7. Suggested solutions 建議題解

7.1 Conventional questions 結構式試題

1. ...

(a) 所求不等式為

1A $2x - y \ge 2$

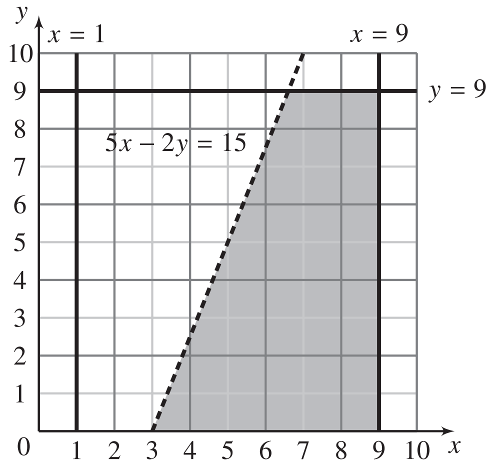
1A $3x + 5y \le 30$

1A $y \ge \frac{1}{2}$

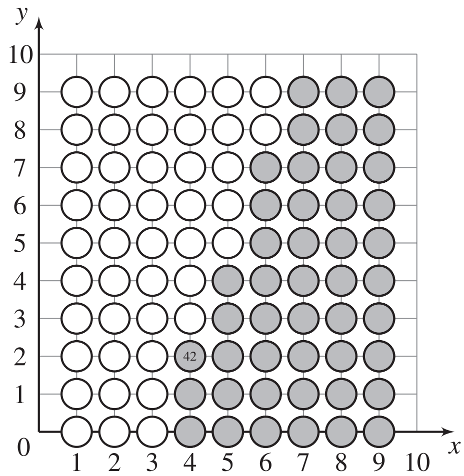
$$\begin{cases} 2x - y \ge 2 \\ 3x + 5y \le 30 \\ y \ge \frac{1}{2} \end{cases}$$

1A (b) 16

2. ...

(a) 

2A+2A

(b) 

1A

(c) 所求概率 $= \dfrac{46}{90}$ 1M

$= \dfrac{23}{45}$ 1A

(d) 所求概率 $= \dfrac{C_1^{46}C_1^{14}}{C_2^{90}}$ 2M+1A

$= \dfrac{644}{4005}$ 1A

3. . . .

(a) L_1 的斜率 $= \frac{6-3}{2-0} = \frac{3}{2}$

1A L_1 的方程為 $y = \frac{3x}{2} + 3$，即 $3x - 2y = -6$。

1A L_2 的方程為 $2x + 3y = 22$。

1A 所求不等式組為 $\begin{cases} 3x - 2y \ge -6 \\ 2x + 3y \le 22 \\ y \ge 0 \end{cases}$。

(b) R 的頂點的坐標為 $(11,\ 0)$、$(-2,\ 0)$ 及 $(2,\ 6)$。

1M

$(x,\ y)$	$(11,\ 0)$	$(-2,\ 0)$	$(2,\ 6)$
$8x - 5y$	88	-16	-14

1A 最小值為 -16。

4. . . .

(a) L_2 的方程為 $y = x + 2$。 2A

L_1 的方程為

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1$$ 1A

$$x + y = 5$$

(b) 不等式為

$$\begin{cases} x \le 4 \\ x + y \ge 5 \\ x - y \ge -2 \end{cases}$$

1A
1A
1A

(c) (i) 1M

$(x,\ y)$	$(4,\ 1)$	$(4,\ 6)$	$(1.5,\ 3.5)$
P	3	13	1.5

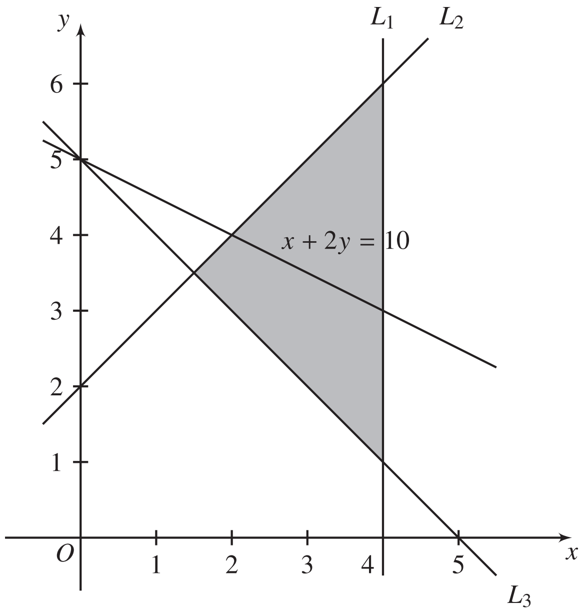
P 在 $(4,\ 1)$ 時達至最小值，P 的最小值為 3。 1A+1A

(ii) $x + 2y - 3 \ge 7$ 1A

$x + 2y \ge 10$

在圖中繪畫直線 $x + 2y = 10$。 1A

x 值的範圍為 $2 \le x \le 4$。 1A



5. . . .

