

REG-QE-2324-ASM-SET 3-MATH**建議題解****多項選擇題**

1. D	2. C	3. C	4. C	5. C
6. D	7. C	8. C	9. D	10. C
11. D	12. C	13. C	14. A	15. B
16. C	17. A	18. C	19. D	20. B
21. C	22. B	23. D	24. A	25. D
26. B	27. D	28. B	29. D	30. D

1. D

$$3x^2 = 21x$$

$$3x = 21 \quad \text{或} \quad x = 0$$

$$x = 7 \quad \text{或} \quad x = 0$$

2. C

$$(x + 4)^2 = 9$$

$$x + 4 = \pm 3$$

$$x = -1 \quad \text{或} \quad -7$$

3. C

$$2x(3x - 1) = (2 - 3x)(3x - 1)$$

$$2x = 2 - 3x \quad \text{或} \quad 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{2}{5} \quad \text{或} \quad x = \frac{1}{3}$$

4. C

$$x - 3 = 2x + 1 \quad \text{或} \quad x = 0$$

$$x = -4 \quad \text{或} \quad x = 0$$

5. C

$$\text{I. } x - 3 = 4x + 1$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$\text{II. } (x - 3)^2 = (4x + 1)^2$$

$$x - 3 = \pm(4x + 1)$$

$$x = -\frac{4}{3} \quad \text{或} \quad \frac{2}{5}$$

$$\text{III. } (3 - x)^2 = (4x + 1)^2$$

$$3 - x = \pm(4x + 1)$$

$$x = -\frac{4}{3} \quad \text{或} \quad \frac{2}{5}$$

答案為 C。

6. D

$$4\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{3}{2}\right) + k = 0$$

$$k = -18$$

7. C

$$k(-3)^2 + k^2(-3) - k + 3 = 0$$

$$-3k^2 + 8k + 3 = 0$$

$$k = -\frac{1}{3} \quad \text{或} \quad 3$$

8. C

代 $y = 0$ 至 $y = x^2 + 5$ 。

$$0 = x^2 + 5$$

$$\Delta = 0^2 - 4(1)(5) = -20 < 0$$

該方程沒有實根。

由此， $y = x^2 + 5$ 的圖像與 x 軸不相交。

9. D

$$0 = 2x^2 - 3x - 9$$

$$x = 3 \quad \text{或} \quad -\frac{3}{2}$$

$$PQ = 3 - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2}$$

10. C

-1 及 5 為方程 $x^2 - bx - k = k$ (即 $x^2 - bx - 2k = 0$) 的兩相異根。

$$\begin{aligned}(-1)(5) &= \frac{-2k}{1} \\ k &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

11. D

$$-4 = 0^2 + a(0) + b \quad \text{及} \quad 0 = (4)^2 + a(4) - 4$$

$$b = -4 \qquad a = -3$$

代 $y = 0$ 至 $y = x^2 - 3x - 4$ 。

$$0 = x^2 - 3x - 4$$

$$x = 4 \quad \text{或} \quad -1$$

可得 $h = -1$ 。

12. C

$$b = -36。$$

設該圖像的另一個 x 截距為 α 。

則 α 及 6 為方程 $-3x^2 + ax - 36 = 0$ 的兩相異根。

$$\begin{aligned}(6)(\alpha) &= \frac{-36}{-3} \\ \alpha &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha + 6 &= -\frac{a}{-3} \\ a &= 24\end{aligned}$$

13. C

該圖像的 x 截距為 -4 及 -1。

該圖像的方程為 $y = a(x + 1)(x + 4)$ ，其中 a 為一常數。

$$\begin{aligned}-8 &= a(0 + 1)(0 + 4) \\ a &= -2\end{aligned}$$

所求方程為 $y = -2(x + 1)(x + 4)$ 。

14. A

$$\Delta = a^2 - 4(b)(-c) < 0$$

$$a^2 + 4bc < 0$$

15. B

$$ax^2 + x - a - 1 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4(a)(-a - 1) = 0$$

$$4a^2 + 4a + 1 = 0$$

$$a = -0.5$$

16. C

$$\frac{4}{a} = \frac{2}{3}$$

$$a = 6$$

17. A

$$x^2 + 2x + (-k - 2) = 0 \circ$$

$$\Delta = 2^2 - 4(-k - 2) > 0$$

$$k > -3$$

18. C

$$8 = x^2 - 2 \times \frac{(x)(2)}{2}$$

$$x^2 - 2x = 8$$

19. D

$$\triangle AEF \text{ 的面積} = \frac{1}{2}x^2 \circ$$

$$\triangle BCF \text{ 的面積} = \triangle CDE \text{ 的面積} = \frac{10(10 - x)}{2} \circ$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 2 \times \frac{10(10 - x)}{2} + 20 = 100$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 10(10 - x) + 20 = 100$$

