

# REV-LOG-2324-ASM-SET 2-MATH

## 建議題解

### 多項選擇題

|       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D  | 2. C  | 3. B  | 4. A  | 5. A  |
| 6. B  | 7. B  | 8. C  | 9. C  | 10. A |
| 11. B | 12. D | 13. D | 14. A | 15. D |
| 16. A | 17. B | 18. C | 19. B | 20. D |
| 21. B | 22. A | 23. B | 24. B | 25. B |
| 26. C | 27. B | 28. C | 29. D | 30. C |

1. D

$$\begin{aligned}\log_9(x+2) - 3\log_9 y &= \frac{1}{2} \\ \log_9 \frac{x+2}{y^3} &= \frac{1}{2} \\ \frac{x+2}{y^3} &= 9^{\frac{1}{2}} \\ x &= 3y^3 - 2\end{aligned}$$

2. C

$$\begin{aligned}\log x^2 - 2 &= \log 15x \\ \log x^2 - \log 15x &= 2 \\ \log \frac{x^2}{15x} &= 2 \\ \frac{x}{15} &= 10^2 \\ x &= 1500\end{aligned}$$

3. B

$$\begin{aligned}x &= \log \sqrt{\frac{y-1}{y}} \\ 10^x &= \sqrt{\frac{y-1}{y}} \\ 10^{2x} &= 1 - \frac{1}{y} \\ \frac{1}{y} &= 1 - 10^{2x} \\ y &= \frac{1}{1 - 10^{2x}}\end{aligned}$$

