

REG-CP2A-2324-ASM-SET 4-MATH

建議題解

多項選擇題

| | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. B | 2. B | 3. B | 4. A | 5. D |
| 6. B | 7. A | 8. C | 9. A | 10. A |
| 11. C | 12. C | 13. C | 14. D | 15. B |
| 16. B | 17. D | 18. C | 19. D | 20. A |
| 21. B | 22. A | 23. D | 24. D | 25. C |
| 26. C | 27. B | 28. A | 29. D | 30. D |
| 31. C | 32. A | 33. B | 34. C | 35. D |
| 36. C | 37. C | 38. C | 39. C | 40. D |
| 41. B | 42. B | 43. B | 44. D | 45. A |
| 46. B | 47. D | 48. D | 49. C | 50. B |
| 51. C | 52. A | 53. D | 54. A | 55. A |
| 56. C | 57. B | 58. D | 59. C | 60. B |
| 61. C | 62. C | 63. D | 64. D | 65. C |
| 66. A | 67. C | 68. B | 69. A | 70. D |
| 71. C | 72. D | 73. A | 74. C | 75. D |

1. **[B]**

上四份位數 = \$40

扇形的角 $10 = 360^\circ - 72^\circ - 36^\circ - 90^\circ - 144^\circ = 18^\circ$

下四分位數 = $\frac{20 + 30}{2} = \$25$

四分位數間距 = $40 - 25 = \$15$

2. **[B]**

四分位數間距 = $31 - 26$

$= 5$

3. **[B]**

數據集中於較大數值。

最大值、上四分位數及中位數相對較接近。

選項 A 及 D 應為錯誤。

最小值、下四分位數及中位數分別為 22、40 及 47。

下四分位數應較接近中位數，而非最小值。

答案為 B。

4. A

組中點為 22 cm、27 cm、...、42 cm。

標準差 ≈ 6.28 cm

5. D

由於眾數為 58，至少兩個未知數為 58。

取 $j = k = 58$ 。

$$51 = \frac{25 + 32 + 32 + \dots + i}{10}$$

$$i = 56$$

以升序排列該數字：

25 32 32 50 56 58 58 63 78

中位數為 57。

6. B

四分位數間距 $= 25 - 10$

$$= 15$$

7. A

以升序排列 7 個已知整數。

7 8 10 12 17 19 23

中位數為第 4 數據與第 5 數據的平均。

a 的值在 12 與 17 之間。

$$\frac{12 + a}{2} = 13$$

$$a = 14$$

$$\begin{aligned} \text{四分位數間距} &= \frac{17 + 19}{2} - \frac{8 + 10}{2} \\ &= 9 \end{aligned}$$

8. [C]

I. ✗。中位數為第 7 個數據。可得 $14 \leq b \leq 16$ 。

留意當 $b = 14$ 時，中位數同為 14。

II. ✓。眾數為 16。

$$\begin{aligned}\text{平均值} &= \frac{6 + 7 + 11 + \dots + b}{13} \\ &= \frac{166 + b}{13}\end{aligned}$$

由於 $14 \leq b \leq 16$ ，可得 $\frac{180}{13} \leq \text{平均值} \leq 14 < 16$ 。

因此，可得 $a < c$ 。

III. ✓。留意 $\frac{180}{13} \leq a \leq 14$ 及 $14 \leq b \leq 16$ 。

9. [A]

I. ✗。有可能該 58 kg 的人在訓練後增重。

II. ✓。新的最大值較原來的上四分位數小 3 kg。

至少 25% 會員減重 3 kg 或以上。

III. ✗。有可能該 90 kg 的人在訓練後變成 53 kg。

10. [A]

