

REG-EOC-2324-ASM-SET 6-MATH

建議題解

多項選擇題

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A | 2. D | 3. C | 4. A | 5. C |
| 6. D | 7. A | 8. A | 9. D | 10. A |
| 11. A | 12. B | 13. B | 14. B | 15. C |
| 16. A | 17. A | 18. D | 19. B | 20. B |
| 21. A | 22. B | 23. A | 24. C | 25. C |
| 26. D | 27. C | 28. D | 29. B | 30. B |

1. A

解 $\begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 22y + 75 = 0 \end{cases}$ ，可得 $(x, y) = (3, 4)$ 或 $(9, 12)$ 。

MN 的中點為 $(6, 8)$ 。

所求方程為

$$(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = (3 - 6)^2 + (4 - 8)^2$$

$$(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 25$$

2. D

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + 9 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x + cy - 7 = 0 \end{cases}$ 。

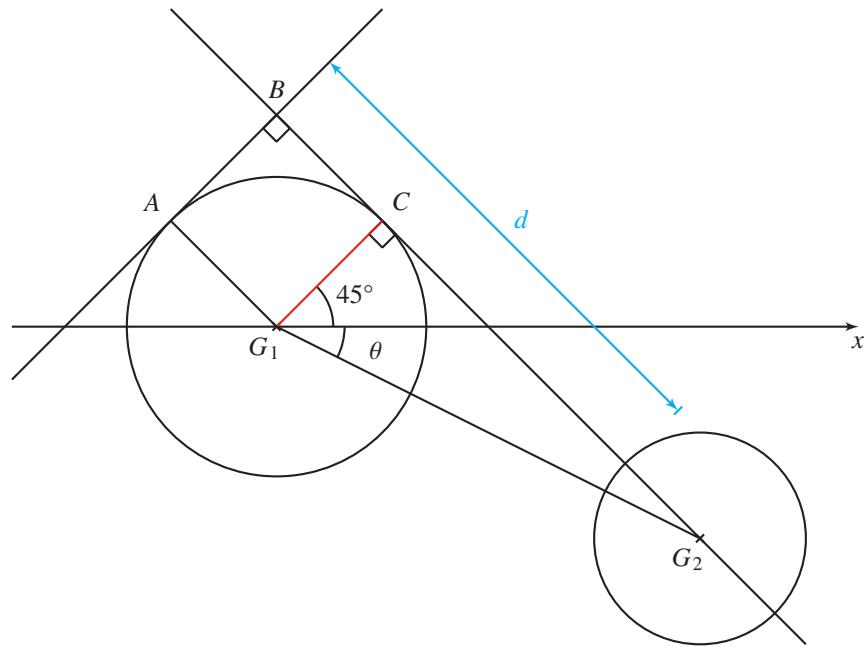
c 的值	交點數目	Δ
-56	2	+

所求範圍包含 -56 ，且 -56 不是所求範圍的界線值。

答案為 D。

3. [C]

設 G_1 及 G_2 分別為 C_1 及 C_2 的圓心。



假定 L 與 C_1 相切於 A ， B 為 L 上的點使得 $BG_2 \perp L$ 。

設 C 為 BG_2 上的點使得 $AB//CG_1$ 。

留意 C 不需在 C_1 上。

由於 L 的斜率為 1， CG_1 的傾角 = 45° 。

$$G_1G_2 = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$$

$$G_1G_2 \text{ 的斜率} = -\tan \theta = \frac{-2}{4}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1}{2}$$

在 $\triangle CG_1G_2$ 中， $G_1G_2 = \sqrt{20}$ 及 $CG_2 = G_1G_2 \sin(45^\circ + \theta) = \sqrt{18}$ 。

所求距離 = $BG_2 - 1$

$$= (AG_1 + CG_2) - 1$$

$$= (\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) - 1$$

$$= 4\sqrt{2} - 1$$

4. [A]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 3x - y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + \frac{k}{5}x + \frac{4}{5} - 4 = 0 \end{cases}$ 。

坐標在計算機內被儲存為 (A, B) 及 (X, Y)。

$$\text{中點的 } x \text{ 坐標} = \frac{\mathbf{A} + \mathbf{X}}{2}$$

k 的值	交點數目	$\frac{\mathbf{A} + \mathbf{X}}{2}$
-152	2	2
-52	2	1
148	2	-1
248	2	-2

答案為 A。

5. [C]

