REV-EOC-2324-ASM-SET 2-MATH
建議題解

多項選擇題

1. D	2. B	3. D	4. A	5. A
6. C	7. D	8. C	9. C	10. A
11. D	12. A	13. C	14. C	15. D
16. D	17. D	18. B	19. A	20. A
21. B	22. B	23. D	24. A	25. B
26. B	27. D	28. D	29. B	30. C

1. $\boxed{\text{D}}$

$$x^2 + (x + 4)^2 - 4x - 16 = 0$$
$$2x^2 + 4x = 0$$
$$x = 0 \quad \text{或} \quad -2$$

當 $x = 0$，$y = 0 + 4 = 4$；當 $x = -2$，$y = -2 + 4 = 2$。
所求坐標為 $(0,\ 4)$ 及 $(-2,\ 2)$。

2. $\boxed{\text{B}}$

$$1 = 2(1) + k$$
$$k = -1$$

解 $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0 \end{cases}$，可得 $(x,\ y) = (1,\ 1)$ 或 $(-1,\ -3)$。
Q 的坐標為 $(-1,\ -3)$。

3. $\boxed{\text{D}}$

$$(0)^2 + y^2 + 4(0) - 4 = 0$$
$$y^2 - 4 = 0$$
$$y = 2 \quad \text{或} \quad -2\text{（捨去）}$$
$$(0) - (2) + k = 0$$
$$k = 2$$
$$x^2 + (x + 2)^2 + 4x - 4 = 0$$
$$2x^2 + 8x = 0$$
$$x = 0 \quad \text{或} \quad -4$$

當 $x = -4$，$y = (-4) + 2 = -2$。
B 的坐標為 $(-4,\ -2)$。

4. $\boxed{\text{A}}$

代 $(3,\ b)$ 至 L 的方程。

$$(3) - 4(b) - 11 = 0$$
$$b = -2$$

代 $(-1,\ -3)$ 及 $(3,\ -2)$ 至 C 的方程。

$$\begin{cases} 1 + 9 - a - 15 + c = 0 \\ 9 + 4 + 3a - 10 + c = 0 \end{cases}$$

求解後，可得 $a = -2$ 及 $c = 3$。

答案為 A。

5. $\boxed{\text{A}}$

解 $\begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 22y + 75 = 0 \end{cases}$，可得 $(x,\ y) = (3,\ 4)$ 或 $(9,\ 12)$。

MN 的中點為 $(6,\ 8)$。

所求方程為

$$(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = (3 - 6)^2 + (4 - 8)^2$$
$$(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 25$$

6. $\boxed{\text{C}}$

解 $\begin{cases} x + y = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0 \end{cases}$，可得 $(x,\ y) = (1,\ -1)$ 或 $(-4,\ 4)$。

$$AB = \sqrt{(1 + 4)^2 + (4 + 1)^2}$$
$$= 5\sqrt{2}$$

7. $\boxed{\text{D}}$

$$0^2 + y^2 + 6(0) - 2y - 3 = 0$$
$$y^2 - 2y - 3 = 0$$
$$y = 3 \quad \text{或} \quad -1$$

圓心 G 的坐標為 $(-3,\ 1)$。

由於 A、B、G 共線，AG 的斜率同為正數。

B 的坐標為 $(0,\ 3)$。

設 A 的坐標為 $(a,\ b)$。

$$\frac{a + 0}{2} = -3 \quad \text{及} \quad \frac{b + 3}{2} = 1$$
$$a = -6 \qquad\qquad b = -1$$