分佈域為 14。共有兩種可能性：

• 其中一個未知數為 14，而其他未知數的值為 14 與 28 之間，包含首尾兩項。

取 $a = 14$ 、 $14 \leq b \leq 28$ 及 $14 \leq c \leq 28$ 以方便討論。

• 其中一個未知數為 29，而其他未知數的值為 15 與 29 之間，包含首尾兩項。

取 $a = 29$ 、 $15 \leq b \leq 29$ 及 $15 \leq c \leq 29$ 以方便討論。

I. ✗。取 $a = b = c = 14$ 。

$$\text{平均值} = \frac{15 + 16 + \dots + 14}{11} = \frac{194}{11} \neq 19$$

II. ✓。其中一個未知數為 14 或 29。

在任何情況中，數據「19」的頻數皆為最高。

III. ✗。取 $a = b = c = 14$ 。

中位數 = $17 \neq 19$

11. [C]

$$\text{分佈域} = (40 + b) - (10 + a) \leq 36$$

$$b - a \leq 6$$

I. ✓。留意 $a \leq 2$ 及 $b \geq 5$ 。

$$\begin{aligned}\text{分佈域} &= (40 + b) - (10 + a) \\ &= 30 + (b - a)\end{aligned}$$

$$\geq 30 + (5 - 2)$$

$$= 33$$

II. ✗。取 $b = 8$ 及 $a = 2$ ，上述分佈的分佈域為 36。

III. ✓。中位數 $= \frac{30 + 32}{2} = 31$

12. [C]

| | $k = 7$ | $k = 8$ | $k = 9$ |
|---------|---------|---------|---------|
| 平均值 p | 8.13 | 8.2 | 8.27 |
| 中位數 q | 7 | 8 | 8 |
| 眾數 r | 7 | 7 | 7 |

I. ✓。

II. ✗。當 $k = 7$ ，可得 $q = r$ 。

III. ✓。

13. [C]

$$x = \frac{1 + 1 + 2 + \dots + a}{10}$$

$$= \frac{40 + a}{10}$$

中位數為第 5 項與第 6 項數據的平均值。

$$\text{可得 } y = \frac{a + 6}{2}.$$

由於 $3 \leq a \leq 6$ ，最大頻數的數據必定為 6。

可得 $z = 6$ 。

I. ✓ $x - z = \frac{40 + a}{10} - 6$

$$= \frac{a - 20}{10}$$

由於 $3 \leq a \leq 6$ ，可得 $x - z < 0$ 。

因此， $x < z$ 。

II. ✗ $y - z = \frac{a + 6}{2} - 6$

$$= \frac{a - 6}{2}$$

取 $a = 6$ ，則 $y = z$ 。

III. ✓ $x - y = \frac{40 + a}{10} - \frac{a + 6}{2}$

$$= \frac{5 - 2a}{5}$$

由於 $3 \leq a \leq 6$ ，可得 $x - y < 0$ 。

因此， $x < y$ 。

14. [D]

A. ✗。該分佈的眾數為 8。

B. ✗。平均值 = $\frac{5(3) + 6(4) + 7(23) + 8(50) + 9(40)}{3 + 4 + 23 + 50 + 40}$
= 8

C. ✗。該分佈的中位數為 8。

D. ✓。四分位數間距 = $9 - 7.5$

$$= 1.5$$

15. [B]

該分佈的上四分位數為 210 g。

$$\text{所求概率} = \frac{7}{24}$$

16. B

餐飲扇形的圓心角

$$= (360^\circ - 90^\circ) \times \frac{5}{2 + 3 + 5}$$

$$= 135^\circ$$

$$\text{所求支出} = 1350 \times \frac{135^\circ}{90^\circ}$$

$$= \$2025$$

17. D

可得 $x = 5$ 或 $x + 2 = 5$ 。

當 $x + 2 = 5$ ， $x = 3$ ，眾數為 3 及 5，捨去。

因此，可得 $x = 5$ ，該六個數字為 2、3、5、5、7 及 8。

I. ✓。平均值 = $\frac{2 + 3 + 5 + 5 + 7 + 8}{6} = 5$

II. ✓。分佈域 = $8 - 2 = 6$

III. ✓。四分位數間距 = $7 - 3 = 4$

18. C

A. ✗。25% 的乘客等候多於 12 min。

B. ✗。75% 的乘客等候 2 至 12 min。

C. ✓。

D. ✗。25% 的乘客等候 8 至 12 min。

19. D

$$\text{平均值} = 26 \Rightarrow 25 + 32 + \dots + y = 26 \times 10 \Rightarrow x + y = 59$$