利用計算機程式解聯立方程 $\begin{cases} mx - y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - 11x + 7y + 20 = 0 \end{cases}$ 。

m 的值	交點數目	Δ
-3	0	-

所求範圍包含 -3，且 -3 不是界線值。

答案為 C。

6. [D]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x + k = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
0	2	+

所求範圍不包含 $k = 0$ ，且 0 不是所求範圍的界線值。

答案為 D。

7. [A]

以計算機程式解 $\begin{cases} x - 3y + k = 0 \\ x^2 + y^2 + 6x - 8y + 15 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
0	0	-

所求範圍不包含 0。

留意 $\Delta = 0$ 滿足題目所需條件，所求範圍應包含界線值。

答案為 A。

可得 $x = 3y - k$ 。

$$(3y - k)^2 + y^2 + 6(3y - k) - 8y + 15 = 0$$

$$10y^2 + (10 - 6k)y + (k^2 - 6k + 15) = 0$$

該二次方程有實根。

$$\Delta = (10 - 6k)^2 - 4(10)(k^2 - 6k + 15) \geq 0$$

$$-4k^2 + 120k - 500 \geq 0$$

$$5 \leq k \leq 25$$

8. [A]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 3x + 4y + k = 0 \\ x^2 + y^4 - \frac{9}{4} = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
$-\frac{15}{2}$	1	0
0	2	+

所求範圍有 $-\frac{15}{2}$ 作為界線值（不等於），且包含 0。

答案為 A。

9. [D]

A. ✗。利用計算機程式，方程組 $\begin{cases} x + y - 9 = 0 \\ x^2 + y^2 + 6x + 6y + 9 = 0 \end{cases}$ 沒有實解。

B. ✗。 $x + y + 9 = 0$ 不通過 $(3, 6)$ 。

C. ✗。與 A 同樣原因。

D. ✓。

10. [A]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} kx - y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 5x - 9y + 24 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
$\frac{1}{3}$	1	0
-3	0	-

所求範圍有 $\frac{1}{3}$ 為其中一個界線值，且包含 $k = -3$ 。
答案為 A。

11. [A]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x + 2y + k = 0 \\ x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
7	1	0
0	2	+

所求範圍包含「7」為界線值，且不包含 0。
答案為 A。

12. [B]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 - 8x - 10y - 39 = 0 \end{cases}$ 。

- A. ✗。2 相異交點。
- B. ✓。1 個交點：(4, 9)。
- C. ✗。2 相異交點。
- D. ✗。2 相異交點。

13. [B]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y - 13 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
-9	0	-

所求範圍不包含 -9，且 -9 不是所求範圍的界線值。

答案為 B。

14. [B]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x + y + 4 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 6y + k = 0 \end{cases}$ 。

- A. ✗。2 個交點：(-2, -2) 及 (-6, 2)。
- B. ✓。
- C. ✗。沒有交點。
- D. ✗。沒有交點。

15. [C]

當直線通過圓心 (-1, 2) 時， $k = -1 - 2 = -3$ 。

AB 的中點即為圓心。

當 $k = -3$ 時，中點的 y 坐標 = 2。

只有選項 C 符合上述條件。

16. [A]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 3x + 4y + k = 0 \\ x^2 + y^2 - 12x - 14y + 60 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
-71	1	0
0	0	-

所求範圍有 -71 作為界線值，且不包含 0。

答案為 A。

17. [A]

I. ✓。 G 在 $\triangle OAB$ 內，即在第二象限內。 x 坐標與 y 坐標不相同（一正一負）。

II. ✓。設內切圓的半徑為 r 。則 G 的坐標為 $(-r, r)$ 。

$$4r + (-r) = 3kb$$

$$r = kb$$

利用切線性質， OB 被分成兩線段，長度為 $b - r$ 及 r 。

OA 被分成兩線段，長度為 $10 - r$ 及 r 。

$$(10 - r) + (b - r) = \sqrt{10^2 + b^2}$$

$$[10 + b(1 - 2k)]^2 = b^2 + 100$$

$$100 + 20b(1 - 2k) + b^2(1 - 2k)^2 = b^2 + 100$$

$$b^2(4k^2 - 4k) + 20b(1 - 2k) = 0$$

$$\begin{aligned} b &= -\frac{20(1 - 2k)}{4k^2 - 4k} \\ &= \frac{5(1 - 2k)}{k(1 - k)} \end{aligned}$$

$$\text{所求距離 } r = kb = \frac{5(1 - 2k)}{1 - k}$$

III. ✗。當 $k = \frac{1}{6}$ 時， $r = \frac{5(1 - 2k)}{1 - k} = 4$ 。

內切圓的方程為 $(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 4^2$ 。

$$(x + 4)^2 + (5 - 3x - 4)^2 = 16$$

$$10x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4(10)(1) = -36 < 0$$

直線 $3x + y = 5$ 與 $\triangle OAB$ 的內切圓不相交，即不是切線。

18. [D]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + m = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y - 13 = 0 \end{cases}$ 。

m 的值	交點數目	Δ
-9	0	-

所求範圍不包含 $m = -9$ 且 -9 不是所求範圍的界線值。

答案為 D。

19. [B]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - kx + 6y - 10 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
2	2	+