A 的坐標為 $(-6,\ -1)$。

8. $\boxed{\text{C}}$

$0^2 + y^2 + 8(0) - 10y + 16 = 0$ 及 $x^2 + 0^2 + 8x - 10(0) + 16 = 0$

$y^2 - 10y + 16 = 0$ $x^2 + 8x + 16 = 0$

$y = 2$ 或 8 $x = -4$

所求面積 $= \dfrac{(8-2)(4)}{2}$

$= 12$

9. $\boxed{\text{C}}$

圓心 $(-2,\ 4)$。半徑的斜率 $= \dfrac{4-3}{-2+7} = \dfrac{1}{5}$

切線斜率 $= -5$

切線的方程為

$$y - 3 = -5(x + 7)$$

$$5x + y + 32 = 0$$

10. $\boxed{\text{A}}$

$(1)^2 + y^2 - 8(1) + 4y - 5 = 0$

$y^2 + 4y - 12 = 0$

$y = -6$ 或 2

A 的坐標為 $(1,\ -6)$。

圓心 G 的坐標為 $(4,\ -2)$。

AG 的斜率 $= \dfrac{-2+6}{4-1}$

$= \dfrac{4}{3}$

L_1 的斜率 $= -\dfrac{3}{4}$

L_1 的方程為

$$y + 6 = -\frac{3}{4}(x - 1)$$

$$3x + 4y + 21 = 0$$

11. $\boxed{\text{D}}$

L 的斜率 $= -\dfrac{3}{5}$

AC 的斜率 $= \dfrac{5}{3}$

C 的坐標為 $(4,\ -2)$。

所求方程為

$$y + 2 = \frac{5}{3}(x - 4)$$

$$5x - 3y - 26 = 0$$

12. $\boxed{\text{A}}$

圓心 G 的坐標為 $(-4,\ 1)$。

GP 的斜率 $= \dfrac{1+1}{-4+2}$

$= -1$

切線斜率 $= 1$

所求方程為

$$y + 1 = 1(x + 2)$$
$$x - y + 1 = 0$$

13. $\boxed{\text{C}}$

I. ✓。$x^2 + (4k)^2 - 4kx - 4k(4k) + 4k^2 = 0$

$$x^2 - 4kx + 4k^2 = 0$$
$$x = 2k$$

$y = 4k$ 為該圓的切線。

II. ✓。$0^2 + y^2 - 0 - 4ky + 4k^2 = 0$

$$y^2 - 4ky + 4k^2 = 0$$
$$ky = 2k$$

$x = 0$ 為該圓的切線。

III. ✗。$(2k)^2 + y^2 - 4k(2k) - 4ky + 4k^2 = 0$

$$y^2 - 4ky = 0$$
$$y = 4k \quad \text{or} \quad 0$$

$x = 2k$ 與該圓相交於兩相異點。

14. $\boxed{\text{C}}$

$$x^2 + 16^2 - 2kx - 2k(16) + k^2 = 0$$
$$x^2 - 2kx + (k^2 - 32k + 256) = 0$$
$$\Delta = (2k)^2 - 4(1)(k^2 - 32k + 256) = 0$$
$$128k - 1024 = 0$$
$$k = 8$$

15. $\boxed{\text{D}}$

$$x^2 + (mx)^2 - 4(mx) + 3 = 0$$
$$(1 + m^2)x^2 - 4mx + 3 = 0$$
$$\Delta = (4m)^2 - 4(3)(1 + m^2) = 0$$
$$4m^2 - 12 = 0$$
$$m = \pm\sqrt{3}$$

16. $\boxed{\text{D}}$

I. ✓。解 $\begin{cases} 3x - y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 4y - 2 = 0 \end{cases}$，可得 $(x,\ y) = (1,\ 1)$。
它是該圓的切線。

II. ✗。解 $\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 4y - 2 = 0 \end{cases}$，沒有實數解。
它與該圓不相交。

III. ✓。解 $\begin{cases} x - 3y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 4y - 2 = 0 \end{cases}$，可得 $(x,\ y) = (-1,\ -1)$。
它是該圓的切線。

17. $\boxed{\text{D}}$

解 $\begin{cases} x + 2y + c = 0 \\ x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0 \end{cases}$。

$c = -1 \longrightarrow$ 兩相異交點 $\longrightarrow$ 不是切線

$c = 1 \longrightarrow$ 兩相異交點 $\longrightarrow$ 不是切線

$c = -3 \longrightarrow$ 兩相異交點 $\longrightarrow$ 不是切線

$c = 3 \longrightarrow$ 一個交點 $\longrightarrow$ 切線

只有選項 D 包含答案 $c = 3$。

18. $\boxed{\text{B}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 - 8x - 10y - 39 = 0 \end{cases}$。

