

REG-EOC-2324-ASM-SET 2-MATH

建議題解

多項選擇題

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C | 2. D | 3. C | 4. A | 5. C |
| 6. A | 7. D | 8. A | 9. B | 10. C |
| 11. B | 12. D | 13. A | 14. B | 15. B |
| 16. A | 17. A | 18. B | 19. C | 20. C |
| 21. B | 22. C | 23. C | 24. A | |

1. ☐ C

圓心的坐標為 $(-3, -6)$ 。

$$\text{半徑} = \sqrt{9} = 3$$

2. ☐ D

圓心的坐標為 $(2, -1)$ 。

$$\text{圓周} = 2\pi(\sqrt{2^2 + 1^2 + 11})$$

$$= 8\pi$$

3. ☐ C

$$\frac{k}{-2} = 2$$

$$k = -4$$

$$\text{面積} = \pi(\sqrt{1^2 + 2^2 + 11})^2$$

$$= 16\pi$$

4. ☐ A

圓心的坐標為 $(-1, 5)$ 。

$$-1 - 3(5) + 2a = 0$$

$$a = 8$$

5. ☐ C

圓心的坐標為 $(-1, 6)$ 。

A. ✗ $\circ 2(-1) + 6 - 3 = 1 \neq 0$

B. ✗ $\circ -1 + 3(6) - 14 = 3 \neq 0$

C. ✓ $\circ 2(-1) + 3(6) - 16 = 0$

D. ✗ $\circ 2(-1) + 2(6) - 7 = 3 \neq 0$

6. A

圓心的坐標為 $\left(-\frac{D}{2}, 5\right)$ 。

圓心在直線 $5x - 6y + 25 = 0$ 上。

$$5\left(-\frac{D}{2}\right) - 6(5) + 25 = 0$$

$$D = -2$$

7. D

圓心的坐標為 $(3, -4)$ 。

$$\text{Radius} = \sqrt{3^2 + 4^2 - 9} = 4$$

I. \checkmark 。

II. \checkmark 。由圓心至 x 軸的距離等於半徑。

III. \checkmark 。由圓心至 y 軸的距離小於半徑。

8. A

$$x^2 + 0 - 11x + 0 + 18 = \quad \quad \quad \text{及} \quad 0 + y^2 - 0 + 9y + 18 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{或} \quad 9$$

$$y = -3 \quad \text{或} \quad -6$$

$$\text{所求面積} = \frac{(9)(6)}{2} - \frac{(2)(3)}{2}$$

$$= 24$$

9. B

A. \times 。重寫方程為 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = -10$ 。可得 $r^2 = -10 < 0$ ，沒有可能。

B. \checkmark 。

C. \times 。 x^2 與 y^2 的係數不相等。

D. \times 。 x^2 與 y^2 的係數不相等。

10. C

圓心的坐標為 $(4, -2)$ 。

$$4^2 + 2^2 + 4k > 0$$

$$k > -5$$

11. B

$$\text{A. } \times. h^2 + k^2 - F = 3^2 + 5^2 - 30 = 4 \neq 0$$

$$\text{B. } \checkmark. h^2 + k^2 - F = 4^2 + 1^2 - 17 = 0$$

$$\text{C. } \times. h^2 + k^2 - F = 2.5^2 + 2.5^2 + 3.5 = 16 \neq 0$$

$$\text{D. } \times. h^2 + k^2 - F = 6^2 + 2^2 - 70 = -30 \neq 0$$

12. D

圓 $x^2 + y^2 - 2(k+1)x - 2(k-3)y - 2(k^2 - 9) = 0$ 為實圓。

$$(k+1)^2 + (k-3)^2 + 2(k^2 - 9) > 0$$

$$4k^2 - 4k - 8 > 0$$

$$k < -1 \quad \text{或} \quad k > 2$$

13. A

圓心的坐標為 $(-1, 6)$.