1M (a) $(3x + 2y - 7) + 2(2x - y - 7) = 0 + 2(0)$

$$x = 3$$

當 $x = 3$ 時，$y = -1$。

1A C 的坐標為 $(3,\ -1)$。

(b) 所求不等式為

1A+1A
$$\begin{cases} 3x + 2y - 7 \geq 0 \\ 3x - 5y + 7 \geq 0 \\ 2x - y - 7 \leq 0 \end{cases}$$

(c) 設 $P(x,\ y) = 2x - 2y - 7$。

1M

$(x,\ y)$	$(1,\ 2)$	$(6,\ 5)$	$(3,\ -1)$
P	-9	-5	1

1A $2x - 2y - 7$ 的最大值為 1。

6. . . .

(a) L_2 的方程為

1M
$$y - 90 = \frac{90 - 0}{45 - 180}(x - 45)$$

1A $2x + 3y - 360 = 0$

1M+1A 該不等式組為 $\begin{cases} 6x + 7y \leq 900 \\ 2x + 3y \leq 360 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$。

(b) 設 x 及 y 分別為該月生產的衣櫃 X 及衣櫃 Y 的數目。

可得 $\begin{cases} 6x + 7y \leq 900 \\ 2x + 3y \leq 3600 \\ x \text{ 及 } y \text{ 為非負整數} \end{cases}$。

1A 生產衣櫃的總利潤 P 可從 $P = 440x + 665y$ 求得。

在陰影區域，頂點的坐標為 $(0,\ 0)$、$(0,\ 120)$、$(45,\ 90)$ 及 $(150,\ 0)$。

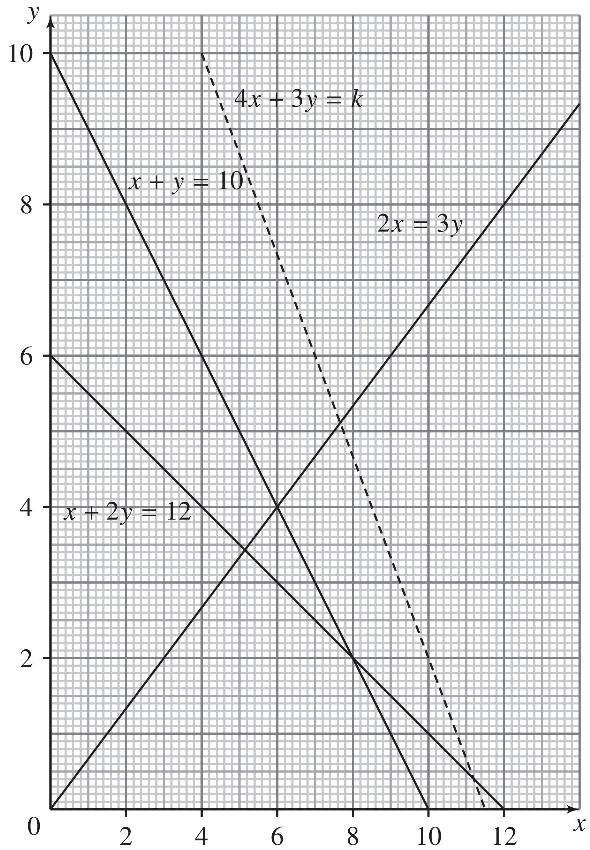
1M+1M

$(x,\ y)$	$(0,\ 0)$	$(0,\ 120)$	$(45,\ 90)$	$(150,\ 0)$
P	0	79 800	79 650	66 000

最大總利潤為 \$79 800。

1A 不同意該宣稱。

7. . . .

(a) 

3A

(b) (i) 約束條件為

$$\begin{cases} 2x + 2y \geq 20 \\ 2x \geq 3y \\ x + 2y \geq 12 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

1A
1A
1A
1A

(ii) 設總支出為 $P = 300(x + 2y) + 500x = 800x + 600y$。 1A
繪畫直線 $4x + 3y = k$，其中 k 為一常數。 1M+1A
P 在 $(6, 4)$ 時達至最小值。 1A
最少總支出 $= 800(6) + 600(4)$
$= \$7200$ 1A

8. . . .