眾數 = 20 $\Rightarrow x = 20$ 或 $y = 20$ 。不失一般式地，設 $x = 0$ 。則 $y = 39$ 。

I. ✓。中位數 = $\frac{25 + 26}{2} = 25.5$

II. ✓。

III. ✓。四分位數間距 = $32 - 20 = 12$

20. A

I. ✗。平均值不能從框線圖中獲得。

II. ✓。

III. ✗。分佈域 = $90 - 45 = 45$ kg

21. B

簡單計算機運算。

22. [A]

$$\text{中位數} = \frac{(20+n) + 25}{2} \leq 24 \quad \text{及} \quad \text{四分位數間距} = (30+n) - (10+m) \geq 18$$
$$n \leq 3 \quad n - m \geq -2$$
$$m - n \leq 2$$

- I. ✓。 $m \leq n + 2 \leq 3 + 2 = 5$ 及 $m \geq 0$ 。
- II. ✓。從幹葉圖， $n \geq 1$ 。與 $n \leq 3$ 合併，可得 $1 \leq n \leq 3$ 。
- III. ✗。有可能 $m = n = 1$ ，使得所有條件均能滿足。

23. [D]

- A. ✗。眾數 = 3
- B. ✗。中位數 = 3
- C. ✗。下四分位數 = 2.5
- D. ✓。

24. [D]

在累積頻數曲線中，越斜 \Rightarrow 在對應的組內有越多的數據。
故此，數據集中在較小的部分。
最小值、下四分位數、中位數、上四分位數之間的距離會較近。

25. [C]

設 $\angle ADB = x^\circ$ 則 $\angle CAD = 2x^\circ$

$$\angle CED = \angle ADB + \angle CAD$$

$$87^\circ = x + 2x$$

$$x = 29^\circ$$

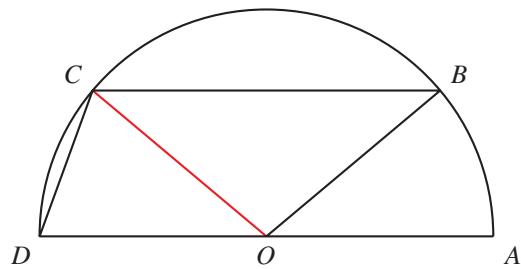
26. [C]

$$\begin{aligned}\angle DCA &= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \\ \angle BDC &= \angle ABD \times \frac{3+4}{4+6} = 84^\circ \\ \angle EDB &= 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ \\ \angle AEC &= 120^\circ - 96^\circ = 24^\circ\end{aligned}$$

27. [B]

連接 OC (從而利用等弧性質)

$$\begin{aligned}\text{反角 } \angle BOD &= 2 \times 110^\circ = 220^\circ \\ \angle AOB &= 220^\circ - 180^\circ = 40^\circ \\ \angle COD &= \angle AOB = 40^\circ \\ \angle COB &= 180^\circ - 2 \times 40^\circ = 100^\circ \\ \angle OBC &= \angle OCB = \frac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ\end{aligned}$$



28. [A]

$$\begin{aligned}\text{反角 } \angle AOD &= 70^\circ \times \frac{3}{1} = 210^\circ \\ \angle AOD &= 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ \\ \angle ACD &= \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ\end{aligned}$$

29. [D]

$$\angle P + \angle R = 180^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle P &= 180^\circ \times \frac{3}{3+5} \\ &= 67.5^\circ \\ \angle Q &= \angle P \times \frac{4}{3} \\ &= 90^\circ \\ \angle S &= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ\end{aligned}$$

30. [D]

留意 $\triangle EBC \sim \triangle EDA$ 。

$$\begin{aligned}\frac{CE}{AE} &= \frac{BE}{DE} \\ \frac{CE}{4+8} &= \frac{8}{10+CE} \\ (CE)^2 + 10(CE) - 96 &= 0\end{aligned}$$

$$CE = 6 \text{ cm} \quad \text{或} \quad -16 \text{ cm} \quad (\text{捨去})$$

31. [C]

$$\angle ABE = 90^\circ \text{ 及 } \angle AEB = \angle ACB = 30^\circ$$

$$\angle EAB = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

32. [A]