$$10 = 2\sqrt{1^2 + 6^2 - k}$$

$$k = 12$$

A. \checkmark 。L.H.S. $= 0^2 + 0^2 + 0 - 0 + 12 = 12 > 0$

點 $(0, 0)$ 在圓 C 外。

B. \times 。L.H.S. $= 2^2 + 5^2 + 2(2) - 12(5) + 12 = -15 < 0$

點 $(2, 5)$ 在圓 C 內。

C. \times 。L.H.S. $= 1^2 + 6^2 + 2(1) - 12(-6) + 12 = 123 > 0$

點 $(1, -6)$ 在圓 C 外。

D. \times 。L.H.S. $= 2^2 + 2^2 + 2(-2) - 12(-2) + 12 = 40 > 0$

點 $(-2, -2)$ 在圓 C 內。

14. B

A. L.H.S. $= 0 + 6^2 - 0 - 10(6) - 35 = -59$

$A(0, 6)$ 在該圓內。

B. L.H.S. $= 6^2 + 6^2 - 4(-6) - 10(6) - 35 = 1 > 0$

$B(-6, 6)$ 在該圓外。

C. L.H.S. $= 4^2 + 2^2 - 4(4) - 10(-2) - 35 = -11 < 0$

$C(4, -2)$ 在該圓內。

D. L.H.S. $= 1^2 + 2^2 - 4(-1) - 10(-2) - 35 = -6 < 0$

$D(-1, -2)$ 在該圓內。

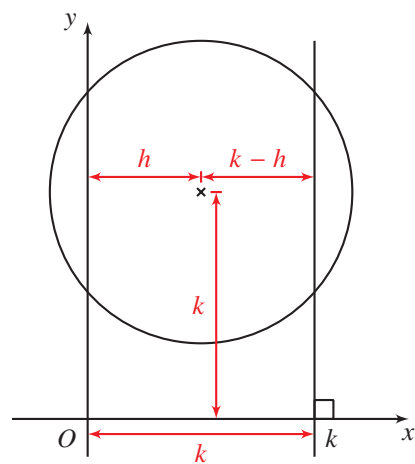
15. **B**

圓心在象限一。故此， $h > 0$ 及 $k > 0$ 。

I. ✓。可得 $h < r$ ，即 $h - r < 0$ 。

II. ✗。可得 $k > r$ ，即 $k - r > 0$ 。

III. ✓。可得 $k - h < r$ 。



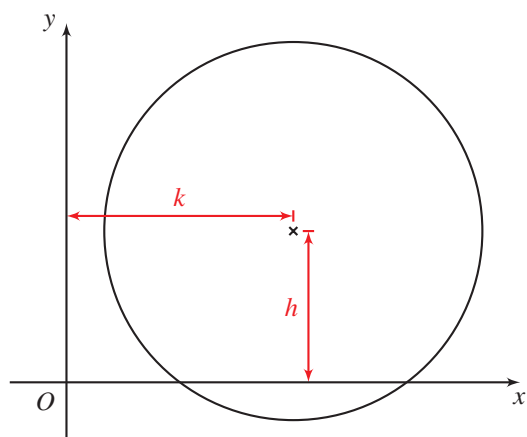
16. **A**

圓心在象限一，可得 $h > 0$ 及 $k > 0$ 。

I. ✓。可得 $h < k$ ，即 $h - k < 0$ 。

II. ✓。可得 $h < r$ ，即 $h - r < 0$ 。

III. ✗。可得 $k > r$ ，即 $k - r > 0$ 。



17. **A**

圓心在象限二，可得 $h < 0$ 及 $k > 0$ 。

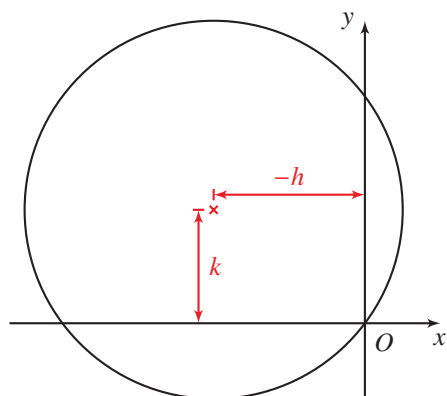
I. ✓。

II. ✓。可得 $r > -h$ ，即 $r + h > 0$ 。

III. ✗。考慮圓心與原點的距離。

$$r > \sqrt{h^2 + k^2}$$

$$r^2 > h^2 + k^2$$



18. B

C_1 的圓心的坐標為 $(3, 4)$ 。

$$C_1 \text{ 的半徑} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 9} = \sqrt{34}$$

C_2 的圓心的坐標為 $(6, 6)$ 。

$$C_2 \text{ 的半徑} = \sqrt{6^2 + 6^2 - 67} = \sqrt{5}$$

$$\text{圓心的距離} = \sqrt{(6-3)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{13}$$

