

REG-DISP-2324-ASM-SET 4-MATH

建議題解

多項選擇題

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C | 2. B | 3. C | 4. B | 5. A |
| 6. A | 7. C | 8. D | 9. A | 10. D |
| 11. D | 12. C | 13. A | 14. B | 15. B |
| 16. C | 17. C | 18. C | 19. C | 20. C |
| 21. A | 22. B | 23. A | 24. A | 25. B |
| 26. A | 27. A | 28. B | 29. A | 30. C |

1. C

設標準差為 σ 分。

$$0.25 = \frac{68 - 65}{\sigma}$$
$$\sigma = 12$$

$$\text{小芳的標準分} = \frac{80 - 65}{12}$$
$$= 1.25$$

2. B

設 x 分為所求得分。

$$\frac{x - 60}{12} = 2.25$$
$$x = 87$$

3. C

設 \bar{x} 及 σ 分別為睡眠時間的平均值及標準差。

$$\begin{cases} 1.75 = \frac{9.4 - \bar{x}}{\sigma} \\ -0.5 = \frac{7.6 - \bar{x}}{\sigma} \end{cases}$$

求解後，可得 $\bar{x} = 8$ 及 $\sigma = 0.8$ 。

所求標準分

$$= \frac{7 - 8}{0.8}$$
$$= -1.25$$

4. B

設平均值及標準差分別為 \bar{x} 分及 σ 分。

$$\begin{cases} \frac{78 - \bar{x}}{\sigma} = 1 \\ \frac{66 - \bar{x}}{\sigma} = -0.5 \end{cases}$$

求解後，可得 $\bar{x} = 70$ 及 $\sigma = 8$ 。

5. A

設得分的平均值為 \bar{x} 分。

$$\frac{96 - \bar{x}}{3} = 4$$

$$\bar{x} = 84$$

$$\text{所求標準分} = \frac{81 - 84}{3}$$

$$= -1$$

6. A

I. ✓。正態分佈 \Rightarrow 平均值在 C.R.F. = 0.5

II. ✓。 M 的分佈的離差較小。

III. ✗。C.R.F. 相等 \Rightarrow 相同標準分

7. C

設分數的標準差及比利的得分分別為 σ 及 x 。

$$\begin{cases} 2a = \frac{60 - 74}{\sigma} \\ -a = \frac{x - 74}{\sigma} \end{cases}$$

$$\frac{2a}{-a} = \frac{60 - 74}{\sigma} \div \frac{x - 74}{\sigma}$$

$$-2 = \frac{-14}{x - 74}$$

$$x = 81$$

8. D

設平均值及標準差分別為 \bar{x} 分及 σ 分。

$$\begin{cases} 55 = \bar{x} + (-3)\sigma \\ 95 = \bar{x} + 2\sigma \end{cases}$$

求解後，可得 $\bar{x} = 79$ 及 $\sigma = 8$ 。

9. A

設 a 分及 b 分分別為測驗得分的最小值及最大值。

將平均分記為 m 分。

$$\begin{aligned}\text{所求之差} &= \frac{b-m}{20} - \frac{a-m}{20} \\ &= \frac{b-a}{20} \\ &= \frac{100}{20} \\ &= 5 \text{ 分}\end{aligned}$$

10. D

設平均值及標準差分別為 \bar{x} 分及 σ 分。

$$\begin{cases} \frac{26 - \bar{x}}{\sigma} = -1 \\ \frac{92 - \bar{x}}{\sigma} = 0.5 \end{cases}$$

求解後，可得 $\bar{x} = 70$ 及 $\sigma = 44$ 。

11. D

設分數、平均值、標準差、標準分分別為 x 分， μ 分、 σ 分及 z 。

$$\begin{aligned}z_2 - z_1 &= \frac{x_2 - \mu}{\sigma} - \frac{x_1 - \mu}{\sigma} \\ &= \frac{x_2 - x_1}{\sigma} \\ 5 &= \frac{20}{\sigma} \\ \sigma &= 4\end{aligned}$$

12. C

設瑪利的分數為 M 。

$$M - M(1 - 12.5\%) = 10$$

$$M = 80$$

彼得在該測驗中得 70 分。

$$\begin{cases} -1 = \frac{70 - \mu}{\sigma} \\ 1.5 = \frac{80 - \mu}{\sigma} \end{cases}$$

求解後，可得 $\mu = 74$ 及 $\sigma = 4$ 。

該測驗的平均分為 74 分。

13. A

設他們的得分分別為 a 及 b ，其中 $a > b$ 。設 \bar{x} 分及 σ 分分別為平均值及標準差。

$$\begin{aligned}\frac{a - \bar{x}}{\sigma} - \frac{b - \bar{x}}{\sigma} &= 6 \\ \frac{a - b}{\sigma} &= 6 \\ \sigma &= \frac{30}{6} = 5\end{aligned}$$

14. B

設平均值及標準差分別為 μ 分及 σ 分。

$$\begin{cases} \frac{16 - \mu}{\sigma} = 2 \\ \frac{4 - \mu}{\sigma} = -1 \end{cases}$$

求解後，可得 $\mu = 8$ 及 $\sigma = 4$ 。

15. B

設平均值及標準差分別為 μ 分及 σ 分。

$$\begin{cases} \frac{55 - \mu}{\sigma} = -3 \\ \frac{95 - \mu}{\sigma} = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 55 = \mu - 3\sigma \\ 95 = \mu + 2\sigma \end{cases}$$