(a) (i) L_1 的斜率 $= \dfrac{24-16}{12-8} = 2$

L_1 的方程為

1M $y - 16 = 2(x - 8)$

1A $2x - y = 0$

L_2 的斜率 $= -\dfrac{1}{2}$

L_2 的方程為

$y - 24 = -\dfrac{1}{2}(x - 12)$

1A $x + 2y - 60 = 0$

3A (ii) 不等式組為 $\begin{cases} x \ge 8 \\ y \ge 10 \\ 2x \ge y \\ x + 2y \le 60 \end{cases}$

(b) 設 x 及 y 分別為所放置的方桌及圓桌的數目。

約束條件為 $\begin{cases} x \ge 8 \\ y \ge 10 \\ 2x \ge y \\ x + 2y \le 60 \end{cases}$ 。

設從餐桌所得的總盈利為 $\$P$，則 $P = 4000x + 6000y$。

1M+1M

(x, y)	(12, 24)	(40, 10)	(8, 10)	(8, 16)
P	192 000	220 000	92 000	128 000

1A 故此，P 的最大值為 220 000。

1A 因此，不同意該宣稱。

9. . . .

(a) (i) $20x + 40y \geq 240$ 1A

(ii) $25x + 37.5y \leq 300$ 1A

(iii) $x + y \leq 10$ 1A

(b) (3, 5), (3, 6), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (6, 4), (7, 3) 1A+1A

(c) 設 \$$C$ 為趙老師所需的費用，則 $C = 25x + 37.5y$。 1A
繪畫直線 $25x + 37.5y = k$，其中 k 為一常數。 1M+1A
C 在 (4, 4) 時達至最小值。
最少費用 $= 25(4) + 37.5(4)$
$= \$250$ 1

(d) (i) (3, 6), (6, 4) 1A

(ii) 設 N 為巧克力的數目，則 $N = 20x + 40y$。 1A
由於 $N(3, 6) = 300$ 及 $N(6, 4) = 280$，
所求數目為 300。 1

10. . . .

(a) L_1 的方程為

1M $$y-9k=-\frac{9}{5}x$$

$$9x+5y=45k$$

L_2 的方程為

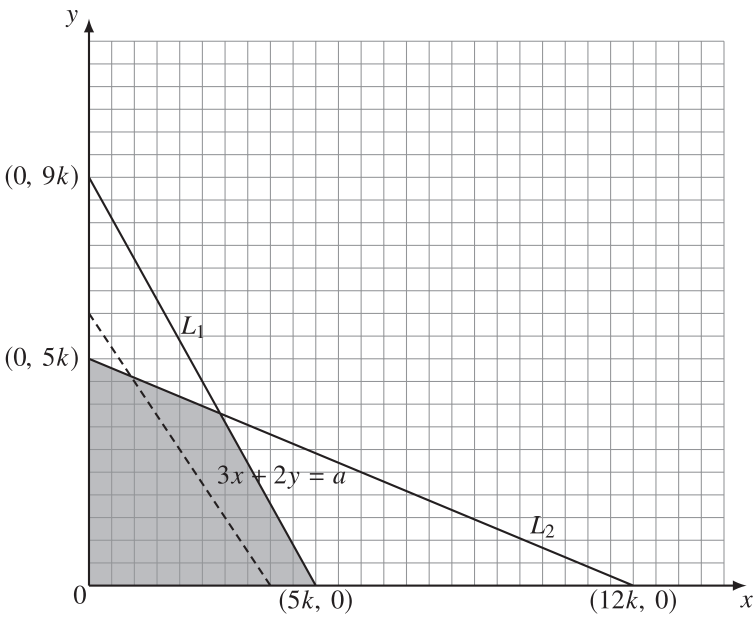
$$y-5k=-\frac{5}{12}x$$

1A $$5x+12y=60k$$

(b) (i) 設 x 及 y 分別為生產線 A 及 B 產生的物件的數目。

1A
1A
$$\begin{cases}45x+25y\le 225\\ 50x+120y\le 600\\ x \text{ 及 } y \text{ 為非負整數}\end{cases}$$

1A 利潤為 \$1000$(3x+2y)$。



1M 從圖中，最大利潤在 (3, 3) 及 (5, 0) 時發生。
1A 最大的可能利潤為 \$15 000。

(ii) 設 x 及 y 分別為生產線 A 及 B 產生的物件的數目。

1A
1A
$$\begin{cases}45x+25y\le 450\\ 50x+120y\le 1200\\ x \text{ 及 } y \text{ 為非負整數}\end{cases}$$

1M 利用同一圖並取 $k=2$。
1A 從圖中，最大利潤在 (6, 7) 時發生。

最大的可能利潤為 \$32 000。 1A

11. . . .