4. A

$$2 \log y + 1 = 4 \log x$$

$$2 \log y - 4 \log x = -1$$

$$\log \frac{y^2}{x^4} = -1$$

$$\frac{y^2}{x^4} = 10^{-1}$$

$$y^2 = \frac{x^4}{10}$$

$$y = \sqrt{\frac{x^4}{10}}$$

5. A

$$\log_{2x}(4x - 5) = 1$$

$$4x - 5 = (2x)^1$$

$$x = \frac{5}{2}$$

6. B

$$\log_3(2x - 1) - \log_3(3x - 2) = 2$$

$$\log_3 \frac{2x - 1}{3x - 2} = 2$$

$$\frac{2x - 1}{3x - 2} = 3^2$$

$$2x - 1 = 27x - 18$$

$$x = \frac{17}{25}$$

7. B

$$\frac{1}{3} \log x - 1 = \log 2$$

$$\frac{1}{3} \log x - \log 2 = 1$$

$$\log \frac{x^{\frac{1}{3}}}{2} = 1$$

$$\frac{x^{\frac{1}{3}}}{2} = 10^1$$

$$x^{\frac{1}{3}} = 20$$

$$x = 20^3$$

$$= 8000$$

8. C

$$\log_5(4x + 3) - 2 = 0$$

$$\log_5(4x + 3) = 2$$

$$4x + 3 = 5^2$$

$$x = \frac{11}{2}$$

9. C

$$a = \log \frac{b+c}{b-c}$$

$$10^a = \frac{b+c}{b-c}$$

$$10^a(b-c) = b+c$$

$$10^a b - b = c + 10^a c$$

$$c = \frac{b(10^a - 1)}{10^a + 1}$$

10. A

$$\log x^4 = \log 4x^2 + 2$$

$$\log x^4 - \log 4x^2 = 2$$

$$\log \frac{x^4}{4x^2} = 2$$

$$\frac{x^2}{4} = 10^2$$

$$x^2 = 400$$

$$x = 20 \quad \text{或} \quad -20$$

11. B

$$4 \log x + 3 \log y = 0$$

$$\log y = -\frac{4}{3} \log x$$

$$\log y = \log x^{-\frac{4}{3}}$$

$$y = x^{-\frac{4}{3}}$$

$$y = \frac{1}{x^{\frac{4}{3}}}$$

12. D

$$\log \frac{a}{2} = 10 \log b$$

$$\log \frac{a}{2} = \log b^{10}$$

$$\frac{a}{2} = b^{10}$$

$$a = 2b^{10}$$

13. D

$$\frac{\log 2x}{\log y} = \frac{2a}{b}$$

$$\log 2x = \frac{2a}{b} \log y$$

$$\log 2x = \log y^{\frac{2a}{b}}$$

$$2x = y^{\frac{2a}{b}}$$

$$x = \frac{1}{2} y^{\frac{2a}{b}}$$

14. A

$$\frac{\log m + \log n}{\log \frac{m}{n}} = 3$$

$$\log m + \log n = 3(\log m - \log n)$$

$$-2 \log m = -4 \log n$$

$$\log m = 2 \log n$$

$$m = n^2$$

15. D

I. ✗。考慮當  $x = 1$  及  $y = z = 10$  的情況。可得  $\log x^2 + \log y^2 = \log z^2$  但  $x^2 + y^2 \neq z^2$ 。

II. ✓。  $\log x^2 + \log y^2 = \log z^2$

$$2 \log x + 2 \log y = 2 \log z$$

$$\log x + \log y = \log z$$

III. ✓。  $\log x^2 + \log y^2 = \log z^2$

$$\log x^2 y^2 = \log z^2$$

$$x^2 y^2 = z^2$$

16. A

$$y = \frac{3^x}{3^x - 3}$$

$$(3^x - 3)y = 3^x$$

$$3^x(y - 1) = 3y$$

$$x = \log_3 \frac{3y}{y - 1}$$

$$= \log_3 \frac{y}{y - 1} + \log_3 3$$

$$= \log_3 \frac{y}{y - 1} + 1$$

17. B

$$3^a = 4^b \quad \text{及} \quad 3^a = 12^c$$

$$a \log 3 = b \log 4 \quad a \log 3 = c \log 12$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\log 4}{\log 3} \quad \frac{a}{c} = \frac{\log 12}{\log 3}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{a}{c} = \frac{\log 4}{\log 3} - \frac{\log 12}{\log 3}$$