設 O 為該圓的圓心。

則 $\angle AOC = 2\angle ABC = 56^\circ$ 。

$$\frac{56^\circ}{360^\circ} = \frac{\widehat{AC}}{\text{圓周}}$$

圓周 = 45 cm

33. [B]

設 D 、 E 及 F 分別為 PQ 、 RS 及 TU 的中點。

$\triangle BOD \cong \triangle BOE$ 及 $\triangle COF \cong \triangle COE$ 。

設 $\angle OBD = a$ 及 $\angle OCE = b$ 。

則 $\angle OBE = a$ 及 $\angle OCF = b$ 。

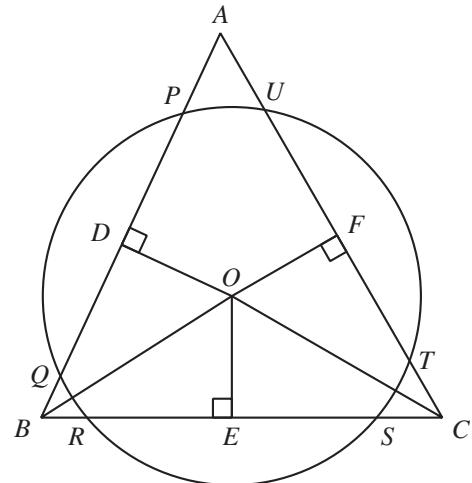
$\angle BOC + a + b = 180^\circ$

$$a + b = 72^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 2a - 2b$$

$$= 180^\circ - 2(72^\circ)$$

$$= 36^\circ$$



34. [C]

$$\angle POS = \angle ROS = \frac{136^\circ}{2} = 68^\circ$$

$$\angle SPO = \angle PSO = \frac{180^\circ - 68^\circ}{2} = 56^\circ$$

35. [D]

反角 $\angle AOC = 2x$ 。所以， $y = 360^\circ - 2x$ 。

36. [C]

設 $\angle PRQ = \theta$ 。

由於 $PQ = QR = RS$ ，可得 $\angle QSR = \angle SQR = \theta$ 。

由於 $\widehat{PS} : \widehat{RS} = 2 : 1$ ，可得 $\angle PRS = 2\theta$ 。

在 $\triangle QRS$ 中，

$$\theta + (\theta + 2\theta) + \theta = 180^\circ$$

$$\theta = 36^\circ$$

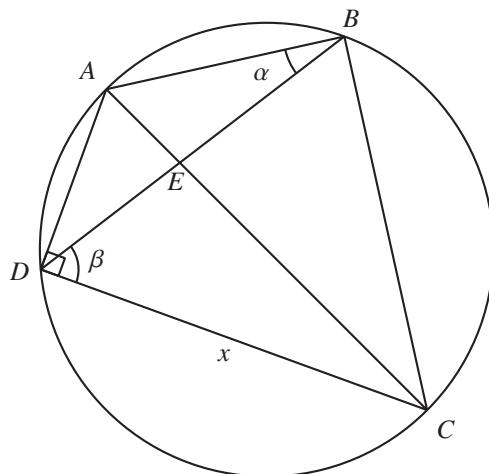
$$\angle PES = 2\theta + \theta = 108^\circ$$

37. [C]

$$\begin{aligned}\angle EBC &= \angle EDF = 76^\circ \\ \angle AEC &= \angle EBC \times \frac{1+1}{3+1} = 38^\circ \\ \angle ABC &= 180^\circ - \angle AEC = 142^\circ\end{aligned}$$

38. [C]

描繪圓 $ABCD$ 。



留意 AC 為該圓的直徑及 $\angle ABC = 90^\circ$ 。

可得 $\angle ACD = \angle ABD = \alpha$ 及 $\angle BAC = \angle BDC = \beta$ 。

$$BC = AC \sin \beta$$

$$\begin{aligned}&= \left(\frac{x}{\cos \alpha} \right) \sin \beta \\ &= \frac{x \sin \beta}{\cos \alpha}\end{aligned}$$