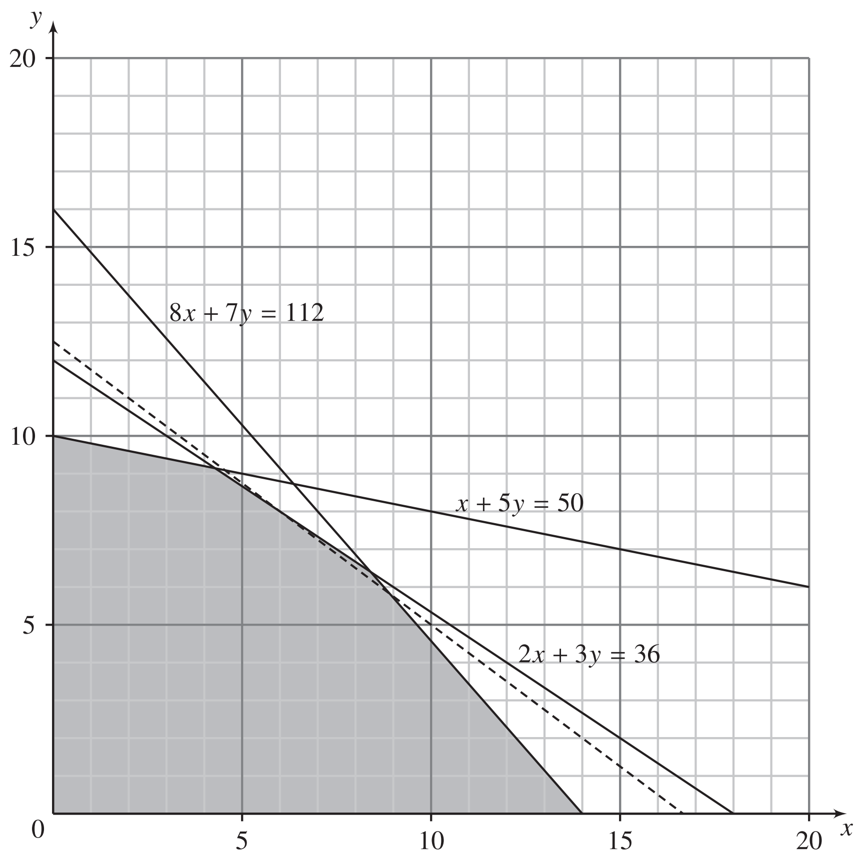
(a) 所求不等式為

1A 1A 1A

$$\begin{cases} 0.32x + 0.28y \le 4.48 \\ 0.24x + 0.36y \le 4.32 \\ 2x + 10y \le 100 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

