REG-AOT-2324-ASM-SET 2-MATH

建議題解

多項選擇題

1. A	2. C	3. C	4. B	5. C
6. B	7. B	8. A	9. B	10. B
11. D	12. D	13. D	14. A	15. C
16. C	17. A	18. D	19. B	20. C
21. A	22. B	23. B	24. B	25. B
26. C	27. B	28. A	29. B	30. D
31. A	32. C	33. A	34. D	35. D
36. A				

1. $\boxed{\text{A}}$

所求之角為 $\angle BDF$。

$BD = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80}\text{ cm}$

$BF = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}\text{ cm}$

$$\sin \angle BDF = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{80}}$$

$$\angle BDF \approx 17°$$

2. $\boxed{\text{C}}$

可得 $\theta = \angle BEG$。

$EG = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{ cm}$

$BE = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116}\text{ cm}$

$$\cos \theta = \frac{10}{\sqrt{116}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

3. $\boxed{\text{C}}$

A. $\tan \angle ACE = \dfrac{AE}{CE}$

B. $\tan \angle AQE = \dfrac{AE}{EQ}$

C. $\tan \angle ADE = \dfrac{AE}{DE}$

D. $\tan \angle PCR = \dfrac{PR}{CR} = \dfrac{AE}{CR}$

由於 $DE < EQ = RC < CE$，可得 $\tan \angle ADE$ 為其中的最大。

因此，$\angle ADE$ 為其中最大的角。

答案為 C。

4. $\boxed{\text{B}}$

A. DH 與 $EFGH$ 的交角為 $\angle DHE$。

B. CF 與 $EFGH$ 的交角為 $\angle CFH$。

C. 留意 M 在 $EFGH$ 的投影為 HE 的中點。
MH 與 $EFGH$ 的交角為 $\angle MHE$。

D. 留意 K 在 $EFGH$ 的投影為 EG 的中點。
KG 與 $EFGH$ 的交角為 $\angle KGE$。

比較之下，可得 $\angle CFH$ 為最小的角。
答案為 B。

5. $\boxed{\text{C}}$

留意 $\theta = \angle BEG$。

$$\begin{aligned} EG &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\ &= 10\,\text{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan\theta &= \frac{BG}{EG} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

6. $\boxed{\text{B}}$

A. 所求角為 $\angle EBF$。

B. 所求角為 $\angle ENF$。

C. 設 Q 為 $ABGF$ 上的一點使得 PQ 垂直於 $ABGF$。
所求角為 $\angle PFQ$，亦相等於 $\angle FPE$。

D. 設 K 為 BG 的中點。
所求角為 $\angle MNK$，亦相等於 $\angle CAB$。

藉簡單觀察，可得 $\angle ENF$ 為其中最大的角。
答案為 B。

7. $\boxed{\text{B}}$

I. ✓。留意 $\triangle AHF \cong \triangle DGE$，可得 $\angle AHF = \angle DGE$。

II. ✗。$\angle AGH = 90^\circ$ 而 $\angle DGE < 90^\circ$。

III. ✓。留意 $\triangle BEG \cong \triangle DGE$，可得 $\angle BEG = \angle DGE$。

8. $\boxed{\text{A}}$

A. AC 與 $BCHG$ 的交角為 $\angle ACB$。

B. DH 與 $BCHG$ 的交角為 $\angle DHC$。

C. DG 與 $BCHG$ 的交角為 $\angle DGC$。

D. 設 Y 為 GH 的中點。
XB 與 $BCHG$ 的交角為 $\angle XBY$。

藉簡單觀察，可得 $\angle ACB$ 為其中最大的角。
答案為 A。

9. $\boxed{\text{B}}$

可得 $\angle VAC = 60°$。
由於 $VA = VC$，可得 $\angle VCA = \angle VAC = 60°$ 及 $\triangle VAC$ 為等邊三角形。
$AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\text{ m}$
$VB = VA = VC = AC = \sqrt{2}\text{ m}$
在 $\triangle VAB$ 中，

$$1^2 = VA^2 + VB^2 - 2(VA)(VB)\cos\angle AVB$$
$$\angle AVB \approx 41°$$

10. $\boxed{\text{B}}$

設 Q 為 BG 上的一點使得 $PQ \perp BG$。
則 $\theta = \angle PCQ$。
$CQ = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}\text{ cm}$

$$\begin{aligned}\cos\theta &= \frac{CQ}{PC}\\ &= \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{14^2 + (\sqrt{29})^2}}\\ &= \frac{\sqrt{29}}{15}\end{aligned}$$

