

REV-POLY-2324-ASM-SET 1-MATH

建議題解

多項選擇題

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D | 2. C | 3. A | 4. D | 5. A |
| 6. D | 7. A | 8. C | 9. A | 10. D |
| 11. D | 12. B | 13. A | 14. A | 15. D |
| 16. D | 17. B | 18. B | 19. C | 20. B |
| 21. A | 22. A | 23. D | 24. B | 25. D |
| 26. D | 27. D | 28. D | 29. A | 30. D |

1. D

$$\begin{array}{r}
 \overline{3x + 5} \\
 x^2 - x + 2 \big) 3x^3 + 2x^2 - 4x + 6 \\
 \underline{3x^3 - 3x^2 + 6x} \\
 5x^2 - 10x + 6 \\
 \underline{5x^2 - 5x + 10} \\
 -5x - 4
 \end{array}$$

2. C

$$\begin{array}{r}
 \overline{2x^2 - 6x + 10} \\
 x + 3 \big) 2x^3 + 0x^2 - 8x + 5 \\
 \underline{2x^3 + 6x^2} \\
 -6x^2 - 8x + 5 \\
 \underline{-6x^2 - 18x} \\
 10x + 5 \\
 \underline{10x + 30} \\
 -25
 \end{array}$$

3. A

設該多項式為 $p(x)$ 。

$$\begin{aligned}
 x^3 + 7x^2 - 5 &= p(x)(x + 3) - (11x + 2) \\
 p(x) &= \frac{(x^3 + 7x^2 - 5) + (11x + 2)}{x + 3} \\
 &= \frac{x^3 + 7x^2 + 11x - 3}{x + 3} \\
 &= x^2 + 4x - 1
 \end{aligned}$$

4. D

$$-5 = (1)(-a) + (2)(1)$$

$$a = 7$$

5. A

$$\text{餘數} = (-1)^3 - 7(-1)^2 + 2(-1) - 1$$

$$= -11$$

6. D

$$\text{餘數} = (10 + 1)(2 + 2)(2 - 1)$$

$$= 44$$

7. A

$$\text{餘數} = f\left(-\frac{1}{2}\right) = (-1 - 1)\left(-\frac{1}{2} + 1\right) + (-1) + 1 = -1$$

8. C

$$\text{餘數} = (-1 + 2)^{2n} + (-1)^{2n-1} = 1 - 1 = 0$$

9. A

$$\text{餘數} = (-1)^{2k-1} + (k + 2)(-1)^2 - k$$

$$= -1 + k + 2 - k$$

$$= 1$$

10. D

$$(-2)^2 - 2a + b = -4 \text{ 及 } a(2)^2 + 2b + 1 = 9$$

求解後，可得 $a = 3$ 及 $b = -2$ 。

11. D

$$2a = a(-1)^3 + 2(-1)^2 + 7$$

$$3a = 9$$

$$a = 3$$

$$\text{餘數} = 3 + 2 + 7$$

$$= 12$$

12. B

$$(-k)^3 + k(-k)^2 + 2k(-k) + 3k = k$$

$$-2k^2 + 2k = 0$$

$$k = 1 \text{ 或 } 0 \text{ (捨去)}$$

13. A

$$3^3 + a(3)^2 - 3b = 6$$

$$3a - b = -7$$

$$3a - b + 7 = (-7) + 7 = 0$$

14. A

$$(3)^3 + p(3) + 6 = 3 \times [2(3)^3 + (p + 1)(3)^2 + 8(3) - 12]$$

$$33 + 3p = 225 + 27p$$

$$p = -8$$

15. D

$$\text{餘數} = f(-3)$$

$$= g(-3)(-3 - 3) + 2$$

$$= (-1)(-6) + 2$$

$$= 8$$

16. D

$$f(-1) = 1 - 2 + k = 0$$

$$k = 1$$

$$\text{餘數} = f(1) = 1 + 2 + k = 4$$

17. B

$$(-3)^3 + 4(-3)^2 + k(-3) - 12 = 0$$

$$k = -1$$

18. B

$$\text{由於 } f(1) = -12,$$

$$2 - 3 - 8 + k = -12$$

$$k = -3$$

$$\text{I. } f(-1) = 0 \Rightarrow \checkmark$$

$$\text{II. } f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{15}{2} \neq 0 \Rightarrow \times$$

$$\text{III. } f(3) = 0 \Rightarrow \checkmark$$

19. C

$$0 = a\left(-\frac{1}{5}\right)^3 + \left(-\frac{1}{5}\right)^2 - 20\left(-\frac{1}{5}\right) - 4$$

$$a = 5$$

$$\text{餘數} = 5(-1)^3 + (-1)^2 - 20(-1) - 4$$

$$= 12$$

20. B

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 4\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + k\left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = 0$$

$$k = 5$$

$$\text{餘數} = f(-1) = -4 - 5 + 3 = -6$$

21. A

$$f(k) = 3k^3 - 4k + k = 0$$

$$k^3 = k$$

$$\text{餘數} = 3(-k)^3 - 4(-k) + k$$

$$= -3k^3 + 5k$$

$$= -3k + 5k \quad (\text{因 } k^3 = k)$$

$$= 2k$$

22. A

$$0 = 5(-1)^3 - (-1)^2 + a(-1) + b$$

$$0 = -6 - a + b$$

$$a - b = -6$$

23. D

$$0 = 3(2)^3 - 5(2)^2 + k(2) + 20$$

$$k = -12$$

24. B

$$ax^3 + bx^2 - 11x - 3 = (2x + 1)Q(x) + 3, \text{ 其中 } Q(x) \text{ 為一多項式。}$$

$$\text{故此, } ax^3 + bx^2 - 11x - 6 = (2x + 1)Q(x), \text{ 即可被 } 2x + 1 \text{ 整除。}$$