3A （正確描繪三條直線）

1A （正確區域 $\mathcal{R}$）



(b) 設 $P 為利潤。

1A

$$\begin{aligned} P &= 90x + 120y \\ &= 30(3x + 4y) \end{aligned}$$

1M+1A 在圖紙上，描繪直線 $3x + 4y = c$，其中 c 為一常數。

從圖中，最大利潤在 (6, 8) 時發生。

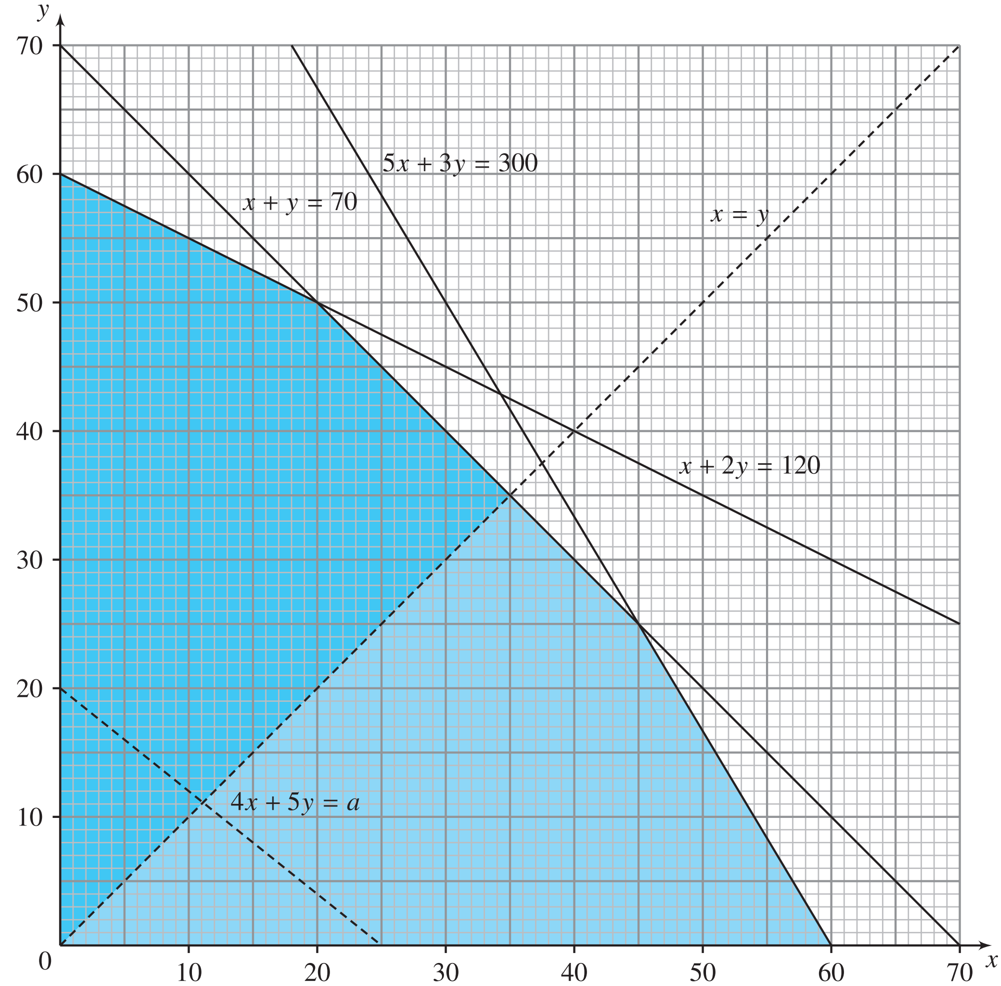
最大利潤 $= 90 \times 6 + 120 \times 8$

1A $= \$1500$

12. . . .

(a) x 及 y 的約束條件為

$$\begin{cases} 1000(40x) + 800(30y) \le 2\,400\,000 & \text{1A} \\ 1000(10x) + 800(25y) \le 1\,200\,000 & \text{1A} \\ x + y \le 70 & \text{1A} \\ x \text{ 及} y \text{ 為非負整數} \end{cases}$$



1A+1A

設 $\$P$ 為 x 箱 A 牌子的混合果仁及 y 箱 B 牌子的混合果仁所產生的利潤，則 $P = 800x + 1000y$。 1A
描繪直線 $4x + 5y = a$，其中 a 為一常數。 1M
P 在 $(20, 50)$ 時達至其最大值。 1A
當 $x = 20$ 及 $y = 50$ 時，利潤為最大。

(b) 在圖中描繪直線 $y = x$。 1A
P 在 $(36, 34)$ 時達至其最大值。 1A
最大利潤為 $62 800。 1A

7.2 Multiple choice questions 多項選擇題

1. . . .

   $\boxed{\text{D}}$ (37.6%)

   I. ✓。在直線 $y = 3$ 的上方：$k \geq 3$

   II. ✓。在直線 $y = x + 3$ 的下方：$k \leq h - 3$

   III. ✓。在直線 $y = 6 - 2x$ 的下方：$k \leq 6 - 2h$

2. . . .

   $\boxed{\text{D}}$ (43.2%)

   I. ✓。在直線 $x = 4$ 的左方：$a \leq 4$

   II. ✓。在直線 $y = x + 5$ 的下方：$b \leq a + 5$

   III. ✓。在直線 $x + 2y = 10$ 的右方：$a + 2b \geq 10$

3. . . .

   $\boxed{\text{D}}$ (45%)

   $x \leq y - 2$ 及 $x \leq y - 2$

   $x \leq \ldots$ $y \geq \ldots$

   陰影區域在直線 $x = y - 2$ 的左方及上方。

   答案為 D。

4. . . .

   $\boxed{\text{A}}$ (47%)

   $y \leq x - 9$ 及 $y \leq x - 9$

   $y \leq \ldots$ $x \geq \ldots$

   陰影區域在直線 $y = x - 9$ 的下方及右方。

   答案為 A。

5. . . .

   $\boxed{\text{C}}$

   取 $b = -1$ 及 $c = -1$。

   $x - y - 1 \geq 0$ 及 $x - y - 1 \geq 0$

   $x \geq \ldots$ $y \leq \ldots$

   陰影區域在直線 $x - y - 1 = 0$ 的右方及下方。

   答案為 C。

6. . . .

   $\boxed{\text{E}}$

   $2 \leq x + y \leq 6$：在直線 $x + y = 2$ 與 $x + y = 6$ 之間

   $0 \leq x \leq 4$：在直線 $x = 0$ 與 $x = 4$ 之間

   $0 \leq y \leq 4$：在直線 $y = 0$ 與 $y = 4$ 之間

7. . . .

$\boxed{\text{D}}$

$y \geq 0$：在直線 $y = 0$ 以上
$x - y \geq -3$：在直線 $x - y = -3$ 的右方
$x + 2y \leq 0$：在直線 $x + 2y = 0$ 的左方
答案為 D。

8. . . .

$\boxed{\text{D}}$

$0 \leq x \leq 4$：在直線 $x = 0$ 與 $x = 4$ 之間
$x \geq y$：在直線 $x = y$ 的右方
$0 \leq y \leq 3$：在直線 $y = 0$ 與 $y = 3$ 之間

9. . . .

