REG-CP1B-2324-ASM-SET 2-MATH
建議題解

結構式試題

1. (a) 所求數目 $= 11!$
$= 39\,916\,800$ 1A

(b) 所求數目 $= C_4^8 \times C_3^5 \times 3!4!$ 1M+1M
$= 100\,800$ 1A

2. (a) 所求概率 $= \dfrac{C_4^4}{C_4^{25}}$ 1M
$= \dfrac{1}{12\,650}$ 1A

(b) 所求概率 $= \dfrac{C_4^4 + C_2^4 C_1^9 C_1^{12} + C_2^9 C_2^{12}}{C_4^{25}}$ 1M
$= \dfrac{11}{46}$ 1A

3. (a) 所求概率 $= \dfrac{C_2^6}{C_2^{20}}$ 1M
$= \dfrac{3}{38}$ 1A

(b) 所求概率 $= \dfrac{3}{38} + \dfrac{C_1^6 C_1^{14}}{C_2^{20}} \times \dfrac{C_4^{11}}{C_4^{12}} + \dfrac{C_2^{14}}{C_2^{20}} \times \dfrac{C_4^{10}}{C_4^{12}}$ 1M
$= \dfrac{3617}{6270}$ 1A

4. (a) 所求概率 $= \dfrac{C_5^5 C_1^8}{C_6^{13}}$ 1M
$= \dfrac{2}{429}$ 1A

(b) 所求概率 $= 1 - \dfrac{2}{429} - \dfrac{C_4^5 C_2^8}{C_6^{13}}$ 1M
$= \dfrac{392}{429}$ 1A

5. (a) 所求概率 $= \dfrac{C_4^{12}}{C_4^{20}}$ 1M
$= \dfrac{33}{323}$ 1A

(b) 所求概率 $= \dfrac{C_1^{12} C_3^8}{C_4^{20}}$ 1M
$= \dfrac{224}{1615}$ 1A

(c) 所求概率 $= \dfrac{C_1^8 C_3^{12} + C_2^8 C_2^{12}}{C_4^{20}}$ 1M
$= \dfrac{3608}{4845}$ 1A

6. (a) $y = 7$ 1A

$67 - \frac{1}{2}[(40 + x) + 51] = 18$

$x = 7$ 1A

(b) 平均值 $= \frac{34 + 35 + \ldots + 83}{20}$

$= 58$

標準差 $= \sigma \approx 13.5$

所求標準分 $= \frac{62 - 58}{\sigma}$ 1M

≈ 0.296 1A

(c) 兩被刪除的數據之和 $= 58 \times 2 = 116$

該被刪除的數據只可能為 $\{42, 74\}$。 1M

在這情況中，新的標準差為 13.2，較原來的標準差低。

新的平均值同為 58。

故此，新的標準分上升。 1M

不同意該宣稱。 1A

7. (a) 設平均分為 x 分。

$\frac{x - \mu}{4} - \frac{56 - \mu}{4} = 1.5 - (-1)$ 1M

$\frac{x - 56}{4} = 2.5$

$x = 66$ 1A

(b) 原來的平均分為 60。

若志明離開該組，平均分維持不變，考試分數的標準差增加。 1A

素珊的新標準分 $= \frac{56 - 60}{\sigma} > \frac{56 - 60}{4}$

素珊的標準分增加。 1A

8. (a) 有可能第 18 名及第 19 名學生的得分均為 50 分，使中位數為 50。 1M

所求概率將大於 0.5。

不同意該宣稱。 1A

(b) 彼得相對於男生的標準分 $= \frac{48 - 52}{12} = -\frac{1}{3}$

瑪莉相對於女生的標準分 $= \frac{48 - 52}{10} = -\frac{2}{5} < -\frac{1}{3}$ 1M

同意該宣稱。 1A

9. (a) 設平均值及標準差分別為 μ 分及 σ 分。

$$\begin{cases} \dfrac{75-\mu}{\sigma} = 1.5 \\ \dfrac{45-\mu}{\sigma} = -1 \end{cases}$$ 1M

