設 $PX = 1 \text{ cm}$ 及 $QX = x \text{ cm}$ 。



留意 $\triangle PXY \sim \triangle RSY$ (比例 $1 : (1+x)$)。

兩三角形的高分別為 $h \text{ cm}$ 及 $h(1+x) \text{ cm}$ 。

考慮 $\triangle PXY$ 的面積。

$$\frac{(1)(h)}{2} = 32$$

$$h = 64$$

考慮 $\triangle PQR$ 的面積。

$$\frac{(1+x)[64 + 64(1+x)]}{2} = 32 + 58$$

$$32(1+x)^2 + 32(1+x) - 90 = 0$$

$$x + 1 = 1.25 \quad \text{或} \quad -2.25 \quad (\text{捨去})$$

$$x = 0.25$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(1+x)[h(1+x)]}{2} \\ &= 50 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$