A. ✗。2 相異交點。

B. ✓。1 個交點：$(4,\ 9)$。

C. ✗。2 相異交點。

D. ✗。2 相異交點。

19. $\boxed{\text{A}}$

解 $\begin{cases} mx - y = 0 \\ x^2 + y^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases}$。

$m = -\frac{3}{4} \longrightarrow$ 一個交點 $\longrightarrow$ 切線

只有選項 A 包含答案 $m = -\frac{3}{4}$。

20. $\boxed{\text{A}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 3x + 4y + k = 0 \\ x^2 + y^4 - \dfrac{9}{4} = 0 \end{cases}$。

k 的值	交點數目	Δ
$-\dfrac{15}{2}$	1	0
0	2	+

所求範圍有 $-\dfrac{15}{2}$ 作為界線值（不等於），且包含 0。
答案為 A。

21. $\boxed{\text{B}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + 9 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x + cy - 45 = 0 \end{cases}$。

c 的值	交點數目	Δ
2	0	−

所求範圍不包含 2，且 2 不是其界線值。
答案為 B。

22. $\boxed{\text{B}}$

$$x^2 + (x - 1)^2 - 4x + 4(x - 1) + c = 0$$
$$2x^2 + (-2 - 4 + 4)x + (1 - 4 + c) = 0$$
$$2x^2 - 2x + (c - 3) = 0$$
$$\Delta = 2^2 - 4(2)(c - 3) < 0$$
$$-8c + 28 < 0$$
$$c > \frac{7}{2}$$

23. $\boxed{\text{D}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + m = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y - 13 = 0 \end{cases}$。

m 的值	交點數目	Δ
−9	0	−

所求範圍不包含 $m = -9$ 且 -9 不是所求範圍的界線值。
答案為 D。

24. $\boxed{\text{A}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x + 2y + k = 0 \\ x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0 \end{cases}$。

k 的值	交點數目	Δ
7	1	0
0	2	+

所求範圍包含「7」為界線值，且不包含 0。
答案為 A。

25. $\boxed{\text{B}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - kx + 6y - 10 = 0 \end{cases}$。

k 的值	交點數目	Δ
2	2	+

所求的範圍不包含 2，且 2 不是該範圍的界線值。
答案為 B。

26. $\boxed{\text{B}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y - 13 = 0 \end{cases}$。