11. $\boxed{\text{D}}$

設 Q 為 AD 的中點。
則 $\theta = \angle PEQ$。

$$\begin{aligned}\tan\theta &= \frac{PQ}{EQ}\\ &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + (2z)^2}}\\ &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + 4z^2}}\end{aligned}$$

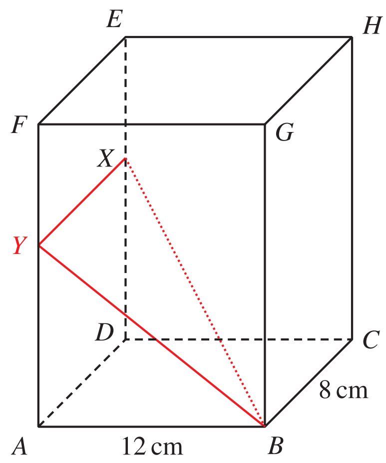
12. $\boxed{\text{D}}$

設 Y 為 AF 上的一點使得 $XY \perp AF$。

則 $\theta = \angle XBY$。

$BY = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15\text{ cm}$

$\theta = \tan^{-1}\dfrac{8}{15}$ 及 $\cos\theta = \dfrac{15}{17}$



13. $\boxed{\text{D}}$

設 G 為 BC 的中點。

所求角為 $\angle ADG$。

$AG = 6\sin 60° = 3\sqrt{3}\text{ cm}$

$DG = \sqrt{3^2 + 10^2} = \sqrt{109}\text{ cm}$

$\tan\angle ADG = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{109}}$

$\angle ADG \approx 26.5°$

14. $\boxed{\text{A}}$

留意 $\theta = \angle BKA$。

$AK = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15\text{ cm}$

$BK = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17\text{ cm}$

$\cos\theta = \dfrac{AK}{BK}$

$= \dfrac{15}{17}$

15. $\boxed{\text{C}}$

設 K 為 EF 的中點。所求之角為 $\angle MNK$。
在 $\triangle DEF$ 中，

$$\frac{7}{\sin 50^\circ} = \frac{6}{\sin \angle DFE}$$

$$\angle DFE \approx 41.0^\circ \quad \text{或} \quad 139^\circ\ （捨去）$$

$\angle DEF = 180^\circ - \angle DFE - 50^\circ \approx 89.0^\circ$

$$NK^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{6}{2}\right)\left(\frac{7}{2}\right)\cos \angle DEF$$

$$NK \approx 4.57\,\text{cm}$$

在 $\triangle MNK$ 中，

$$\tan \angle MNK = \frac{5}{NK}$$

$$\angle MNK \approx 48^\circ$$

16. $\boxed{\text{C}}$

A. $\angle HDE = 45^\circ$

B. 留意 $\triangle BHD$ 為等邊三角形。
$\angle BHD = 60^\circ$

C. 設立方體的長度為 1。

$$\tan \angle AHB = \frac{AB}{BH} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$$

$$\angle AHB \approx 35.3^\circ$$

D. 留意 HG 垂直於平面 $CDEH$。
$\angle DHG = 90^\circ$

答案為 C。

17. $\boxed{\text{A}}$

$BD = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20\,\text{m}$

$$29^2 = 21^2 + 20^2 - 2(21)(20)\cos \angle BDC$$

$\angle BDC = 90^\circ$
由於 $BD \perp AD$ 及 $BD \perp CD$，$BD \perp \triangle ACD$。
因此，B 在平面 ACD 的投影為 D，所求之角為 $\angle BAD$。
$\angle BAD = \tan^{-1}\dfrac{20}{15} \approx 53^\circ$

18. $\boxed{\text{D}}$

$PQ = CE = 40\sin 10°$
$DP = \dfrac{90}{1+2} = 30$ m 及 $AP = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$ m。
$\sin\theta = \dfrac{40\sin 10°}{50}$
$\quad\;\; = \dfrac{4\sin 10°}{5}$

19. $\boxed{\text{B}}$

所求角為 $\angle ACF$。
$AC = \dfrac{AD}{\sin 60°} = \dfrac{10}{\sqrt{3}}$ cm
$CD = \dfrac{AD}{\tan 60°} = \dfrac{5}{\sqrt{3}}$ cm
$AF = DE = CD\sin 30° = \dfrac{5}{2\sqrt{3}}$ cm
$\sin\angle ACF = \dfrac{AF}{AC}$
$\quad \angle ACF \approx 14°$