求解後，可得 $\mu = 79$ 及 $\sigma = 8$ 。標準差為 8 分。

16. C

中位數 = $15 \times 2 + 3 = 33$

四分位數間距 = $10 \times 2 = 20$

方差 = $40 \times 2^2 = 160$

17. C

新的方差 = $49 \times 4^2 = 784$

18. C

所求之值等於數字集 $\{-5, -2, 3, 5, 10\}$ 的標準差 ≈ 5.27

19. C

維克的得分 = $70 + 5 \times 4 = 90$

維克在扣分後的標準分 = $\frac{(90 - 4) - (70 - 4)}{4} = 5$

有用資訊：

從每一數據減去同一常數，每數據的標準分均不會改變。

20. C

數字有兩步的變換： $\times 2$ 、 $+23$ 。

新標準差 = $14 \times 2 = 28$

21. A

- I. ✓。A: 平均值 = 0 及 B: 平均值 = 0
- II. ✓。A: 分佈域 = $(x + 3) - (x - 3) = 6$ 及 B: 分佈域 = $(x + 3) - (x - 3) = 6$
- III. ✗。由每一數據減 x ，標準差不會改變。
A: 標準差 ≈ 2.28 及 B: 標準差 ≈ 2.10

22. B

- I. ✗。若 $x = a_5$ ，則原來的及新的中位數均為 a_5 。
- II. ✓。 $r_1 = a_9 - a_1$ 。由於 a_1 及 a_9 均為新一組數字的元素，新的分佈域不小於 r_1 。
- III. ✗。可配給極端數值予 x 及 y 使得新的數字組的離差較大，在此情況可得 $s_2 > s_1$ 。

23. A

- I. ✗。反例： $A = \{1, 1000, 1001, 1002\}$ 。則 $B = \{4, 754, 1004, 1005\}$ 。
- II. ✓。A：分佈域 = $x_4 - x_1$ ，B：分佈域 = $(x_4 + 3) - (x_1 + 3) = x_4 - x_1$
- III. ✗。反例： $A = \{1, 1000, 1001, 1002\}$ ，則 $B = \{4, 754, 1004, 1005\}$ 。

24. A

- I. ✓。
- II. ✓。
- III. ✗。新的數字組的離差較小，可得 $v_1 \geq v_2$ 。

25. B

$\mu_2 = \mu_1$ ，數據組的離差較小，故此標準差減小。
但如果所有數據相等，新的標準差及原來的標準差均為 0。

26. A

- I. ✓。B 的分佈域 = $(g - 4) - (a - 4) = g - a = A$ 的分佈域
- II. ✗。B 的中位數 = $d - 4$ ；A 的中位數 = d
- III. ✗。取 $A = \{0, 2, 3, 4, 99999\}$ 。
A 的方差 $\approx 1.5999 \times 10^9$
B 的方差等於數字組 $\{a, b, d, f, g\}$ 的方差。
取 $b = 1$ 。a、b、d、g 的平均值大概為 25 000。
取 $f = 25 000$ 以求得 B 組有較小的方差。
B 的方差 $\approx 1.4999 \times 10^9$
B 的方差可能較 A 的方差小。

27. A

- I. ✓.
- II. $\cancel{x} \circ r' = kr \neq kr + p.$
- III. $\cancel{x} \circ v' = k^2v \neq kv + p.$

28. B

分數被乘以常數 h ，然後加常數 k 。

可得 $32h + k = 52$ 及 $4h = 8$ 。求解後，可得 $h = 2$ 及 $k = -12$ 。

小明新的得分 = $23(2) - 12 = 34$

29. A

中位數 = $(18 - 3)4 = 60$

四分位數間距 = $8 \times 4 = 32$

方差 = $16 \times 4^2 = 256$

30. C

$\times 2 \longrightarrow +15$

新的方差 = $k^2(2^2) = 4k^2$

結構式試題

31. (a) 設佩玲的得分為 x 。

$$\frac{x - 90}{\sqrt{64}} = -0.75$$

$$x = 84$$

1M

1A

她的得分為 84。

- (b) 佩玲的得分在平均值與平均值減一標準差之間。

1

低於平均值一標準差，屬於第 $50 - \frac{68}{2} = 16$ 個百分位。

因此，佩玲的得分至少為第 16 個百分位。同意該宣稱。

1A

32. (a) 設 \bar{x} 為該考試的得分的平均數。

$$\frac{71 - \bar{x}}{6} = 1.5$$

$$\bar{x} = 62$$

1M

1A

- (b) 子樂的得分 $= 62 - 2.5(6) = 47$

1M

得分的分佈域 $\geq 71 - 47 = 24 > 23$

不同意該宣稱。

1A

33. (a) 設 m 分為該次測驗的平均分。

$$\frac{86 - m}{8} = 1.5$$

$$m = 74$$

1M

$$\text{志誠的標準分} = \frac{68 - 74}{8}$$

$$= -0.75$$

1A

- (b) (i) 標準差 $= 8(1 + 30\%) = 10.4$ 分

1A

(ii) 設 z 及 x 分別為某學生原來的標準分及得分。

$$z = \frac{x - 74}{8}$$

$$\text{新的標準分} = \frac{[x(1 + 30\%) + 3] - [74(1 + 30\%) + 3]}{10.4}$$

1M+1A

$$= \frac{1.3(x - 74)}{10.4}$$

$$= \frac{x - 74}{8}$$

$$= z$$

同意該宣稱。

1A

34. (a) 設平均分為 x 分。

$$\frac{x - \mu}{4} - \frac{56 - \mu}{4} = 1.5 - (-1)$$
$$\frac{x - 56}{4} = 2.5$$

$$x = 66$$

1M

(b) 原來的平均分為 60。

若志明離開該組，平均分維持不變，考試分數的標準差增加。

1A

$$\text{素珊的新標準分} = \frac{56 - 60}{\sigma} > \frac{56 - 60}{4}$$

素珊的標準分增加。

1A