20. B

$$x^2 + \frac{(x + 10)(8 - x)}{2} = 44$$

$$\frac{x^2}{2} - x - 4 = 0$$

$$x = 4 \text{ 或 } -2 \text{ (捨去)}$$

21. C

較大的奇數為 $x + 2$ 。

所求方程為

$$x^2 + (x + 2)^2 = 2x(x + 2) + 4$$

22. B

$$(60)(25) - (60 + x)(25 - x) = 200$$

$$x^2 + 35x - 200 = 0$$

$$x = 5 \quad \text{或} \quad -40 \quad (\text{捨去})$$

23. D

可得 $\alpha + \beta = -\frac{5}{2}$ 及 $\alpha\beta = -\frac{1}{2}$ 。

$$\begin{aligned}\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} &= \frac{2\beta + 2\alpha}{\alpha\beta} \\ &= \frac{2\left(-\frac{5}{2}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)} \\ &= 10\end{aligned}$$

24. A

α 及 β 為 $x^2 - 5x = 2$ 的根。

該方程可被寫成 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 。

可得 $\alpha + \beta = 5$ 及 $\alpha\beta = -2$ 。

$$\begin{aligned}(\alpha - 1)(\beta - 1) &= \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 \\ &= -2 - 5 + 1 \\ &= -6\end{aligned}$$

25. D

c 及 d 為方程 $-9x = -x^2 + 6$ 的根。

該方程可被寫成 $x^2 - 9x - 6 = 0$ 。

$$\begin{aligned}c^2 + d^2 &= (c + d)^2 - 2cd \\ &= 9^2 - 2(-6) \\ &= 93\end{aligned}$$

26. B

設 $OA = \alpha$ 及 $OB = \beta$ 。

則 α 及 β 為方程 $2x^2 - 11x + 12 = 0$ 的根。

$$\begin{aligned}OA \times OB &= \alpha\beta \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6\end{aligned}$$

27. D

$$\frac{1}{2}(x+1)(x-2) - 3 = 0$$

$$\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 8 = 0$$

可得 $\alpha + \beta = 1$ 及 $\alpha\beta = -8$ 。

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) \\ &= (\alpha + \beta)[(\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta] \\ &= 1[1^2 - 3(-8)] \\ &= 25\end{aligned}$$

28. B

設兩根為 α 及 β ，其中 $\alpha > \beta$ 。

則 $\alpha - \beta = \frac{13}{2}$ 及 $\alpha + \beta = -\frac{7}{2}$ 。

求解後，可得 $\alpha = \frac{3}{2}$ 及 $\beta = -5$ 。

考慮兩根之積。

$$\begin{aligned}\alpha\beta &= \frac{k}{2} \\ -\frac{15}{2} &= \frac{k}{2} \\ k &= -15\end{aligned}$$

29. D

設方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的根為 α 及 β 。

可得 $\alpha + \beta = 2$ 及 $\alpha\beta = -1$ 。

$$\begin{aligned}\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} &= \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} \quad \text{及} \quad \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} \\ &= \frac{2}{-1} &= \frac{1}{-1} \\ &= -2 &= -1\end{aligned}$$

所求方程為 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 。

30. D

可得 $\alpha + \beta = -3$ 及 $\alpha\beta = -1$ 。

$$\begin{aligned}(\alpha - 1) + (\beta - 1) &= (\alpha + \beta) - 2 \quad \text{及} \quad (\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha - \beta) + 1 \\ &= -3 - 2 &= -1 - (-3) + 1 \\ &= -5 &= 3\end{aligned}$$

所求方程為 $x^2 + 5x + 3 = 0$ 。

結構式試題

$$31. \quad (a) \quad \Delta = (7k)^2 - 4(-1)[3(1 - 4k^2)] \quad 1M$$

$$= k^2 + 12 > 0 \quad 1M$$

因此，對任意實數值 k ，該方程有兩相異實根。 1A

$$(b) \quad \alpha + \beta = \frac{-7k}{-1} = 7k \text{ 及 } \alpha\beta = \frac{3(1 - 4k^2)}{-1} = 12k^2 - 3。 \quad 1A$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \quad 1M$$

$$= (7k)^2 - 2(12k^2 - 3)$$

$$= 25k^2 + 6 \quad 1A$$

$$32. \quad (a) \quad \alpha + \beta = -2 \text{ 及 } \alpha\beta = \frac{4}{3}。 \quad 1A$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 \quad 1M$$