所求的範圍不包含 2，且 2 不是該範圍的界線值。

答案為 B。

20. [B]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 3x - 4y + k = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y - 7 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
-8	1	0

所求範圍有 -8 作為界線值（可等於）。

答案為 B。

21. [A]

MN 的中點在 $hx + ky = 6$ 上。

$$h(1) + k(0) = 6$$

$$h = 6$$

圓心的坐標為 (4, 2)。

連接圓心與 MN 中點的直線垂直於 MN 。

$$\frac{2-0}{4-1} \times \left(-\frac{h}{k}\right) = -1$$

$$k = 4$$

可得 $h = 6$ 。

利用各選項中的 k 值。

k 值	交點	中點
4	(3.77, -4.16) 及 (-1.77, 4.16)	(1, 0)
6	(5.07, -4.07) 及 (-2.07, 3.07)	$\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
9	(6.47, -3.65) 及 (-2.16, 2.11)	$\left(\frac{28}{13}, -\frac{10}{13}\right)$
12	(7.35, -3.17) 及 (-2.15, 1.57)	$\left(\frac{13}{5}, -\frac{4}{5}\right)$

答案為 A。

22. **[B]**

C 與 x 軸相交於兩點 \Rightarrow 當 $y = 0$ 時， x 有兩相異實數值。

利用計算機 FMLA 01，只有選項 A 及 B 滿足以上條件。

L 的方程為 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x \rightarrow \sqrt{3}x + 3y = 0$ 。利用計算機程式計算交點：

- A. 相異坐標 $\rightarrow \times$
- B. 相同坐標 $\rightarrow \checkmark$

23. **[A]**

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} mx - y = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x + 4 = 0 \end{cases}$ 。

- A. 1 個交點 \rightarrow 切線
- B. 沒有交點
- C. 兩個交點
- D. 沒有交點

24. **[C]**

考慮方程組

$$\begin{cases} x - y + 13 = 0 \\ x^2 + y^2 - 14x + cy - 223 = 0 \end{cases}$$

代 $y = x + 13$ 至圓方程可得二次方程。

該二次方程的判別式需為正值(兩相異實根) \Rightarrow 選項 A 或 C

當 $c = 0$ 時，利用計算機程式，得出兩個交點 \Rightarrow 所求的範圍包含 0。

\Rightarrow 答案為 C。

25. [C]

當直線通過圓心 $(-1, 2)$ 時， $k = -1 - 2 = -3$ 。

AB 的中點即為圓心。

當 $k = -3$ 時，中點的 x 坐標 $= -1$ 。

只有 C 符合上述條件。

26. [D]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} mx - y - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 16x - 2y + 31 = 0 \end{cases}$ 。

當 $m = \frac{5}{3}$ 及當 $m = -\frac{3}{5}$ 時，方程組有重根。

因此， $m = \frac{5}{3}$ 或 $-\frac{3}{5}$ 。

27. [C]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x - y - 6 = 0 \\ x^2 + y^2 - 8y - 14 = 0 \end{cases}$ 。

坐標在計算機內被儲存為 (A, B) 及 (X, Y)。

中點的 y 坐標 $= \frac{\mathbf{B} + \mathbf{Y}}{2} = 2$

28. [D]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
-7	1	0
0	2	+

所求範圍有 -7 作為界線值，且不包含 0 。

答案為 D。

29. [B]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ x^2 + y^2 - 3kx + ky + 1 = 0 \end{cases}$ 。

I. ✓。1 個交點： $\left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ 。

II. ✓。1 個交點： $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ 。

III. ✗。2 個交點。

30. [B]

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x - y + b = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - y + \frac{5}{4} = 0 \end{cases}$ 。

- A. ✗。沒有
- B. ✓。1 個交點： $(1, \frac{1}{2})$
- C. ✗。沒有
- D. ✗。沒有