REG-LOCUS-2324-ASM-SET 1-MATH
建議題解

多項選擇題

1. D	2. A	3. A	4. D	5. B
6. D	7. B	8. B	9. C	10. C
11. B	12. C	13. D	14. D	15. A
16. A	17. A	18. D	19. A	20. C
21. A	22. D	23. A	24. A	

1. $\boxed{\text{D}}$

L_1 與 L_2 為不平行直線。
P 的軌跡為 L_1 與 L_2 所成的角的角平分線，即一對互相垂直的直線。

2. $\boxed{\text{A}}$

P 的軌跡是一直徑為 AB 的圓。

3. $\boxed{\text{A}}$

與定點維持固定距離 ⇒ 圓

4. $\boxed{\text{D}}$

L_1 平行於 L_2。
所求軌跡為一平行於 L_1 的直線，在 L_1 與 L_2 之間。

5. $\boxed{\text{B}}$

AB 與 BC 不平行。P 的軌跡為 $\angle ABC$ 的角平分線。

I. ✗。該軌跡不垂直於 AC，除非 $AB = BC$。
II. ✗。該軌跡不通過 AC 的中點，除非 $AB = BC$。
III. ✓。

6. $\boxed{\text{D}}$

P 的軌跡為平行於 L 的一對直線。

7. $\boxed{\text{B}}$

P 的軌跡為由 x 軸與 y 軸形成的角的角平分線。
答案為 B。

8. $\boxed{\text{B}}$

由 P 至 AB 的距離為 $\triangle PAB$ 的高，即為一常數。
P 的軌跡為兩直線，與直線 AB 維持一固定距離。

9. $\boxed{\text{C}}$

P 的軌跡為一對平行直線，$y = -1$ 及 $y = 11$。

10. $\boxed{\text{C}}$

P 的軌跡為 $\angle AOF$ 的角平分線。
$\angle AOF = 40° + 30° \times 2 + 10° + 50° = 160°$
留意 $\angle AOD = 40° + 30° + 10° = 80° = \dfrac{160°}{2}$。
P 的軌跡為線段 OD。

11. $\boxed{\text{B}}$

P 的軌跡通過 B、J 及 D。
P 的軌跡為線段 BD。

12. $\boxed{\text{C}}$

P 的軌跡為兩相交直線形成的角的角平分線。
兩角平分線互相垂直。

13. $\boxed{\text{D}}$

設 M 及 N 分別為 AB 及 CD 的中點。

I. 該軌跡為 AB 的垂直平分線。
軌跡為線段 MN。

II. 該軌跡為通過 AB 的中點且平行於 AD 的直線。
軌跡為線段 MN。

III. 留意 $\triangle PCD$ 為等腰三角形。P 與 C 及 D 等距。
P 的軌跡為 CD 的垂直平分線。
軌跡為線段 MN。

三個條件均給出相同的 P 的軌跡。

14. $\boxed{\text{D}}$

Q 的軌跡通過 F、J 及 H，為線段 FH。

15. $\boxed{\text{A}}$

與兩定點等距　$\Rightarrow$　垂直平分線

16. $\boxed{\text{A}}$

P 與點 A 維持不變距離。所以，P 的軌跡為一圓。

17. $\boxed{\text{A}}$

設 $P\,(x,\ y)$。

則 A 及 B 的坐標分別為 $(2x,\ 0)$ 及 $(0,\ 2y)$。

$$AB = \sqrt{(2x)^2 + (2y)^2}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{(AB)^2}{4}$$

P 的軌跡是一弧（圓的部分），其中圓心為 $(0,\ 0)$ 及半徑 $\dfrac{AB}{2}$。

18. $\boxed{\text{D}}$

P 的軌跡是 L_1 與 L_2 間的角的角平分線。
P 的軌跡是一對直線（互相垂直，通過 L_1 與 L_2 的交點）。

19. $\boxed{\text{A}}$

P 的軌跡為 AB 的垂直平分線，即為一直線。

20. $\boxed{\text{C}}$

設 $P = (x,\ y)$。

$$\begin{aligned} PX &= 2PY \\ \sqrt{x^2 + (y-5)^2} &= 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} \\ x^2 + (y-5)^2 &= 4[(x-1)^2 + y^2] \\ 0 &= 3x^2 + 3y^2 - 8x + 10y - 21 \end{aligned}$$