k 的值	交點數目	Δ
-9	0	$-$

所求範圍不包含 -9，且 -9 不是所求範圍的界線值。
答案為 B。

27. $\boxed{\text{D}}$

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
-7	1	0
0	2	+

所求範圍有 -7 作為界線值，且不包含 0。
答案為 D。

28. $\boxed{\text{D}}$

A. ✗。利用計算機程式，方程組 $\begin{cases} x + y - 9 = 0 \\ x^2 + y^2 + 6x + 6y + 9 = 0 \end{cases}$ 沒有實解。

B. ✗。$x + y + 9 = 0$ 不通過 $(3,\ 6)$。

C. ✗。與 A 同樣原因。

D. ✓。

29. $\boxed{\text{B}}$

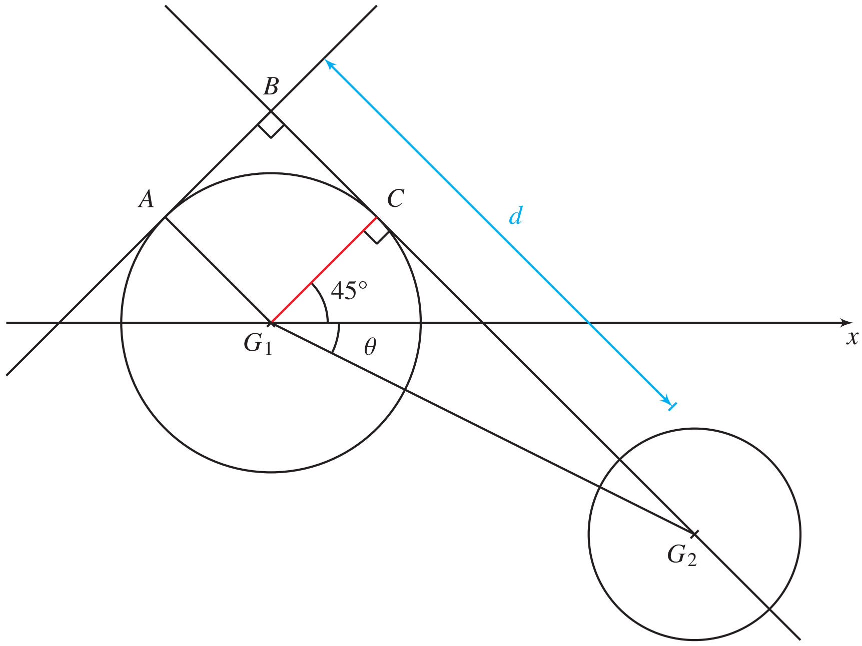
C 與 x 軸相交於兩點 $\Rightarrow$ 當 $y = 0$ 時，x 有兩相異實數值。
利用計算機 FMLA 01，只有選項 A 及 B 滿足以上條件。
L 的方程為 $y = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}x \to \sqrt{3}x + 3y = 0$。利用計算機程式計算交點：

A. 相異坐標 → ✗

B. 相同坐標 → ✓

30. $\boxed{\text{C}}$

設 G_1 及 G_2 分別為 C_1 及 C_2 的圓心。



假定 L 與 C_1 相切於 A，B 為 L 上的點使得 $BG_2 \perp L$。

設 C 為 BG_2 上的點使得 $AB // CG_1$。

留意 C 不需在 C_1 上。

由於 L 的斜率為 1，CG_1 的傾角 = 45°。

$G_1G_2 = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$

G_1G_2 的斜率 $= -\tan\theta = \dfrac{-2}{4}$

$\theta = \tan^{-1}\dfrac{1}{2}$

在 $\triangle CG_1G_2$ 中，$G_1G_2 = \sqrt{20}$ 及 $CG_2 = G_1G_2 \sin(45° + \theta) = \sqrt{18}$。

所求距離 $= BG_2 - 1$

$= (AG_1 + CG_2) - 1$

$= (\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) - 1$

$= 4\sqrt{2} - 1$

結構式試題

31. (a) 圓心 $(-4,\ 3)$，半徑 $= \sqrt{4^2 + 3^2 - 5} = 2\sqrt{5}$ 1A

(b) $$(2y - k)^2 + y^2 + 8(2y - k) - 6y + 5 = 0$$ 1M

$$(4 + 1)y^2 + (-4k + 16 - 6)y + (k^2 - 8k + 5) = 0$$

$$5y^2 + (-4k + 10)y + (k^2 - 8k + 5) = 0$$

M 的 y 坐標 $= \frac{1}{2}\left(-\frac{-4k + 10}{5}\right) = \frac{2k - 5}{5}$ 1M

當 $y = \frac{2k - 5}{5}$ 時，$x = 2\left(\frac{2k - 5}{5}\right) - k = \frac{-k - 10}{5}$。

所求坐標為 $\left(\frac{-k - 10}{5},\ \frac{2k - 5}{5}\right)$。 1A

(c) 若 M 在 x 軸以上，則 $2k - 5 > 0$。故此，$k > \frac{5}{2}$。 1A

考慮方程 $5y^2 + (-4k + 10)y + (k^2 - 8k + 5) = 0$。

若 L 與 C 相交於兩相異點，

$$\Delta = (-4k + 10)^2 - 4(5)(k^2 - 8k + 5) > 0$$ 1M

$$-4k^2 + 80k > 0$$

$$0 < k < 20$$ 1A

集合 $k > \frac{5}{2}$ 和 $0 < k < 20$，可得 $\frac{5}{2} < k < 20$。

因此，M 可能在 x 軸以上的區域。 1A

32. (a) L 的斜率 $= \tan 45° = 1$ 1A

L 的方程為 $y = x + 1$。 1A

(b) $x^2 + (x + 1)^2 - 8x - 6(x + 1) + k = 0$ 1M

$$2x^2 - 12x - 5 + k = 0$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4(2)(-5 + k) = 0$$ 1M+1A