$\boxed{\text{C}}$ (57%)

$x \leq 2$：在直線 $x = 2$ 的左方
$x + y \geq 2$：在直線 $x + y = 2$ 的右方
$x - y \geq 0$：在直線 $x - y = 0$ 的右方
答案為 C。

10. . . .

$\boxed{\text{B}}$ (60%)

$y \geq 4$：在直線 $y = 4$ 的上方
$x + y \leq 8$：在直線 $x + y = 8$ 的左方
$2x + y \geq 8$：在直線 $2x + y = 8$ 的右方

11. . . .

$\boxed{\text{A}}$

在直線 $x = y$ 的右方：$x \geq y$
在直線 $x + y = 6$ 的上方：$x + y \geq 6$
在直線 $x = 6$ 的左方：$x \leq 6$

12. . . .

$\boxed{\text{A}}$ (30%)

在直線 $2x - y = 0$ 的左方：$2x - y \leq 0$
在直線 $x + y = 6$ 的左方：$x + y \leq 6$
在直線 $x = 0$ 的右方：$x \geq 0$

13. . . .

$\boxed{\text{D}}$ (36%)

在直線 $3x - 2y = 0$ 的右方：$3x - 2y \geq 0$
在直線 $x + y = 10$ 的左方：$x + y \leq 10$
在直線 $y = 0$ 的上方：$y \geq 0$

14. . . .

$\boxed{\text{B}}$ (47%)

在直線 $y - x = 1$ 的上方：$y - x \geq 1$
在直線 $x + y = 6$ 的左方：$x + y \leq 6$
在直線 $x = 0$ 的右方：$x \geq 0$

15. . . .

$\boxed{\text{C}}$

I. ✗。陰影區域在直線 $x = y$ 的右方：$x \geq y$

II. ✗。陰影區域在直線 $x + y = 4$ 的右方：$x + y \geq 4$

III. ✓。陰影區域在直線 $x = 6$ 的左方：$x \leq 6$

16. . . .

$\boxed{\text{D}}$ (47.0%)

當 x 越小且 y 越大時，$7y - 5x + 3$ 的值越大，即所求頂點為左上角 S。

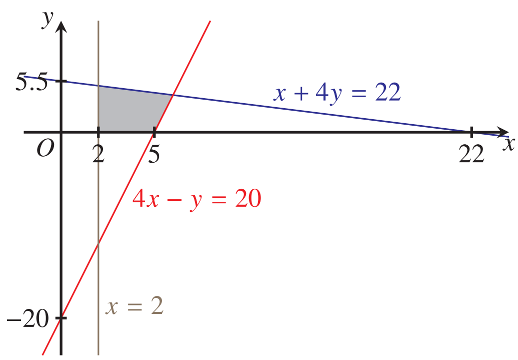
17. . . .

$\boxed{\text{C}}$ (46.2%)

直線	x 截距	y 截距
$x = 2$	2	
$y = 0$		0
$x + 4y = 22$	22	5.5
$4x - y = 20$	5	-20

利用截距作圖。

當 x 越小且 y 越大時，$3y - 4x + 15$ 的值越大，即所求頂點在左上角。
左上角的坐標為 (2, 5)。
所求之值 $= 3(5) - 4(2) + 15 = 22$



18. . . .

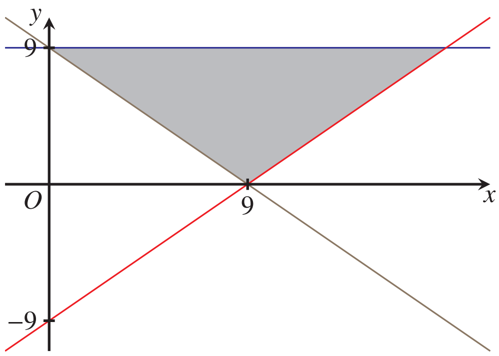
$\boxed{\text{C}}$ (45.0%)

直線	x 截距	y 截距
$y = 9$		9
$x - y - 9 = 0$	9	-9
$x + y - 9 = 0$	9	9

利用截距作圖。

當 x 越大且 y 越小時，$x - 2y + 43$ 的值越大，即所求頂點在右下角。

各右下角的坐標為 (9, 0) 及 (18, 9)。



(x, y)	$(9, 0)$	$(18, 9)$
$x - 2y + 43$	52	43

所求之值 = 52

19. . . .