20. $\boxed{\text{C}}$

A 在 $EFGH$ 的投影為 F。
所求之角為 $\angle AEF$。

21. $\boxed{\text{A}}$

所求之角為 $\angle AHD$。
$DH = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ cm
$\tan\angle AHD = \dfrac{10}{10}$
$\quad \angle AHD = 45°$

22. $\boxed{\text{B}}$

設 E 為 $ABCD$ 上的一點使得 VE 垂直於平面 $ABCD$。
所求角為 $\angle VCE$。
$CE = \dfrac{1}{2}\sqrt{5^2 + 6^2} = \dfrac{\sqrt{61}}{2}$ cm
$\cos\angle VCE = \dfrac{CE}{8}$
$\quad \angle VCE \approx 61°$

23. $\boxed{\text{B}}$

所求之角為 $\angle DBE$。
設 $AD = CE = DE = 1$ cm。
$BE = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ cm
$\tan\angle DBE = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$
$\quad \angle DBE \approx 35°$

24. $\boxed{\text{B}}$

所求角為 $\angle YXH$。
設 $CH = 2\text{ cm}$。
可得 $YH = \dfrac{2}{2} = 1\text{ cm}$ 及 $XH = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}\text{ cm}$。

$$\tan \angle YXH = \frac{1}{\sqrt{5}}$$
$$\angle YXH \approx 24^\circ$$

25. $\boxed{\text{B}}$

設 H 為 CF 上的一點使得 $GH \perp CF$。所求之角為 $\angle GEH$。

$GH = BC \times \dfrac{3}{2+3} = 28.8\text{ cm}$

$FH = FC \times \dfrac{3}{5} = 8.4\text{ cm}$ 及 $EH = \sqrt{40^2 + 8.4^2} = \sqrt{1670.56}\text{ cm}$

所求之角 $= \tan^{-1} \dfrac{28.8}{EH} \approx 35^\circ$

26. $\boxed{\text{C}}$

設 N 為 GH 的中點。
所求角為 MFN。

$$MN = 24\text{ cm}$$
$$FN = \sqrt{5^2 + 8^2} = \sqrt{89}\text{ cm}$$
$$\tan \angle MFN = \frac{24}{\sqrt{89}}$$
$$\angle MFN \approx 69^\circ$$

27. $\boxed{\text{B}}$

由於 $VA = VB$，可得 $\angle VAB = \dfrac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$ 及所有側面為等邊三角形。
所求之角為 $\angle VAM$，其中 M 為 V 在 $ABCD$ 的投影。
設 $AB = 2$。則 $VA = 2$ 及 $AM = \dfrac{1}{2}\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2}$

所求之角 $= \angle VAM = \cos^{-1} \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ$

28. $\boxed{\text{A}}$

設立方體的邊長為 2。

I. ✓。EF 垂直於 $ABFG$。故此，$\angle BFE = 90^\circ$。

II. ✓。AB 垂直於 $ADEF$。故此，$\angle BAE = 90^\circ$。

III. ✗。$BE = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{12}$。$EM = BM\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$
$EM^2 + BM^2 = 5 + 5 = 10 \neq BE^2$。故此，$\angle BME \neq 90^\circ$。

29. $\boxed{\text{B}}$

留意 $GH = CF$ 及 $BF < AH < BH$。
可得 $\dfrac{CF}{BF} > \dfrac{GH}{AH} > \dfrac{GH}{BH}$。
可得 $\tan a > \tan c > \tan b$。
因此，$a > c > b$。

30. $\boxed{\text{D}}$

留意 $DE < EG < FH$。
由於 $\tan\alpha = \dfrac{AE}{EG}$、$\tan\beta = \dfrac{AE}{DE}$ 及 $\tan\gamma = \dfrac{BF}{FH} = \dfrac{AE}{FH}$，
可得 $\tan\beta > \tan\alpha > \tan\gamma$。
因此，可得 $\beta > \alpha > \gamma$。