39. [C]

$\angle ABE = \angle ADE = 28^\circ$ 及 $\angle ABC = 90^\circ$ 。

所以， $\angle CBE = 28^\circ + 90^\circ = 118^\circ$ 。

40. [D]

$\angle ADC = 90^\circ$. $\angle ADE = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$ 。

$\angle BCE = \angle ADE = 42^\circ$ 及 $\angle BEC = 180^\circ - 42^\circ - 56^\circ = 82^\circ$ 。

41. [B]

由於 $\widehat{PS} = \widehat{SR}$ ，可得 $\angle POS = \angle ROS = \frac{136^\circ}{2} = 68^\circ$ 。

由於 $OP = OS$ ，可得 $\angle SPO = \angle PSO = \frac{180^\circ - 68^\circ}{2} = 56^\circ$ 。

42. [B]

$$\angle ADE = \angle DAC + \angle ACD$$

$$= 36^\circ + 24^\circ$$

$$= 60^\circ$$

$$\angle ABE = \angle ADE$$

$$= 60^\circ$$

$$\angle ABD = \angle ABE + \angle DBE$$

$$90^\circ = 60^\circ + \angle DBE$$

$$\angle DBE = 30^\circ$$

43. [B]

$$\angle ABC = 140^\circ$$

$$\angle AEC = \frac{360^\circ - \angle ABC}{2}$$

$$= 110^\circ$$

$$\angle DAE = \angle ADC - \angle AED$$

$$= 140^\circ - 110^\circ$$

$$= 30^\circ$$

44. [D]

$$\angle CAB = \angle CDB = \angle DBA = \angle DCA = 20^\circ \text{ 及 } \angle ACB = 90^\circ.$$

$$\angle CBD = 180^\circ - 20^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 50^\circ.$$

45. [A]

$$\angle BAD = 180^\circ - \angle ABC = 38^\circ. \angle BOD = 2 \times 38^\circ = 76^\circ$$

$$\angle ADC = \angle ABC = 142^\circ. \angle ODE = 180^\circ - 142^\circ = 38^\circ.$$

$$\angle BED = 76^\circ + 38^\circ = 114^\circ$$

46. [B]

設 O 為圓心，及 N 為 AB 的中點使得 $ON \perp AB$ 。

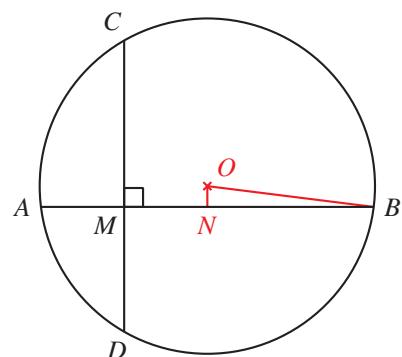
$$\triangle AMD \sim \triangle CMB$$

$$\frac{AM}{MD} = \frac{CM}{MB}$$

$$CM = 4$$

$$NB = \frac{2+6}{2} = 4 \text{ 及 } ON = 4 - \frac{4+3}{2} = 0.5$$

$$\text{半徑} = \sqrt{4^2 + 0.5^2} \approx 4.03$$



47. [D]

$$\text{反角 } \angle SOP = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$$

$$\angle STP = \frac{260^\circ}{2} = 130^\circ$$

$$\angle RTP = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\angle STR = 130^\circ - 45^\circ = 85^\circ$$

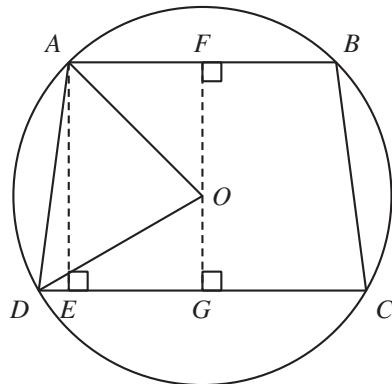
48. [D]