$$k = 23$$ 1A

(c) 代 $k = 23$ 至 (b) 的方程。

$$2x^2 - 12x + 18 = 0$$

$$x = 3$$

當 $x = 3$ 時，$y = 4$。B 的坐標為 $(3,\ 4)$。 1A

由於 B 為兩圓的圓心的中點，S_1 的圓心的坐標為 $(2,\ 5)$。 1A

33. (a) $P\,(8,\ 6)$ 1A

半徑 $= 6$ 1A

(b) (i) $y = mx$ 1A

(ii) $x^2 + (mx)^2 - 16x - 12(mx) + 64 = 0$ 1M

$(1 + m^2)x^2 + (-16 - 12m)x + 64 = 0$ 1A

$\Delta = (-16 - 12m)^2 - 4(1 + m^2)(64) = 0$ 1M

$$7m^2 - 24m = 0$$

$m = \dfrac{24}{7}$ 或 0（捨去） 1A

(c) $OQ = \sqrt{8^2 + 6^2} + 6 = 16$ 1A

設 $Q\,(p,\ q)$。

$\dfrac{p}{8} = \dfrac{16}{10}$ 及 $\dfrac{q}{6} = \dfrac{16}{10}$ 1M

$p = \dfrac{64}{5}$ $q = \dfrac{48}{5}$

$Q\left(\dfrac{64}{5},\ \dfrac{48}{5}\right)$ 1A

OQ 的斜率 $= \dfrac{3}{4}$

AB 的斜率 $= -\dfrac{4}{3}$

AB 的方程為

$y - \dfrac{48}{5} = -\dfrac{4}{3}\left(x - \dfrac{64}{5}\right)$ 1M

$4x + 3y - 80 = 0$ 1A

34. (a) $AB^2 = 9^2 + 18^2 = 405$

$AC^2 = 13^2 + 16^2 = 425$

$BC^2 = 4^2 + 2^2 = 20$

故此，$AB^2 + BC^2 = AC^2$。 1M

因此，$\angle ABC = 90°$。

$\triangle ABC$ 為一直角三角形。 1A

(b) 圓心的坐標 $= \left(\dfrac{-9+4}{2}, \dfrac{-8+8}{2}\right) = \left(-\dfrac{5}{2}, 0\right)$ 1A

Ω 的方程為

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + y^2 = \left(0 + \frac{5}{2}\right)^2 + 10^2$$ 1M

$$x^2 + y^2 + 5x - 100 = 0$$ 1A

(c) (i) D 的坐標為 $(10, 0)$。 1A

$$(10)^2 + 0^2 + 5(10) - 100 = 50 \neq 0$$

故此，D 不在通過 A、B 及 C 的圓上。 1M

因此，$ABCD$ 不是圓內接四邊形。 1A

(ii) 設 L 的斜率為 m。

L 的方程為 $y = m(x - 10)$。 1M

代 L 至 Ω，

$$x^2 + (mx - 10m)^2 + 5x - 100 = 0$$ 1M

$$(1 + m^2)x^2 + (-20m^2 + 5)x + (100m^2 - 100) = 0$$

由於 L 為切線，$\Delta = 0$。

$$(20m^2 - 5)^2 - 4(1 + m^2)(100m^2 - 100) = 0$$ 1M

$$-200m^2 + 425 = 0$$

$$m = \pm\frac{\sqrt{34}}{4}$$ 1A

L 的方程為 $y = \dfrac{\sqrt{34}}{4}(x - 10)$ 及 $y = -\dfrac{\sqrt{34}}{4}(x - 10)$。