$$= \frac{1}{\log 3} \log \frac{4}{12}$$

$$= \frac{-\log 3}{\log 3}$$

$$= -1$$

18. C

$$2^x = 10^z \quad \text{及} \quad 5^y = 10^z$$

$$x \log 2 = z \quad z = y \log 5$$

$$\frac{x}{z} = \frac{1}{\log 2} \quad \frac{y}{z} = \frac{1}{\log 5}$$

$$\frac{x+y}{z} = \frac{1}{\log 2} + \frac{1}{\log 5}$$

$$= \frac{\log 5 + \log 2}{(\log 2)(\log 5)}$$

$$= \frac{1}{(\log 2)(\log 5)}$$

19. B

$$x = y^n$$

$$\log x = n \log y$$

$$\frac{\log y}{\log x} = \frac{1}{n}$$

$$\log_x y = \frac{1}{n}$$

20. D

設需時  $n$  年。

$$550\,000(1 + 3\%)^3(1 + 2.5\%)^{n-3} > 800\,000$$

$$1.025^{n-3} > \frac{16}{11(1.03)^3}$$

$$(n-3) \log 1.025 > \log \frac{16}{11(1.03)^3}$$

$$n > 14.6$$

需時 15 年。

21. B

$$50\,000 \left(1 + \frac{12\%}{12}\right)^n > 12\,000 + 50\,000$$

$$1.01^n > 1.24$$

$$n \log 1.01 > \log 1.24$$

$$n > 21.6$$

需要 22 個月。

22. A

$$2(1 + 2.5\%)^n > 2.8$$

$$1.025^n > 1.4$$

$$n \log 1.025 > \log 1.4$$

$$n > 13.6$$

需時 14 年。

23. B

對所有數字取其對數。

$$\text{A. } \rightarrow 251 \log 125 \approx 526.3$$

$$\text{B. } \rightarrow 251 \log 152 \approx 547.6$$

$$\text{C. } \rightarrow 215 \log 251 \approx 515.9$$

$$\text{D. } \rightarrow 152 \log 521 \approx 413.0$$

選項 B 的數字為最大。

24. B

對所有數字取其對數。

$$\text{A. } 325 \log 352 \approx 828$$

$$\text{B. } 352 \log 235 \approx 835$$

$$\text{C. } 253 \log 523 \approx 688$$

$$\text{D. } 235 \log 532 \approx 641$$

最大的數字為  $235^{532}$ 。

25. B

對所有數字取其對數。

$$\text{A. } 241 \log 124 \approx 504.5$$

$$\text{B. } 214 \log 241 \approx 509.8$$

$$\text{C. } 142 \log 412 \approx 371.3$$

$$\text{D. } 124 \log 421 \approx 325.4$$

選項 B 的數字對數為最大，原來的數字同為最大。

26. C

對所有數字取其對數。

留意  $(-345)^{768} = 345^{768}$ 。

A.  $768 \log 345 \approx 1949.0$

B.  $-786 \log 453 \approx -2087.7$

C.  $867 \log \frac{1}{435} \approx -2287.6$

D.  $876 \log \frac{2}{543} \approx -2132.0$

選項 C 的數字對數為最小。

答案為 C。

27. B

對所有數字取其對數。

A.  $600 \log 0.1 = -600$

B.  $900 \log 0.2 \approx -629$

C.  $1200 \log 0.3 \approx -627$

D.  $1500 \log 0.4 \approx -597$

選項 B 的數字對數為最小。

答案為 B。

28. C

$$\log 123^{456} = 456 \log 123$$

$$\approx 953$$

$$123^{456} \approx 10^{953}$$

答案為 C。

29. D

$$\log 2012^{6054} = 6054 \log 2012$$

$$\approx 20\,000$$

$$2012^{6054} \approx 10^{20\,000}$$

答案為 D。

30. C

$$\log_2 6789^{2345} = 2345 \log_2 6789$$

$$\approx 30\,000$$

$$6789^{2345} \approx 2^{30\,000}$$

$$6789^{2345} \approx 8^{10\,000}$$

結構式試題

31.  $\log(x+4) + \log(x-3) = 2\log(x-1)$

$$\log[(x+4)(x-3)] = \log(x-1)^2 \quad 1M$$

$$(x+4)(x-3) = (x-1)^2 \quad 1M$$

$$x^2 + x - 12 = x^2 - 2x + 1$$

$$3x = 13$$

$$x = \frac{13}{3} \quad 1A$$

32.  $\log_8 x - \log_{16} x = \frac{1}{4}$

$$\frac{\log_2 x}{\log_2 8} - \frac{\log_2 x}{\log_2 16} = \frac{1}{4} \quad 1M$$

$$\frac{\log_2 x}{3} - \frac{\log_2 x}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\log_2 x = 3$$

$$x = 2^3 \quad 1M$$

$$= 8 \quad 1A$$

33. (a)  $5 \cdot 4^x - 6 \cdot 3^{2x+1} = 0$

$$5 \cdot 4^x = 6 \cdot 3^{2x+1}$$

$$\log 5 + x \log 4 = \log 6 + (2x+1) \log 3 \quad 1M$$

$$x(\log 4 - 2 \log 3) = \log 6 + \log 3 - \log 5 \quad 1M$$

$$x = \frac{\log 6 + \log 3 - \log 5}{\log 4 - 2 \log 3}$$

$$\approx -1.58 \quad 1A$$

(b)  $3^{5x-1} = 5$

$$(5x-1) \log 3 = \log 5 \quad 1M$$

$$5x \log 3 = \log 5 + \log 3$$

$$x = \frac{\log 5 + \log 3}{5 \log 3}$$

$$\approx 0.493 \quad 1A$$

34. (a)  $3^{x-1} = 7^{4x-3}$
- $(x-1)\log 3 = (4x-3)\log 7$  1M
- $x(\log 3 - 4\log 7) = -3\log 7 + \log 3$  1M
- $x = \frac{\log 3 - 3\log 7}{\log 3 - 4\log 7}$
- $\approx 0.709$  1A
- (b)  $2^{2x+3} - 4^{x-2} = 10$
- $4^x(2^3 - 4^{-2}) = 10$  1M
- $4^x = \frac{160}{127}$
- $x\log 4 = \log \frac{160}{127}$  1M
- $x = \frac{\log \frac{160}{127}}{\log 4}$
- $\approx 0.167$  1A

35. 代  $(0, 1)$  及  $(1, 6)$  ,

$$\begin{cases} 1 = m - 2n \\ 6 = mn - 2n \end{cases}$$

$$6 = (2n+1)n - 2n \quad 1M$$

$$0 = 2n^2 - n - 6$$

$$n = 2 \quad \text{或} \quad -\frac{3}{2} \quad (\text{捨去}) \quad 1A$$

當  $n = 2$  時,  $m = 2(2) + 1 = 5$ 。

$$y = 5 \times 2^x - 4$$

$$2^x = \frac{y+4}{5}$$

$$x = \log_2 \frac{y+4}{5} \quad 1A$$