留意 $\angle ADC = \angle BCD = 80^\circ$ 及 $AB \parallel CD$ 。

設 E 為 CD 上的一點使得 $AE \perp CD$ 。

設 F 及 G 分別為 AB 及 CD 的中點。

將該圓的圓心記為 O 。



考慮 $\triangle ADE$ 。

$$\tan \angle ADE = \frac{AE}{DE}$$

$$\tan 80^\circ = \frac{AE}{\left(\frac{8-6}{2}\right)}$$

$$AE = \tan 80^\circ \text{ cm}$$

設 $OG = x \text{ cm}$ 。考慮 $\triangle ODG$ 及 $\triangle OAF$ 。

$$r^2 = 3^2 + (AE - x)^2 = 4^2 + x^2$$

$$-2(AE)x = 7 - AE^2$$

$$x \approx 2.22$$

$$\text{所求面積} = r^2 \pi$$

$$= (4^2 + x^2) \pi$$

$$\approx 65.7 \text{ cm}^2$$

49. [C]

$$C : x^2 + y^2 - 2x + 8y - \frac{534}{5} = 0$$

- I. ✓。圓心 $(1, -4)$ 。由於 $3(1) + 7(-4) + 25 = 0$ ，該直線通過圓心。
II. ✓。 $2^2 + 16^2 - 2(2) + 8(-16) - \frac{534}{5} = \frac{106}{5} > 0$ 。 $(2, -16)$ 在 C 外。
III. ✗。

50. [B]

設 C 的半徑為 r 。

C 的圓心的坐標為 $(6, r)$ 。

$$r = \sqrt{(6+2)^2 + (r-4)^2}$$

$$r^2 = r^2 - 8r + 80$$

$$r = 10$$

$$C'$$
 的半徑 $= \frac{10}{\sqrt{4}} = 5$

C' 的方程為

$$(x-6)^2 + (y-10)^2 = 5^2$$

$$x^2 + y^2 - 12x - 20y + 111 = 0$$

51. [C]

$x^2 + y^2 = 4$ 是一圓心 $(0, 0)$ 及半徑 2 的圓。

P 的軌跡是一對同心圓，圓心為 $(0, 0)$ 及半徑分別為 1 及 3。

答案為 C。

52. [A]

設 $P(x, y)$ 。

則 A 及 B 的坐標分別為 $(2x, 0)$ 及 $(0, 2y)$ 。

$$AB = \sqrt{(2x)^2 + (2y)^2}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{(AB)^2}{4}$$

P 的軌跡是一弧（圓的部分），其中圓心為 $(0, 0)$ 及半徑 $\frac{AB}{2}$ 。

53. [D]

I. ✗。圓心的坐標分別為 $\left(-\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 及 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$ 。

II. ✓。兩圓的半徑 $= \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - 0} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}}$

III. ✓。原點實為兩圓心的中點。

54. [A]

軌跡為 AB 的垂直平分線。

AB 的斜率 = $\frac{5+1}{1+5} = 1$ 。軌跡的斜率 = -1 。只有選項 A 的直線的斜率為 -1 。

55. [A]

P 的軌跡是一圓，圓心 $A(2, -5)$ 及半徑 AB 。

- A. ✓。圓心 $(2, -5)$ 及 $8^2 + 3^2 - 4(8) + 10(3) - 71 = 0$ 。
- B. ✗。圓心 $(-2, 5)$
- C. ✗。圓心 $(-2, 5)$
- D. ✗。圓心 $(2, -5)$ 但 $8^2 + 3^2 - 4(8) + 10(3) - 75 = -4 \neq 0$ 。

56. [C]

圓心 $(-10, 12)$ 。圓方程為 $x^2 + y^2 + 20x - 24y + F = 0$ 的形式，其中 F 為一常數。

AB 的中點的坐標為 $(-10, 0)$ 。

因此， A 及 B 的 x 坐標為 $-10 \pm 16 = 6$ 或 -26 。

$$(6)^2 + (0)^2 + 20(6) - 24(0) + F = 0$$

$$F = -156$$

$$C : x^2 + y^2 + 20x - 24y - 156 = 0$$

57. [B]

