

M2REG-AOD-2324-ASM-SET 3-MATH

建議題解

1. (a) 4 1A

$$(b) y = \frac{x^2 - 5x}{x + 4}$$

$$= x - 9 + \frac{36}{x + 4}$$

斜漸近線為 $y = x - 9$ 。 1A

$$(c) \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{36}{(x + 4)^2}$$

$$= \frac{(x + 10)(x - 2)}{(x + 4)^2}$$

當 $\frac{dy}{dx} = 0$, $x = -10$ 或 2 。 1A

x	$x < -10$	$-10 < x < -4$	$-4 < x < 2$	$x > 2$
$\frac{dy}{dx}$	+	-	-	+

曲線只有一個在 $x = -10$ 的極大點。

同意該宣稱。 1A

2. (a) $g'(x) = \frac{-k(2x - 6)}{(x^2 - 6x + 21)^2}$ 1A

當 $g'(x) = 0$, $x = 3$ 。

x	$x < 3$	$x > 3$
$g'(x)$	-	+

極小點為 $\left(3, \frac{k}{12}\right)$ 。 1A

- (b) 沒有垂直漸近線。
橫漸近線為 $y = 0$ 。 1A

$$(c) \frac{k}{12} = -2$$

$$k = -24$$

$$g'(x) = \frac{48x - 144}{(x^2 - 6x + 21)^2}$$

$$g''(x) = \frac{(x^2 - 6x + 21)^2(48) - (48x - 144)(2)(x^2 - 6x + 21)(2x - 6)}{(x^2 - 6x + 21)^4}$$

$$= \frac{-144(x - 1)(x - 5)}{(x^2 - 6x + 21)^3}$$

當 $g''(x) = 0$, $x = 1$ 或 5 。

x	$x < 1$	$1 < x < 5$	$x > 5$
$g''(x)$	-	+	-

拐點為 $\left(1, -\frac{3}{2}\right)$ 及 $\left(5, -\frac{3}{2}\right)$ 。 1A+1A

3. (a) (i) $f'(x) = \frac{(2x-4)(x^2+1) - (x^2-4x+1)(2x)}{(x^2+1)^2}$ 1M

$$= \frac{4x^2-4}{(x^2+1)^2}$$
 1A

(ii) $f'(x) = \frac{4(x+1)(x-1)}{(x^2+1)^2}$ 。

當 $f'(x) = 0$, $x = \pm 1$ 。 1M

x	$x < -1$	$-1 < x < 1$	$x > 1$
$f'(x)$	+	-	+

 1M

$f(-1) = 3$ 及 $f(1) = -1$ 。

因此, $f(x)$ 的極大值及極小值分別為 3 及 -1。 1

(b) $f''(x) = \frac{8x(x^2+1)^2 - (4x^2-4)(2)(x^2+1)(2x)}{(x^2+1)^4}$ 1M

$$= \frac{8x(x^2+1) - 4x(4x^2-4)}{(x^2+1)^3}$$

$$= \frac{-8x^3+24x}{(x^2+1)^3}$$
 1A

$$= \frac{-8x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}$$

當 $f''(x) = 0$, $x = 0$ 或 $\pm\sqrt{3}$ 。

x	$x < -\sqrt{3}$	$-\sqrt{3} < x < 0$	$0 < x < \sqrt{3}$	$x > \sqrt{3}$
$f''(x)$	+	-	+	-

 1M

$f(-\sqrt{3}) = 1 + \sqrt{3}$, $f(0) = 1$ 及 $f(\sqrt{3}) = 1 - \sqrt{3}$

拐點為 $(-\sqrt{3}, 1 + \sqrt{3})$ 、 $(0, 1)$ 及 $(\sqrt{3}, 1 - \sqrt{3})$ 。 1A+1A

(c) 沒有垂直漸近線。 1A

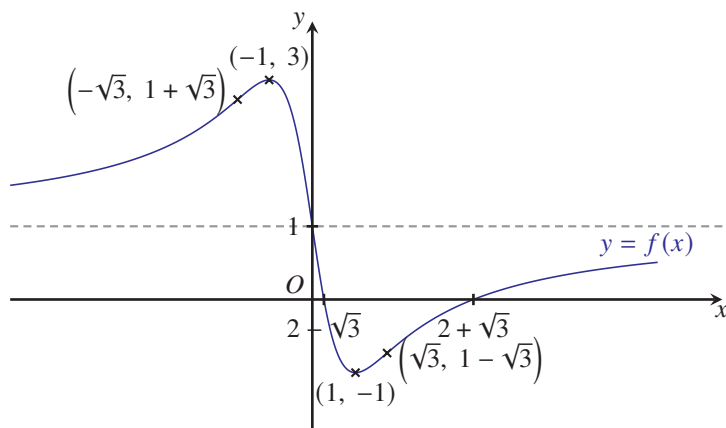
$f(x) = 1 - \frac{4x}{x^2+1}$ 。 1M

水平漸近線為 $y = 1$ 。 1A

(d) (正確形狀) 1A

(正確漸近線及點) 1A

(全部正確) 1A



4. (a) $f'(x) = \frac{(x^2 + 1)(2) - 2x(2x)}{(x^2 + 1)^2}$ 1M

$= \frac{2 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2}$ 1A

$f''(x) = \frac{(x^2 + 1)^2(-4x) - (2 - 2x^2)(2)(x^2 + 1)(2x)}{(x^2 + 1)^4}$

$= \frac{-4x(x^2 + 1 + 2 - 2x)}{(x^2 + 1)^3}$

$= \frac{4x(x^2 - 3)}{(x^2 + 1)^3}$ 1A

(b) 當 $f'(x) = 0$, $x = \pm 1$ 。 1A

$f''(1) = -1 < 0$ 及 $f''(-1) = 1 > 0$ 1M

極大點為 $(1, 1)$, 極小點為 $(-1, -1)$ 。 1A

(c) 當 $f''(x) = 0$, $x = 0$ 或 $\pm\sqrt{3}$ 。

x	$x < -\sqrt{3}$	$-\sqrt{3} < x < 0$	$0 < x < \sqrt{3}$	$x > \sqrt{3}$
$f''(x)$	-	+	-	+

1M

拐點為 $\left(-\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $(0, 0)$ 及 $\left(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 。 1A

(d) 沒有垂直漸近線。

水平漸近線為 $y = 0$ 。 1M+1A

(e) (正確形狀) 1A

(全部正確) 1A