求解後，可得 $\mu = 57$。 1A

(b) 由於平均值 = 57 < 60 = 該分佈的中位數，一半學生的分數不小於 57。 1M

不同意該宣稱。 1A

10. (a) 設 m 分為該次測驗的平均分。

$$\frac{86-m}{8} = 1.5$$ 1M

$$m = 74$$

志誠的標準分 $= \dfrac{68-74}{8}$

$= -0.75$ 1A

(b) (i) 標準差 = $8(1 + 30\%) = 10.4$ 分 1A

(ii) 設 z 及 x 分別為某學生原來的標準分及得分。

$$z = \frac{x-74}{8}$$

新的標準分 $= \dfrac{[x(1+30\%)+3]-[74(1+30\%)+3]}{10.4}$ 1M+1A

$= \dfrac{1.3(x-74)}{10.4}$

$= \dfrac{x-74}{8}$

$= z$

同意該宣稱。 1A

11. (a) $AB = BC \tan 70°$

≈ 54.9 cm 1A

(b) (i) $CD = AB \approx 54.9$ cm

$50^2 = 20^2 + CD^2 - 2(20)(CD)\cos\angle BCD$ 1M

$\angle BCD \approx 65.3°$ 1A

(ii) 設 E 為 AC 上的一點使得 $BE \perp AC$。

設 F 為 CD 上的一點使得 $EF \perp AC$。

所求之角為 $\angle BEF$。 1M

$BE = 20\sin 70° \approx 18.8$ cm

$EF = \dfrac{20}{\cos 20°} - 20\sin 70° \approx 2.49$ cm 1M

$CF = 20\tan 20° \approx 7.28$ cm

$BF^2 = 20^2 + CF^2 - 2(20)(CF)\cos\angle BCD$ 1M

$BF \approx 18.2$ cm

$BF^2 = BE^2 + EF^2 - 2(BE)(EF)\cos\angle BEF$

$\angle BEF \approx 72.4°$ 1A

所求之角為 72.4°。

12. (a) 設 K 為 EF 上的一點使得 $CK \perp EF$。

考慮 $\triangle CFK$。

$$\cos \angle CFK = \frac{\left(\frac{60-30}{2}\right)}{50}$$

$$\angle CFK \approx 72.5^\circ$$

$\angle DCF = 180^\circ - \angle CFK \approx 107^\circ$ 1A

考慮 $\triangle DCF$。

$$DF^2 = 30^2 + 50^2 - 2(30)(50)\cos \angle DCF$$

$$DF \approx 65.6 \text{ cm}$$ 1A

(b) 設 J 為 FH 上的一點使得 $CJ \perp FH$。

$AC = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2}$ cm

$HF = \sqrt{60^2 + 60^2} = 60\sqrt{2}$ cm

考慮 $\triangle CFJ$。

$$CJ = \sqrt{50^2 - \left(\frac{HF - AC}{2}\right)^2}$$ 1M

$$= 5\sqrt{82} \text{ cm}$$

該平截頭體的高為 $5\sqrt{82}$ cm。 1A

(c) $BD = AC = 30\sqrt{2}$ cm

$BF = DF \approx 65.6$ cm

考慮 $\triangle BDF$。

設 $s = \dfrac{BD + BF + DF}{2}$。

$\triangle BDF$ 的面積 $= \sqrt{s(s - BD)(s - DF)(s - BF)}$ 1M

$\approx 1320 \text{ cm}^2$

設 h cm 為所求距離。

考慮四面體 $CBDF$ 的體積。

$$\frac{1}{3}(\triangle BDF \text{ 的面積})(h) = \frac{1}{3}\left[\frac{(30)(30)}{2}\right](5\sqrt{82})$$ 1M

