REG-LOCUS-2324-ASM-SET 2-MATH

建議題解

多項選擇題

1. D	2. C	3. D	4. D	5. C
6. D	7. B	8. D	9. C	10. D
11. A	12. B	13. D	14. A	15. D
16. C	17. C	18. A		

1. $\boxed{\text{D}}$

AB 固定，故此由 P 至 L 的垂直距離為一常數。
因此，P 的軌跡為一對直線，平行於 L 且與 L 維持一固定距離。

2. $\boxed{\text{C}}$

P 的 y 坐標為 5。
P 的軌跡為一通過 $(-5,\ 5)$ 的水平直線。

3. $\boxed{\text{D}}$

Q 的軌跡應為一對直線，長度為無限，與 L 距離 2 單位，一條在 L 以上，另一條在 L 以下。

4. $\boxed{\text{D}}$

設 P 的坐標為 $(x,\ y)$。

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+3)^2+(y-1)^2} &= 2\sqrt{(x-6)^2+(y+2)^2}\\ (x+3)^2+(y-1)^2 &= 4(x-6)^2+4(y+2)^2\\ 0 &= 3x^2+3y^2-54x+18y+150\\ 0 &= x^2+y^2-18x+6y+50\end{aligned}$$

5. $\boxed{\text{C}}$

留意 MN 為固定，並不隨點 P 而改變。
P 的軌跡為一圓，圓心為 M 且半徑為 MN。

A. ✗。非圓。

B. ✗。非圓。

C. ✓。

D. ✗。圓心在 $(6,\ 8)$，非 M。

6. $\boxed{\text{D}}$

P 的 y 坐標 $= 1 \pm 4$

$= 5$ 或 -3

所求方程為 $y = -3$ 及 $y = 5$。

7. $\boxed{\text{B}}$

B 的軌跡為一平行於 AC 的直線，斜率為 $-\dfrac{2}{3}$。

只有選項 B 的斜率為 $-\dfrac{2}{3}$。

8. $\boxed{\text{D}}$

設 P 的坐標為 (x, y)。

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-2)^2 + (y-0)^2} &= \sqrt{[x-(-2)]^2} \\ x^2 + y^2 - 4x + 4 &= x^2 + 4x + 4 \\ y^2 &= 8x \end{aligned}$$

所求方程為 $y^2 = 8x$。

9. $\boxed{\text{C}}$

$x^2 + y^2 = 4$ 是一圓心 $(0, 0)$ 及半徑 2 的圓。

P 的軌跡是一對同心圓，圓心為 $(0, 0)$ 及半徑分別為 1 及 3。

答案為 C。

10. $\boxed{\text{D}}$

設 P 的坐標為 (x, y)。

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} &= \sqrt{(x+1)^2 + (y-5)^2} \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 &= x^2 + y^2 + 2x - 10y + 26 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

所求方程為 $y = 3$。

11. $\boxed{\text{A}}$

P 的軌跡為 AB 的垂直平分線。

AB 的斜率為負值 $\Rightarrow$ P 的斜率為正值

正斜率 $\Rightarrow$ A、B 或 C

P 的軌跡通過 AB 的中點 $(3, 2)$ $\Rightarrow$ A

12. $\boxed{\text{B}}$

圓心 $(3, 2)$ 滿足軌跡條入，故此在軌跡 $x + 2y + k = 0$ 上。

$$\begin{aligned} 3 + 2(2) + k &= 0 \\ k &= -7 \end{aligned}$$

13. $\boxed{\text{D}}$

L_1：$12x - 4y + 28 = 0$
所求方程為

$$12x - 4y + \frac{28 + (-11)}{2} = 0$$
$$24x - 8y + 17 = 0$$

14. $\boxed{\text{A}}$

$\angle ABC = 90°$，BC 平行於 x 軸。
BP 的斜率 $= \tan 45° = 1$。BP 的方程為

$$y + 4 = 1(x + 4)$$
$$y = x$$

15. $\boxed{\text{D}}$

由於 A 在 L 以上，P 的軌跡為一開口向上的拋物線。

16. $\boxed{\text{C}}$

與一點及一直線等距 $\Rightarrow$ P 的軌跡為一拋物線。

17. $\boxed{\text{C}}$

設 P 的坐標為 $(x,\ y)$。

$$\sqrt{(x + 1)^2 + (y - 3)^2} = \sqrt{(y - 0)^2}$$
$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 10 = y^2$$
$$x^2 + 2x - 6y + 10 = 0$$
$$y = \frac{1}{6}(x^2 + 2x + 10)$$