由 P 至 AB 的距離為 $\triangle PAB$ 的高，即為一常數。

P 的軌跡為兩直線，與直線 AB 維持一固定距離。

58. [D]

$$PA = AB$$

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y+5)^2} = \sqrt{(3+2)^2 + (-5-7)^2}$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 10y + 34 = 169$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 10y - 135 = 0$$

59. [C]

設 P 的坐標為 (x, y) 。

$$AB = 2AP$$

$$\sqrt{(3+5)^2 + (1+5)^2} = 2\sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2}$$

$$100 = 4(x^2 + y^2 - 6x - 2y + 10)$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$$

60. [B]

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$$

I. ✓。

II. ✗。半徑 = $\sqrt{1^2 + 2^2 + 3} = \sqrt{8} \neq 3$

III. ✓。 $2^2 + 1^2 - 2(2) + 4(1) - 3 = 2$

$$> 0$$

(2, 1) 在圓以外。

61. [C]

設 $P = (x, y)$ 。

$$PX = 2PY$$

$$\sqrt{x^2 + (y - 5)^2} = 2\sqrt{(x - 1)^2 + y^2}$$

$$x^2 + (y - 5)^2 = 4[(x - 1)^2 + y^2]$$

$$0 = 3x^2 + 3y^2 - 8x + 10y - 21$$

62. [C]

$$C_2 : x^2 + y^2 + 6x - 8y + \frac{33}{2} = 0$$

$G_1(4, 3)$ 及 $G_2(-3, 4)$ 。

I. ✓。 G_1O 的斜率 $\times G_2O$ 的斜率 = $\frac{3}{4} \times \frac{4}{-3} = -1$

II. ✗。 C_1 的半徑 = $\sqrt{4^2 + 3^2 - 20} = \sqrt{5}$ 及 C_2 的半徑 = $\sqrt{3^2 + 4^2 - \frac{33}{2}} = \sqrt{8.5} > \sqrt{5}$
故此， C_1 的面積小於 C_2 的面積。

III. ✓。 $OG_1 = OG_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

63. [D]

$$C_2 : x^2 + y^2 + 10x - 14y + \frac{75}{2} = 0$$

G_1 及 G_2 的坐標分別為 $(0, 10)$ 及 $(-5, 7)$ 。

$$C_1 \text{ 的半徑} = \sqrt{0^2 + 10^2 - 0} = 10$$

$$C_2 \text{ 的半徑} = \sqrt{5^2 + 7^2 - \frac{75}{2}} = \sqrt{\frac{73}{2}}$$

I. ✗。

II. ✓。 $G_1G_2 = \sqrt{(0 + 5)^2 + (10 - 7)^2} = \sqrt{34} < 10$

因此， G_2 在 C_1 內。

III. ✗。 $G_1G_2 = \sqrt{34} < \sqrt{\frac{37}{2}}$

因此， G_1 在 C_2 內。

64. [D]

圓心 (p, q) 在第四象限。故此， $p > 0$ 及 $q < 0$ 。

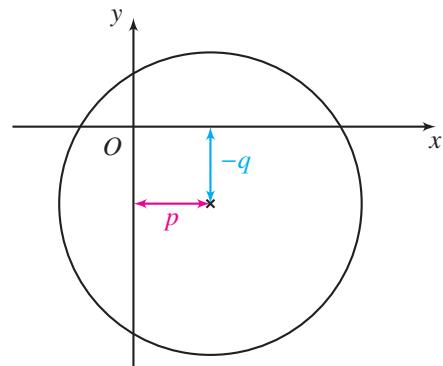
I. ✓。

II. ✓。 $p - r < 0$

(長度 p 較半徑短)

III. ✓。 $\sqrt{p^2 + q^2} < r$

(原點與圓心的距離小於半徑)



65. [C]