C_2 的圓心在 C_1 內。

答案為 B。

19. C

圓心的坐標為 $(3, 2)$ 。

$$\text{半徑} = \sqrt{3^2 + 2^2 - 4} = 3$$

$$A \text{ 與圓心的距離} = \sqrt{(3+3)^2 + (2+6)^2} = 10$$

$$\text{所求距離} = 10 - 3 = 7$$

20. C

$$\text{圓心 } (1, -2); \text{ 半徑} = \sqrt{1^2 + 2^2 - 4} = 1$$

$$\text{由 } A \text{ 至圓心的距離} = \sqrt{(5-1)^2 + (-5+2)^2} = 5$$

$$\text{所求距離} = 5 - 1$$

$$= 4$$

21. B

I. \checkmark 。

$$\text{II. } \times. \text{ 半徑} = \sqrt{3^2 + 6^2 + 4} = 7 \neq 49$$

$$\text{III. } \checkmark. \text{ L.H.S.} = 0^2 + 0^2 - 0 + 0 - 4 < 0$$

原點在該圓內。

22. C

$$C: x^2 + y^2 - 6x + 2y + \frac{3}{2} = 0$$

圓心的坐標為 $(3, -1)$ 。

$$\text{半徑} = \sqrt{3^2 + 1^2 - \frac{3}{2}} = \sqrt{8.5}$$

I. \times 。

II. \checkmark 。 PQ 的中點的坐標為 $(2, 2)$ 。

$$\text{L.H.S.} = 2^2 + 2^2 - 6(2) + 2(2) + \frac{3}{2} = 1.5 > 0$$

PQ 的中點在 C 以外。

$$\begin{aligned} \text{III. } \checkmark. (PG \text{ 的斜率})(QG \text{ 的斜率}) &= \frac{1+1}{-1-3} \times \frac{3+1}{5-3} \\ &= -1 \end{aligned}$$

因此， $\angle PGQ = 90^\circ$ 。

23. C

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$$

圓心的坐標為 $(-2, 3)$ 。

$$\text{半徑} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 12} = 5$$

A. ✗。

B. ✓。

C. ✓。L.H.S. $= 0^2 + 0^2 + 0 - 0 - 12 = -12 < 0$

原點在圓內。

24. A

$$x^2 + y^2 + 4x + 8y - 5 = 0$$

圓心的坐標為 $(-2, -4)$ 。

$$\text{半徑} = \sqrt{2^2 + 4^2 + 5} = 5$$

I. ✓。

II. ✗。AB 的中點的坐標為 $(2, 0)$ 。

$$\text{L.H.S.} = 2^2 + 0 + 4(2) + 0 - 5 = 7 \neq 0$$

AB 的中點不在圓上。

$$\begin{aligned} \text{III. ✗。}(AG \text{ 的斜率})(BG \text{ 的斜率}) &= \frac{2+4}{3+2} \times \frac{-2+4}{1+2} \\ &= \frac{4}{5} \neq -1 \end{aligned}$$

AG 與 BG 不互相垂直。

結構式試題

25. (a) C_1 及 C_2 的圓心的坐標分別為 $(5, -3)$ 及 $(2, -4)$ 。 1M
 所求距離 $= \sqrt{(5-2)^2 + (-3+4)^2} = \sqrt{10}$ 1A
- (b) C_1 及 C_2 的半徑分別為 2 及 3。 1M
 由於 $(3-2) < \text{兩圓心的距離} < (3+2)$ ， 1A
 該兩圓相交於兩點。
26. (a) C_1 及 C_2 的圓心分別為 $(2, -1)$ 及 $(-2, -3)$ 。 1M
 所求距離 $= \sqrt{(2+2)^2 + (-1+3)^2} = 2\sqrt{5}$ 1A
- (b) $\sqrt{2^2 + (-1)^2} + \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 - k} = 2\sqrt{5}$ 1M
 $\sqrt{13-k} = \sqrt{5}$
 $k = 8$ 1A
27. (a) M 的坐標為 $(4, 7)$ 。 1A
 半徑 $= \sqrt{4^2 + 7^2 - 61} = 2$ 1A
- (b) L 的斜率為 $-\frac{4}{3}$ 。
 MN 的斜率 $= \frac{3}{4}$ 1M
 所求方程為
 $y - 7 = \frac{3}{4}(x - 4)$ 1M
 $3x - 4y + 16 = 0$ 1A
- (c) (i) 解 $\begin{cases} 3x - 4y + 16 = 0 \\ 4x + 3y - 62 = 0 \end{cases}$ ， 1M
 可得 $x = 8$ 及 $y = 10$ 。
 N 的坐標為 $(8, 10)$ 。 1A
- (ii) $MN = \sqrt{(8-4)^2 + (10-7)^2} = 5$ 1M
 所求距離 $= 5 - 2$ 1A
 $= 3$

28. (a) (2, 3) 1A
- (b) (i) 設 P 的坐標為 (a, b) 。
 可得 $3a - 2b - 13 = 0$ 。
 PA 的斜率 $= \frac{3-b}{2-a}$
 $\frac{3-b}{2-a} \times \frac{3}{2} = -1$ 1M
 $2a + 3b - 13 = 0$
 求解後，可得 $a = 5$ 及 $b = 1$ 。 1A
 所求長度 $= \sqrt{(5-2)^2 + (1-3)^2}$
 $= \sqrt{13}$ 1A
- (ii) (1) P 、 A 、 Q 共線。 1A
- (2) 半徑 $= \sqrt{2^2 + 3^2 - 9}$
 $= 2$
 所求比例 $= AQ : AP$ 1M
 $= 2 : \sqrt{13}$ 1A