31. $\boxed{\text{A}}$

I. ✓。VA 為鉛垂直線且 AB 為水平線。

II. ✗。留意 $\angle VAM = 90°$，故此 $\angle VMA = 180° - 90° - \angle AVM < 90°$。

III. ✗。

32. $\boxed{\text{C}}$

$BD = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20\text{ m}$

$$32^2 = 22^2 + 20^2 - 2(22)(20)\cos\angle BDC$$
$$\angle BDC \approx 99.2°$$

設 E 為 CD 的延線上的一點使得 $BE \perp CD$。
所求之角為 $\angle BAE$。
$BE = BD\sin(180° - \angle BDC) \approx 19.7\text{ m}$

$$\sin\angle BAE = \frac{BE}{25}$$
$$\angle BAE \approx 52°$$

33. $\boxed{\text{A}}$

所求之角為 $\angle PHF$。
$PF = 12 \times \dfrac{2}{1+2} = 8\text{ cm}$ 及 $FH = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{ cm}$
$\tan\angle PHF = \dfrac{8}{10}$
$\angle PHF \approx 39°$

34. $\boxed{\text{D}}$

設 Q 為 DE 上的一點使得 $NQ \perp DE$。
則 $\theta = \angle NPQ$。
$PQ = \dfrac{3}{2} = 1.5\ \text{cm}$
$\tan\theta = \dfrac{3}{1.5}$
$= 2$

35. $\boxed{\text{D}}$

四面體 $ABCD$ 的體積 $= \dfrac{1}{3}\left[\dfrac{(3)(2)}{2}\right](4)$
$= 4\ \text{cm}^3$
$BC = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}\ \text{cm}$
$AC = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}\ \text{cm}$
$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ \text{cm}$
設 $s = \dfrac{AB + AC + BC}{2} \approx 6.54\ \text{cm}$。
$\triangle ABC$ 的面積 $= \sqrt{s(s - AB)(s - AC)(s - BC)}$
$\approx 7.81\ \text{cm}^2$
設所求之角為 θ。考慮該四面體的體積。

$4 = \dfrac{1}{3}(\triangle ABC \text{ 的面積})(CD\sin\theta)$

$\theta \approx 50^\circ$

36. $\boxed{\text{A}}$

設 N 為 EF 上的一點使得 $MN \perp EF$。
所求斜率為 $\tan\angle MDN$。
$DN = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17\ \text{m}$
所求斜率 $= \tan\angle MDN$
$= \dfrac{12}{17}$
≈ 0.7

結構式試題

37. (a) $BC^2 = 30^2 + 30^2 - 2(30)(30)\cos 40°$ 1M

$BC \approx 20.5$ cm 1A

(b) 由於 $\triangle ABC$ 為等邊三角形，$\triangle ABC$ 的外心與形心重合。

$r = \frac{2}{3} \times BC \sin 60°$ 1M

≈ 11.8 cm 1A

(c) 所求之角 $= \cos^{-1} \frac{r}{30}$ 1M

$\approx 66.7°$ 1A

38. (a) $\angle BAC = 180° - 104° - 18° = 58°$

$\frac{AB}{\sin 18°} = \frac{56}{\sin 58°}$ 1M

$AB \approx 20.4$ cm 1A

$\frac{AC}{\sin 104°} = \frac{56}{\sin 58°}$

$AC \approx 64.1$ cm 1A

(b) $AP = \frac{AC}{4} \approx 16.0$ cm

$BP^2 = AP^2 + AB^2 - 2(AP)(AB)\cos 58°$ 1M

$BP \approx 18.1$ cm

設 Q 及 R 分別為 P 及 C 在水平地面上的投影。

所求之角為 $\angle PBQ$。 1M

$CR = 56 \sin 37° \approx 33.7$ cm

$PQ = \frac{CR}{4} \approx 8.43$ cm 1M

$\sin \angle PBQ = \frac{PQ}{BP}$

$\angle PBQ \approx 27.8° < 28°$

該宣稱正確。 1A

39. (a) $\dfrac{145}{\sin 42^\circ} = \dfrac{AC}{\sin(180^\circ - 30^\circ - 42^\circ)}$ 1M+1A

$AC \approx 206\text{ m}$ 1A

$AB^2 = 240^2 + AC^2 - 2(240)(AC)\cos 25^\circ$ 1M

$AB \approx 102\text{ m}$ 1A

(b) 設 T' 為 T 在平面 ABC 的投影。T' 在 AC 上。

由 P 測得 T 的仰角 $= \tan^{-1}\dfrac{TT'}{PT'}$。

當 PT' 越短時，該仰角越大。 1M

$240^2 = AC^2 + AB^2 - 2(AC)(AB)\cos\angle CAB$ 1M

$\angle CAB \approx 96.4^\circ > 90^\circ$

因此，$\triangle T'AB$ 為鈍角三角形。 1M

當 P 從 B 移動至 A 時，PT' 逐漸減小。 1M

因此，該仰角在當 P 位於 A 時為最大。

同意該宣稱。 1A