21. $\boxed{\text{A}}$

P 的軌跡是一圓，圓心 $A\,(2,\ -5)$ 及半徑 AB。

A. ✓。圓心 $(2,\ -5)$ 及 $8^2 + 3^2 - 4(8) + 10(3) - 71 = 0$。

B. ✗。圓心 $(-2,\ 5)$

C. ✗。圓心 $(-2,\ 5)$

D. ✗。圓心 $(2,\ -5)$ 但 $8^2 + 3^2 - 4(8) + 10(3) - 75 = -4 \neq 0$。

22. $\boxed{\text{D}}$

設 P 的坐標為 $(x,\ y)$。

$$\frac{y-4}{x-0} \times \frac{y-2}{x-6} = -1$$

$$(y-4)(y-2) = -x(x-6)$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 8 = 0$$

所求方程為 $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 8 = 0$。

23. $\boxed{\text{A}}$

軌跡為 AB 的垂直平分線。
AB 的斜率 $= \dfrac{5+1}{1+5} = 1$。軌跡的斜率 $= -1$。只有選項 A 的直線的斜率為 -1。

24. $\boxed{\text{A}}$

A 及 B 的坐標分別為 $(5,\ 0)$ 及 $(0,\ -12)$。
P 的軌跡為 AB 的垂直平分線。
AB 的中點的坐標為 $\left(\frac{5}{2},\ -6\right)$。
留意 $15x + 36y + 179 = 15\left(\frac{5}{2}\right) + 36(-6) + 179$ 不是整數，代表它不可能是零。
答案為 A。

結構式試題

25. (a) 設 P 的坐標為 $(x,\ y)$。

$$[(x-8)^2+(y-1)^2]+[(x-3)^2+(y-4)^2]=(8-3)^2+(4-1)^2 \qquad \text{1M}$$
$$2x^2+2y^2-22x-10y+56=0$$
$$x^2+y^2-11x-5y+28=0$$

P 的軌跡的方程為 $x^2+y^2-11x-5y+28=0$。 1A

(b) 設 P 的坐標為 $(x,\ y)$。

$$[(8-3)^2+(4-1)^2]+[(x-3)^2+(y-4)^2]=(x-8)^2+(y-1)^2 \qquad \text{1M}$$
$$10x-6y-6=0$$
$$5x-3y-3=0$$

P 的軌跡的方程為 $5x-3y-3=0$。 1A

(c) 設 P 的坐標為 $(x,\ y)$。

$$\sqrt{(x-8)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2} \qquad \text{1M}$$
$$-10x+6y=40$$
$$5x-3y-20=0$$

P 的軌跡的方程為 $5x-3y-20=0$。 1A

26. (a) 設 P 的坐標為 $(x,\ y)$。則 F 的坐標為 $(x,\ 3)$。

$$[(x-2)^2+y^2]+[x^2+(y+2)^2]=2(y-3)^2 \qquad \text{1M}$$
$$2x^2+2y^2-4x+4y+8=2y^2-12y+18$$
$$y=-\frac{x^2}{8}+\frac{x}{4}+\frac{5}{8}$$

P 的軌跡的方程為 $y=-\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{x}{4}+\dfrac{5}{8}$。 1A

(b) P 的軌跡為一開口向下的拋物線。 1A

27. (a) AB 的長度為 4。由 P 至 AB 的距離 $=\dfrac{6\times 2}{4}=3$ 1A

P 的軌跡為一對垂直直線，在 AB 左方 3 單位及右方 3 單位。 1A

(b) P 的軌跡的方程為 $x=-1$ 及 $x=5$。 1M+1A

28. (a) 設 B 的坐標為 $(p,\ q)$。

$$\frac{q-4}{p-0}\times(-1)=-1 \qquad \text{1M}$$
$$q-4=p$$

AB 的中點在 $\left(\dfrac{p}{2},\ \dfrac{q+4}{2}\right)$。

所以，$\dfrac{q+4}{2}=-\dfrac{p}{2}$。 1M

求解後，可得 $p=-4$ 及 $q=0$。B 的坐標為 $(-4,\ 0)$。 1A

(b) $\dfrac{y-4}{x-0} \times \dfrac{y-0}{x+4} = -1$ 1M

$y(y-4) + x(x+4) = 0$

$x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$ 1

(c) Γ 的半徑 $= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

$\pi r^2 - \pi(2\sqrt{2}))^2 = \pi(2\sqrt{2})^2$ 1M

$r^2 = 16$

$r = 4$ 1A