25. D

$$0 = 2(1)^3 + k(1)^2 - 9(1) + 18$$

$$k = -11$$

$$\text{餘數} = 2(-1)^3 - 11(-1)^2 - 9(-1) + 18$$

$$= 14$$

26. D

$$0 = k^3 - (k - 1)k^2 + 2k - 3$$

$$0 = k^2 + 2k - 3$$

$$k = -3 \text{ 或 } 1$$

27. D

$$(x + 2) \text{ 及 } (x - 1) \text{ 為 } f(x) \text{ 的因式。}$$

$$\text{故此, } f(x) = (x + 2)(x - 1)(Ax + B), \text{ 其中 } A \text{ 及 } B \text{ 均為常數。}$$

$$\text{比較 } x^3 \text{ 項及常數項, 可得 } A = 2 \text{ 及 } B = -3。$$

28. D

可得 $f(-2) = f(3) = f(1) = 0$ 。

故此， $(x+2)(x-3)(x-1)$ 為 $f(x)$ 的因式。

答案為 D。

29. A

$2x+3$ 為因式 $\rightarrow$ 選項 A 或 C。

$f(1) = 2 + 9 + 17 + 12 \neq 0 \rightarrow x-1$ 不是 $f(x)$ 的因式。

答案為 A。

30. D

設 $f(x) = (3x-1)q(x)$ ，其中 $q(x)$ 為一多項式。

$$\begin{aligned} f(x+2) &= [3(x+2)-1]q(x+2) \\ &= (3x+5)q(x+2) \end{aligned}$$

$3x+5$ 為 $f(x+2)$ 的因式。

結構式試題

$$31. \quad 2x^3 + 12x^2 - 11 = (x^2 + mx - 8)(2x + 10) + (6x + n) \quad 1M$$

$$= 2x^3 + (10 + 2m)x^2 + (10m - 10)x + (n - 80)$$

比較 x 的係數，可得 $0 = 10m - 10$ ，即 $m = 1$ 。 1A

比較常數項，可得 $-11 = n - 80$ ，即 $n = 69$ 。 1A

32. 設該商式為 $Q(x)$ 。

$$x^3 - px^2 + x + q = (x - 2)(x - 4)Q(x) + (-x + 1) \quad 1M$$

代 $x = 2$ 及 $x = 4$,

$$(2)^3 - p(2)^2 + (2) + q = 0 + (-2 + 1) \quad \text{及} \quad (4)^3 - p(4)^2 + (4) + q = 0 + (-4 + 1) \quad 1M$$

$$-4p + q = -11$$

$$-16p + q = -71$$

求解後，可得 $p = 5$ 及 $q = 9$ 。 1A+1A

33. (a) 設 $q(x)$ 為商式。

$$\text{則 } 8x^3 - 98x^2 + ax + b = (2x + 1)(4x - 3)q(x) + (-6x - 60)。 \quad 1M$$

$$\text{代 } x = -\frac{1}{2},$$

$$8\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 98\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + a\left(-\frac{1}{2}\right) + b = 0 - 6\left(-\frac{1}{2}\right) - 60 \quad 1M$$

$$-\frac{a}{2} + b = -\frac{63}{2}$$

$$\text{代 } x = \frac{3}{4},$$

$$8\left(\frac{3}{4}\right)^3 - 98\left(\frac{3}{4}\right)^2 + a\left(\frac{3}{4}\right) + b = -6\left(\frac{3}{4}\right) - 60$$

$$\frac{3a}{4} + b = -\frac{51}{4}$$

求解後，可得 $a = 15$ 及 $b = -24$ 。 1A+1A

$$(b) \quad 8x^3 - 98x^2 + 15x - 24 = (2x + 1)(4x - 3)q(x) + (-6x - 60)$$

$$8x^3 - 98x^2 + 21x + 36 = (8x^2 - 2x - 3)q(x) \quad 1M$$

所求餘數為 0。 1A

$$34. \quad (a) \quad 1 + a - 4 + b = b + 1 \quad 1M$$

$$a = 4 \quad 1A$$

$$\left(\frac{-3}{2}\right)^3 + 4\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{-3}{2}\right) + b = -\frac{35}{8} \quad 1M$$

$$b = -16 \quad 1A$$

$$(b) \quad \text{餘數} = f(-1 - 1) \quad 1M$$

$$= (-2)^3 + 4(-2)^2 - 4(-2) - 16$$

$$= 0 \quad 1A$$

35. (a) $a(-1)^3 - 3(-1)^2 + b(-1) + 4 = 6$ 1M
- $$a + b = -5$$
- $a(3)^3 - 3(3)^2 + b(3) + 4 = 10$ 1M
- $$27a + 3b = 33$$
- 求解後，可得 $a = 2$ 及 $b = -7$ 。 1A+1A
- (b) 餘數 $= f\left[2\left(\frac{1}{2}\right)\right]$ 1M
- $$= 2(1)^3 - 3(1)^2 - 7(1) + 4$$
- $$= -4$$
- 1A