所求方程為 $y = \frac{1}{6}(x^2 + 2x + 10)$。

18. $\boxed{\text{A}}$

圓心的坐標為 $(2,\ 1)$。
連接 AB 的中點與圓心 $(2,\ 1)$ 的線為鉛垂。
故此，AB 平行於 x 軸。AB 的方程為 $y = 0$。

$$x^2 + 0^2 - 4x - 2(0) = 0$$
$$x = 0 \quad 或 \quad 4$$

A 及 B 的坐標為 $(0,\ 0)$ 及 $(4,\ 0)$。
留意 P 的軌跡是一個直徑為 AB 的圓。
所求方程為

$$(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = (0 - 2)^2 + (0 - 0)^2$$
$$(x - 2)^2 + y^2 = 4$$

結構式試題

19. $\sqrt{(x-2)^2+(y-7)^2} = \sqrt{(x+3)^2+(y+6)^2}$ 1M

$x^2+y^2-4x-14y+53 = x^2+y^2+6x+12y+45$

$5x+13y-4=0$

所求方程為 $5x+13y-4=0$。 1A

20. 設 P 的坐標為 (x, y)。

$\sqrt{(x-11)^2+(y-1)^2} = y+3$ 1M+1M

$x^2+y^2-22x-2y+122 = y^2+6y+9$

$x^2-22x-8y+113=0$ 1A

所求方程為 $x^2-22x-8y+113=0$。

21. (a) 設 P 的坐標為 (x, y)。

$\sqrt{(x+15)^2+(y-1)^2} = \sqrt{(x+9)^2+(y+7)^2}$ 1M

$x^2+y^2+30x-2y+226 = x^2+y^2+18x+14y+130$

$12x-16y+96=0$

$3x-4y+24=0$

P 的軌跡的方程為 $3x-4y+24=0$。 1A

(b) P 的軌跡與 x 軸及 y 軸分別相交於 $(-8, 0)$ 及 $(0, 6)$。 1A

當該圓為最小時，圓心 = AB 的中點 = $(-4, 3)$。

C 的方程為

$(x+4)^2+(y-3)^2 = (-8+4)^2+(0-3)^2$ 1M

$(x+4)^2+(y-3)^2 = 25$ 1A

22. (a) 設半徑為 r。A 的坐標為 $(0, r)$。

$(3-0)^2+(r-9)^2 = r^2$ 1M

$-18r+90=0$

$r=5$ 1A

A 的坐標為 $(0, 5)$。

(b) $x^2+(y-5)^2=5^2$ 1M

$x^2+y^2-10y=0$ 1A

(c) (i) Γ 為一對垂直於 L 的直線，且它們與 AB 的垂直距離等於 $\frac{BC}{2}$。 1A+1A

(ii) 設 C 的坐標為 $(t, 0)$。

$\frac{9-0}{3-t} \times \frac{9-5}{3-0} = -1$ 1M

$t=15$

所求距離 $= \dfrac{BC}{2} - r$ 1M

$= \dfrac{OC}{2} - 5$

$= \dfrac{5}{2}$ 1A

23. (a) (i) $\angle OAD = 90^\circ$ *（已知）*

$\angle OBD = 90^\circ$ *（切線 ⊥ 半徑）*

$= \angle OAD$

故此，A、B、O、D 共圓。 *（同弓形內的圓周角的逆定理）*

$\angle OAD = 90^\circ$ *（已知）*

$\angle OCE = 90^\circ$ *（切線 ⊥ 半徑）*

$\angle OAD + \angle OCE = 90^\circ + 90^\circ$

$= 180^\circ$

故此，A、O、C、E 共圓。 *（對角互補）*

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	3
情況 2	未附有理由的任何正確證明。	2
情況 3	附有一正確理由和一正確步驟之未完整的證明。	1

(ii) $\angle OBD = 90^\circ$ *（切線 ⊥ 半徑）*

$\angle OCE = 90^\circ$ *（切線 ⊥ 半徑）*

$= \angle OBD$

$OB = OC$ *（半徑）*

$\angle ODB = \angle OAB$ *（同弓形內的圓周角）*

$= \angle OEC$ *（同弓形內的圓周角）*

$\triangle BDO \cong \triangle CEO$ *（AAS）*

評分標準		
情況 1	附有正確理由的任何正確證明。	2
情況 2	未附有正確理由的任何正確證明。	1

(b) 由於 $OC \perp CE$，

$\dfrac{8-6}{3-0} \times \dfrac{0-8}{a-3} = -1$ 1M

$a = \dfrac{25}{3}$ 1A

所求方程為

$(x-0)^2 + (y-6)^2 = \left(\dfrac{25}{3}\right)^2 + (0-6)^2$ 1M

$x^2 + (y-6)^2 = \dfrac{949}{9}$ 1A

(c) 設 P 的坐標為 $(x,\ y)$。

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2} = 3\sqrt{(x-0)^2+(y-6)^2} \qquad \text{1M}$$

$$x^2+y^2 = 9x^2+9(y^2-12y+36)$$

$$2x^2+2y^2-27y+81=0 \qquad \text{1A}$$