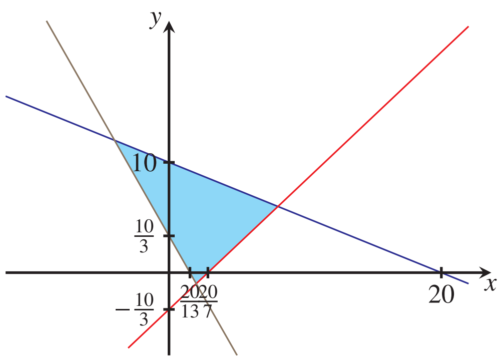
$\boxed{\text{C}}$ (52.9%)

直線	x 截距	y 截距
$x + 2y = 20$	20	10
$7x - 6y = 20$	$\frac{20}{7}$	$-\frac{10}{3}$
$13x + 6y = 20$	$\frac{20}{13}$	$\frac{10}{3}$

利用截距作圖。

當 x 及 y 的值越大，$7x + 8y + 9$ 的值越大，即所求頂點在右上角。

各右上角的坐標為 (8, 6) 及 (−4, 12)。



(x, y)	$(8, 6)$	$(-4, 12)$
$7x + 8y + 9$	113	77

所求之值 = 113

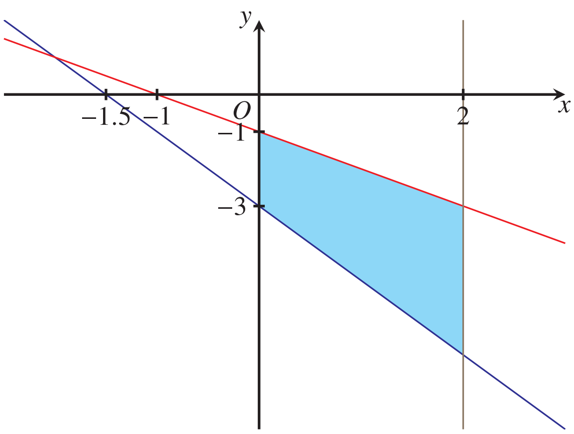
20. . . .

$\boxed{\text{C}}$ (34.1%)

計算各直線的 x 截距及 y 截距。

直線	x 截距	y 截距
$2x + y + 3 = 0$	-1.5	-3
$x + y + 1 = 9$	-1	-1

利用截距作圖。



當 x 和 y 的數值越小，$4x + 3y + k$ 的數值越小，即所求頂點在左下角。
各左下角的坐標分別為 $(0,\ -3)$ 及 $(2,\ -7)$。

$(x,\ y)$	$(0,\ -3)$	$(2,\ -7)$
$4x + 3y$	-9	-13

$$(-13) + k = 24$$
$$k = 37$$

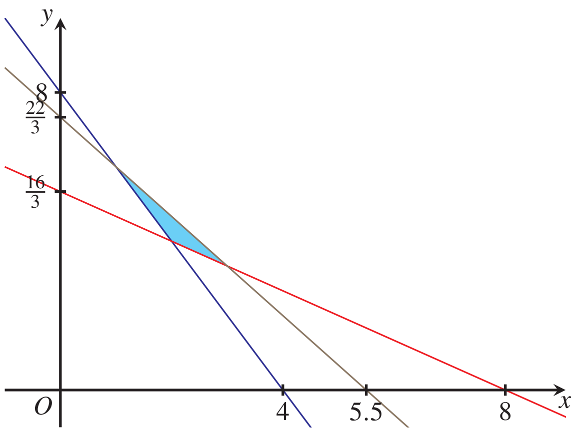
21. . . .

$\boxed{\text{B}}$ (46.0%)

Compute the x-intercepts and y-intercepts of the straight lines.

Line	**x-intercept**	**y-intercept**
$2x + y = 8$	4	8
$2x + 3y = 16$	8	$\frac{16}{3}$
$4x + 3y = 22$	5.5	$\frac{22}{3}$

Sketch the graph using the intercepts.



$7x + 6y$ is smaller when x and y are smaller.

$7x + 6y$ attains its least value at the bottom left corners.

Coordinates of the bottom left corners are $(2,\ 4)$, $(1,\ 6)$ and $\left(3,\ \frac{10}{3}\right)$.

$(x,\ y)$	$(2,\ 4)$	$(1,\ 6)$	$\left(3,\ \frac{10}{3}\right)$
$7x + 6y$	38	43	41

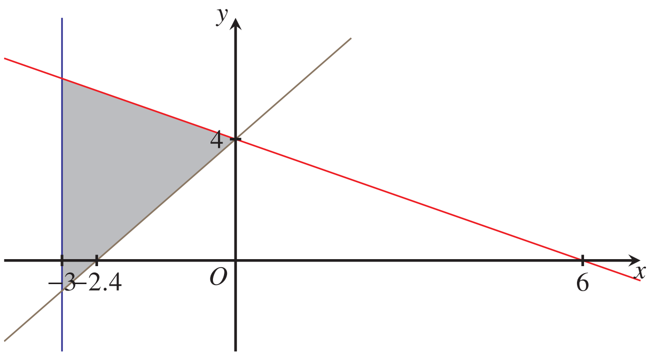
Required value is 38.