$$= \frac{4}{3} - (-2) + 1$$

$$= \frac{13}{3} \quad 1A$$

$$(b) \quad \frac{\alpha}{\alpha - 1} + \frac{\beta}{\beta - 1} \quad 1M$$

$$= \frac{\alpha\beta - \alpha + \alpha\beta - \beta}{(\alpha - 1)(\beta - 1)}$$

$$= \frac{2 \cdot \frac{4}{3} - (-2)}{\frac{13}{3}} = \frac{14}{13}$$

1A

$$\frac{\alpha}{\alpha - 1} \times \frac{\beta}{\beta - 1}$$

$$= \frac{\alpha\beta}{(\alpha - 1)(\beta - 1)}$$

$$= \frac{4}{3} \div \frac{13}{3} = \frac{4}{13}$$

所求方程為

$$x^2 - \frac{14}{13}x + \frac{4}{13} = 0$$

$$13x^2 - 14x + 4 = 0 \quad 1M$$

$$33. \quad (a) \quad (i) \quad -\frac{-(k-1)}{k+2} = 10 \quad 1M$$

$$k-1 = 10(k+2)$$

$$k = -\frac{7}{3} \quad 1A$$

$$(ii) \quad \Delta = (k-1)^2 - 4(k+2)(5) = 0 \quad 1M$$

$$k^2 - 22k - 39 = 0$$

$$k = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 - 4(1)(-39)}}{2} \quad 1M$$

$$= 11 \pm 4\sqrt{10} \quad 1A$$

$$(b) \quad (i) \quad \text{當 } k = 2, \text{ 方程為 } 4x^2 - x + 5 = 0。$$

$$\text{可得 } \alpha + \beta = \frac{1}{4} \text{ 及 } \alpha\beta = \frac{5}{4}。 \quad 1A$$

$$\alpha \text{ 為方程 } 4x^2 - x + 5 = 0 \text{ 的根, 可得 } 4\alpha^2 - \alpha + 5 = 0。$$

$$4\alpha^2 + \beta = (\alpha - 5) + \beta \quad \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) \quad 1M$$

$$= \frac{1}{4} - 5 \quad = (\alpha + \beta)[(\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta] \quad 1M$$

$$= -\frac{19}{4} \quad = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{4} \right)^2 - 3 \times \frac{5}{4} \right] \quad 1A$$

$$= -\frac{59}{64} \quad 1A$$

$$(ii) \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \quad 1M$$

$$= \frac{1}{5} \quad 1A$$

$$34. \quad (a) \quad \alpha \text{ 及 } \beta \text{ 為方程 } 3x^2 + mx + n = 0 \text{ 的根。}$$

$$\alpha + \beta = -\frac{m}{3} \quad 1A$$

$$(b) \quad \frac{\alpha + \beta}{2} = -3$$

$$\frac{1}{2} \left(-\frac{m}{3} \right) = -3 \quad 1M$$

$$m = 18 \quad 1A$$

$$(c) \quad \alpha + \beta = -\frac{18}{3} = -6 \text{ 及 } \alpha\beta = \frac{n}{3}。 \quad 1A$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \quad 1M$$

$$4 = (-6)^2 - 4 \left(\frac{n}{3} \right) \quad 1M$$

$$n = 24 \quad 1A$$

$$35. \quad (a) \quad \alpha + \beta = -\frac{k-1}{3} = \frac{1-k}{3} \quad 1A$$

$$\alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4 \quad 1A$$

$$(b) \quad \alpha^2 + \beta^2 = 9$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 \quad 1M$$

$$\left(\frac{1-k}{3}\right)^2 - 2(-4) = 9$$

$$(1-k)^2 = 9$$

$$1-k = \pm 3 \quad 1M$$

$$k = 4 \quad \text{或} \quad -2 \quad 1A$$

$$(c) \quad 3x^2 + 3x - 12 = 0 \quad 1M$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(3)(-12)}}{2(3)} \quad 1M$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \quad 1A$$

$$36. \quad (a) \quad \alpha + \beta = -\frac{3}{2} \text{ 及 } \alpha\beta = \frac{-4}{2} = -2. \quad 1A$$

$$(b) \quad (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \quad 1M$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 4(-2) = \frac{41}{4} \quad 1A$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$$

$$= -\sqrt{(\alpha - \beta)^2}(\alpha + \beta) \quad 1M$$

$$= -\sqrt{\frac{41}{4}}\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3\sqrt{41}}{4} \quad 1A$$

$$(c) \quad \text{兩根之和} = \frac{3\sqrt{41}}{4} + \frac{41}{4}.$$

$$\text{兩根之積} = \frac{3\sqrt{41}}{4} \times \frac{41}{4} = \frac{123\sqrt{41}}{16}. \quad 1A$$

所求方程為

$$x^2 - \left(\frac{3\sqrt{41}}{4} + \frac{41}{4}\right)x + \frac{123\sqrt{41}}{16} = 0 \quad 1M$$

$$16x^2 - 4(3\sqrt{41} + 41)x + 123\sqrt{41} = 0$$