該圓通過點 $(5 \pm 12, 0)$ ，即 $(-7, 0)$ 及 $(17, 0)$ 。

圓心 $(5, -7) \Rightarrow$ 該圓為 $x^2 + y^2 - 10x + 14y + F = 0$ 的形式。

代 $(-7, 0)$ ， $F = -119$ 。

66. [A]

$$x^2 + y^2 - x - \frac{y}{2} + \frac{1}{4} = 0$$

I. ✗。圓心 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

$$\text{II. ✗。半徑} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \neq 2$$

III. ✓。半徑 $= \frac{1}{4}$ = 圓心的 y 坐標。

故此，該圓與 x 軸相切。

67. [C]

$$C_2 : x^2 + y^2 + 6x - 8y + \frac{25}{2} = 0$$

I. ✓。 $G_1(8, -6)$ 、 $G_2(-3, 4)$ 。 $OG_1 = 10 = 2OG_2$

$$\text{II. ✗。} m_{OG_1} \times m_{OG_2} = \frac{-6}{8} \times \frac{4}{-3} \neq -1$$

$$\text{III. ✓。} C_1 \text{ 的半徑} = \sqrt{8^2 + 6^2 - 75} = 5, C_2 \text{ 的半徑} = \sqrt{3^2 + 4^2 - \frac{25}{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

C_1 的面積與 C_2 的面積之比為 $5 : \left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2 : 1$ 。

68. [B]

P 的軌跡為 L_1 與 L_2 形成的角的角平分線。

L_1 的斜率 $= -\frac{5}{12}$ 及 L_2 的斜率 $= \frac{5}{12}$ 。

P 的軌跡由通過 L_1 與 L_2 的交點的一水平線及一垂直線組成。

所求方程為 $x = 12$ 及 $y = -3$ 。

69. [A]

$$C : x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$$

- I. ✗。圓心 $(2, -4)$ 在第四象限。
- II. ✓。半徑 $= \sqrt{2^2 + 4^2 + 5} = 5$ ，面積 $= 5^2 \pi = 25\pi$ 。
- III. ✗。 $3^2 + (-2)^2 - 4(3) + 8(-2) - 5 = -20 < 0$
點 $(3, -2)$ 在 C 內。

70. [D]

Q 的軌跡應為一對直線，長度為無限，與 L 距離 2 單位，一條在 L 以上，另一條在 L 以下。

71. [C]

L_1 與 L_2 為兩相交直線。

P 的軌跡包含兩由 L_1 與 L_2 形成的角的兩隻角的角平分線。

72. [D]

圓心 $(2, -1)$

$$P$$
 與圓心之距離 $= \sqrt{(2+2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{20}$

$$\text{半徑} = \sqrt{2^2 + 1^2 + 31} = 6$$

$$\text{所求長度} = 2\sqrt{6^2 - (\sqrt{20})^2}$$

$$= 8$$

73. [A]

I. ✓。半徑 $= \sqrt{9} = 3$

II. ✓。圓心的坐標為 $(4, 5)$ 。

由於 $3(4) + 4(5) - 32 = 0$ ，該圓心在直線 $3x + 4y - 32 = 0$ 上。

該直線將 C 分成兩等分。

III. ✗。原點與圓心的距離 $= \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} > 3$

原點 O 在圓 C 以外。

74. [C]

C 的方程為 $x^2 + y^2 + \frac{12}{5}x - \frac{6}{5}y - \frac{11}{5} = 0$ 。

I. ✓。代 $(x, y) = (0, 0)$ ，

$$\text{可得 } 0^2 + 0^2 + \frac{12}{5}(0) - \frac{6}{5}(0) - \frac{11}{5} = -\frac{11}{5} < 0。$$

原點在 C 內。

$$\begin{aligned}\text{II. ✓。半徑} &= \sqrt{\left(\frac{12}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \frac{11}{5}} \\ &= 2\end{aligned}$$

$$\text{面積} = 2^2\pi = 4\pi$$

III. ✗。 C 的圓心的坐標為 $\left(-\frac{6}{5}, \frac{3}{5}\right)$ 。

75. [D]

$C : x^2 + y^2 - 3x + y - \frac{13}{2} = 0$

I. ✗。圓心 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

$$\text{II. ✓。} AB = \sqrt{(2-1)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{10}$$

$$\text{半徑} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{13}{2}} = 3 < AB$$

III. ✓。 AB 的斜率 $= \frac{1+2}{2-1} = 3$

AG 的斜率 $= \frac{-2 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{3}{2}} = 3$ ，其中 G 為圓心

因此，三點共線。