$$h \approx 15.5$$ 1A

所求距離為 15.5 cm。

13. (a) $\angle BAC = 180° - 56° - 82° = 42°$

$$\frac{BC}{\sin 42°} = \frac{20}{\sin 56°}$$ 1M

$BC \approx 16.1\text{ cm}$ 1A

(b) (i) $10^2 = BC^2 + 20^2 - 2(BC)(20)\cos\angle ABC$ 1M

$\angle ABC \approx 29.8°$ 1A

(ii) 設 E 為 BD 上的一點使得 $CE \perp BD$。

設 F 為 AB 上的一點使得 $EF \perp BD$。

所求之角為 $\angle CEF$。 1M

$BF = BC \approx 16.1\text{ cm}$

$CE = FE = BC\sin\frac{82°}{2} \approx 10.6\text{ cm}$

$CF^2 = BC^2 + BF^2 - 2(BC)(BF)\cos\angle ABC$ 1M

$CF \approx 8.29\text{ cm}$

$CF^2 = EF^2 + CE^2 - 2(EF)(CE)\cos\angle CEF$ 1M

$\angle CEF \approx 46.1° > 45°$

同意該宣稱。 1A

14. (a) (i) 設 $s = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$。

所求面積 $= \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$ 1M

$= 84\text{ cm}^2$ 1A

(ii) $\frac{14(AE)}{2} = 84$

$AE = 12\text{ cm}$ 1A

(b) 所求之角為 $\angle AEF$。 1M

$13^2 = 14^2 + 15^2 - 2(14)(15)\cos\angle ADB$

$\angle ADB \approx 53.1°$

$\angle CBD = \angle ADB \approx 53.1°$

$BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 5\text{ cm}$ 1M

$EF = 5\tan\angle CBD \approx 6.67\text{ cm}$

$\cos\angle AEF = \frac{EF}{AE}$ 1M

$\angle AEF \approx 56.3°$ 1A

15. (a) $\dfrac{\sin \angle BAD}{85} = \dfrac{\sin 60^\circ}{102}$ 1M

$\angle BAD \approx 46.2^\circ$ 或 134°（捨去）

$\angle BDA = 180^\circ - \angle BAD - 60^\circ \approx 73.8^\circ$

$AB^2 = 102^2 + 85^2 - 2(102)(85)\cos \angle BDA$

$AB \approx 113\text{ cm}$ 1A

$\angle BDC = 140^\circ - \angle BDA \approx 66.2^\circ$

$BC = 85 \tan \angle BDC \approx 193\text{ cm}$ 1A

$CD = \dfrac{85}{\cos \angle BDC} \approx 211\text{ cm}$ 1A

(b) (i) 設 G 為 BC 上的一點使得 $AG \perp BC$。

設 H 為 CD 上的一點使得 $GH \perp BC$。

所求之角為 $\angle AGH$。 1M

$AC = \sqrt{CD^2 - AD^2} \approx 184\text{ cm}$

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2(AC)(BC)\cos \angle ACB$

$\angle ACB \approx 34.8^\circ$

$AG = AC \sin \angle ACB \approx 105\text{ cm}$ 1M

$CG = AC \cos \angle ACB \approx 151\text{ cm}$

$\dfrac{GH}{85} = \dfrac{CG}{BC}$

$GH \approx 66.7\text{ cm}$

$CH = \sqrt{GH^2 + CG^2} \approx 165\text{ cm}$

$\angle ACD = \tan^{-1} \dfrac{102}{AC} \approx 29.0^\circ$

$AH^2 = AC^2 + CH^2 - 2(AC)(CH)\cos \angle ACD$

$AH \approx 89.3\text{ cm}$

$AH^2 = AG^2 + GH^2 - 2(AG)(GH)\cos \angle AGH$ 1M

$\angle AGH \approx 57.5^\circ$ 1A

(ii) 留意 B 在 F 的 N15°E 方位。

考慮影子的面積。

$$\frac{BD(BF\sin 15°)}{2} + \frac{(BC)(BF\cos 15°)}{2} = 2 \times 100^2$$ 1M

$$BF \approx 192\text{ cm}$$

設 K 為 A 在水平地面上的投影。。

留意 F、B 及 K 共線。

$AK = AG\sin\angle AGH \approx 88.8\text{ cm}$ 1M

$BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} \approx 70.1\text{ cm}$

$\tan\phi = \dfrac{AK}{BF + BK}$ 1M

$\phi \approx 18.7° < 20°$

該宣稱不正確。 1A