22. . . .

$\boxed{\text{D}}$ (25.2%)

直線	x 截距	y 截距
$x + 3 = 0$	-3	
$2x + 3y - 12 = 0$	-6	4
$5x - 3y + 12 = 0$	-2.4	4

利用截距作圖。



第 1 個情況：$\beta \geq 0$

當 x 及 y 越大時（即右上角），$\beta x + 6y$ 的值越大。

右上角的坐標為 $(-3, 6)$ 及 $(0, 4)$。

點	$(-3, 6)$	$(0, 4)$
$\beta x + 6y$	$-3\beta + 36$	24

最大值為 24。

$$-3\beta + 36 \leq 24$$
$$\beta \geq 4$$

第 2 個情況：$\beta < 0$

當 x 越少且 y 越大時，$\beta x + 6y$ 的值越大。

左上角的坐標為 $(-3, 6)$。

$$-3\beta + 6(6) = 24$$
$$\beta = 4 \text{（捨去）}$$

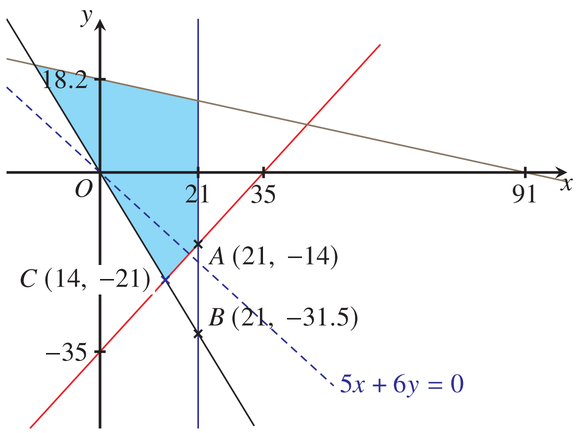
因此，可得 $\beta \geq 4$。

23. . . .

C (34.6%)

直線	x 截距	y 截距
$x - 21 = 0$	21	
$x - y - 35 = 0$	35	-35
$x + 5y - 91 = 0$	91	$\frac{91}{5}$
$3x + 2y = 0$	0	0

$x = 21$ 與 $3x + 2y = 0$ 的交點為 $B\,(21,\ -31.5)$。
$x = 21$ 與 $x - y - 35 = 0$ 的交點為 $A\,(21,\ -14)$，即在 B 之上。
描繪直線 $5x + 6y = 0$（較 $3x + 2y = 0$ 平坦）。
該最小值在 $C\,(14,\ -21)$ 發生。
最小值 $= 5(14) + 6(-21) + 234 = 178$



24. . . .

C (54%)

當 x 及 y 的值越大時，$x + 3y + 4$ 的值越大，即所求頂點在右上角 A、B 或 C。
A、B 及 C 的坐標分別為 $(4,\ 0)$、$(3,\ 2)$ 及 $(0,\ 4)$。

$(x,\ y)$	$A\,(4,\ 0)$	$B\,(3,\ 2)$	$C\,(0,\ 4)$
$x + 3y + 4$	8	13	16

所求之值 $= 16$

25. . . .

B (40%)

當 x 越小且 y 越大時，$2x - 3y + 180$ 的值越小。
$2x - 3y + 180$ 在左上角 $R\,(0,\ 20)$ 達至其最小值。
所求之值 $= 2(0) - 3(20) + 180$
$= 120$

26. . . .

$\boxed{\text{C}}$ (56%)

當 x 越大且 y 越小時，$3x - y + 16$ 的值越大，即所求頂點在右下角 $C\ (8,\ 0)$。

所求之值 $= 3(8) - 0 + 16 = 40$

27. . . .

$\boxed{\text{A}}$ (35%)

當 x 越大且 y 越小時，$2x - 3y + 35$ 的值越大，即所求頂點在右下角 $P\ (0,\ -7)$ 或 $Q\ (6,\ -1)$。

$(x,\ y)$	$P\ (0,\ -7)$	$Q\ (6,\ -1)$
$2x - 3y + 35$	56	50

所求之點為 P。

28. . . .

$\boxed{\text{D}}$

從圖中，可得 $b > a > 0$。

當 x 越大且 y 越小時，$bx - ay + 3$ 的值越大，即所求頂點在右下角 $(b,\ -a)$。

29. . . .

$\boxed{\text{B}}$

利用直線 $3x + 2y = 0$，$3x + 2y$ 的值在 B 時最小。

所求之值 $= 3(3) + 2(2) = 13$

30. . . .

$\boxed{\text{D}}$

描繪直線 $3x + y = k$，其中 k 為一常數。

$3x + y$ 的值在 $(3,\ 1)$ 時為最小。

所求之值 $= 3(3) + 1 = 10$