

REG-AS-2324-ASM-SET 1-MATH

建議題解

多項選擇題

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C | 2. C | 3. D | 4. C | 5. C |
| 6. B | 7. C | 8. B | 9. C | 10. A |
| 11. D | 12. C | 13. D | 14. C | 15. D |
| 16. B | 17. C | 18. C | 19. C | 20. C |
| 21. D | 22. B | 23. B | 24. C | 25. C |
| 26. D | 27. C | 28. B | 29. D | 30. A |

1. ☐ C

數字由 $+4, +4, +4, \dots$ 而成。

該數列為 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, ...

所求數目為 47。

2. ☐ C

點子的數目由 $+3, +4, +5, \dots$ 組成。

點子的數目的數列為 2, 5, 9, 14, 20, 27, 35, ...

所求數目為 35。

3. ☐ D

首項 = 3，公差 = 2。

所求數目 = $3 + 9 \times 2 = 21$

4. ☐ C

圖案之間的點子差為 $+3, +4, +5, \dots$

該數列為 3, 6, 10, 15, 21, 28。

5. ☐ C

圖案之間的差為 $+2^3, +2^4, +2^5, \dots$

該數列為 2, 10, 26, 58, 122, 250, 506, 1018。

第 8 個圖案有 1018 粒點子。

6. ☐ B

數字由 $+4, +6, +8, \dots$ 組成。

該數列為 1, 5, 11, 19, 29, 41, 55, ...。

所求數目為 55。

7. ☐ C

數字透過 $+6, +10, +14, \dots$ 組成。

該數列為 $1, 7, 17, 31, 49, 71, 97$ 。

所求數目為 97 。

8. ☐ B

數字由 $+3, +4, +5, \dots$ 組成。

該數列為 $4, 7, 11, 16, 22, 29, 37, \dots$ 。

所求數目為 37 。

9. ☐ C

數字由 $+6, +10, +14, \dots$ 組成。

該數列為 $1, 7, 17, 31, 49, 71, 97, \dots$ 。

所求數字為 97 。

10. ☐ A

該數列為 $3, 8, 15, 24, 35, 48, 63$ 。

11. ☐ D

點子的數目由 $+6, +8, \dots$ 組成。

點子的數目的數列為 $5, 11, 19, 29, 41, 55, 71, \dots$ 。

第 7 個圖案的點子數目為 71 。

12. ☐ C

該數字由 $+5, +7, +9, \dots$ 組成。

該數列的數字為 $6, 11, 18, 27, 38, 51, 66$ 。

所求數目為 66 。

13. ☐ D

數字由 $+2, +4, +6, \dots$ 組成。

該數列為 $4, 6, 10, 16, 24, 34, 46, 60$ 。

所求數目 is 60 。

14. ☐ C

方格的數目由 $+5, +8, \dots$ 求得。

方格的數目的數列為 $2, 7, 15, 26, 40, 57, 77, \dots$ 。

所求數目為 77 。

15. ☐ D

數字由 $+2, +4, +6, \dots$ 組成。

點子的數目的數列為 $3, 5, 9, 15, 23, 33, 45, \dots$ 。

所求數目為 45 。

16. [B]

第 2 個圖案的點子數目 $= 5 + [3(1) + 4] = 12$

第 3 個圖案的點子數目 $= 12 + [3(2) + 4] = 22$

第 4 個圖案的點子數目 $= 22 + [3(3) + 4] = 35$

17. [C]

圖案之間的點子差為 $+4, +7, +10, +13, \dots$

該數列為 $1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92$ 。

18. [C]

設第 3 項為 x 。

第 5 項 $= x + 34$

第 6 項 $= (x + 34) + 34 = x + 68$

第 7 項 $= 144 = (x + 68) + (x + 34)$

$$x = 21$$

19. [C]

設 $a_4 = x$ 。

代 $n = 3$ 至 $a_{n+2} = a_n + 2a_{n+1}$ ，

$$a_5 = a_3 + 2a_4$$

$$a_5 = 4 + 2x$$

代 $n = 4$ 至 $a_{n+2} = a_n + 2a_{n+1}$ ，

$$a_6 = a_4 + 2a_5$$

$$28 = x + 2(4 + 2x)$$

$$x = 4$$

因此， $a_4 = 4$ 。

20. [C]

數列： $___, ___, 4, ___, 70, ___$

$$a_5 = a_3 + a_4 \quad \text{及} \quad a_6 = a_4 + a_5$$

$$70 = 4 + a_4 \quad a_6 = 66 + 70$$

$$a_4 = 66 \quad a_6 = 136$$

21. [D]

由於 $a_4 = a_3 \times a_2$ ，可得 $a_3 = \frac{a_4}{a_2} = 6$ 。

該數列為 $2, 3, 6, 18, 108, \dots$

22. B

由於 $a_3 = 2a_1 + a_2$ 、 $a_4 = 2a_2 + a_3$ 、 \dots ，

該數列為 2, 5, 9, 19, 37, 75, 149, ...

故此， $a_7 = 149$ 。

23. B

第 2 項 $= 1 + 2(1 + 1) = 5$ 。

該數列為 1, 5, 11, 19, 29, 41, 55, 71, 89, 109, ...

第 10 項為 109。

24. C

每個圖案的點子數目由 +5, +5, +5, ... 組成。

點子數目的數列為 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, ...。

所求數目為 41。

25. C

代 $n = 2$ 及 $n = 3$ 至 $x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$ ，可得

$$\begin{cases} x_4 = x_3 + 4 \\ 34 = x_4 + x_3 \end{cases}$$

求解後，可得 $x_3 = 15$ 及 $x_4 = 19$ 。

$$x_6 = x_5 + x_4 = 34 + 19 = 53$$

26. D

I. ✓。公差 $= 4 \log a$ 。

II. ✓。公差 $= 1 - a$ 。

III. ✓。數列可化簡為 $\sin a^\circ, 0, -\sin a^\circ$ 。

公差 $= -\sin a^\circ$ 。

27. C

I. ✗。 $\pi^{45} - \pi^{30} = \pi^{30}(\pi^{15} - 1)$ 及 $\pi^{60} - \pi^{45} = \pi^{45}(\pi^{15} - 1) \neq \pi^{45} - \pi^{30}$

II. ✓。 $45\pi - 30\pi = 15\pi = 60\pi - 45\pi$

III. ✓。 $(\pi - 45) - (\pi - 30) = -15 = (\pi - 60) - (\pi - 45)$

28. B

設首項及公差分別為 a 及 d 。

留意新的數字組由原來的數字每個加上 d 組成。

I. \times 。可得 $x_2 = x_1 + d$ 。

取 $d = -1$ ，則可得 $x_1 > x_2$ 。

II. \checkmark 。

III. \times 。可得 $z_1 = z_2$ 。

29. D

設 d 為該等差數列的公差。

尾 26 項可從首 26 項加上 $26d$ 求得。

$$\begin{aligned}\text{標準差} &= \sqrt{25} \\ &= 5\end{aligned}$$

30. A

最後 7 項與首 7 項相差一個常數 (公比的 42 倍)。

它們的方差相等。

結構式試題

31. $(6 - 2x) - (x + 2) = (x^2 - 14x) - (6 - 2x)$ 1M

$$0 = x^2 - 9x - 10$$

$$x = 10 \text{ 或 } -1$$
 1A

當 $x = 10$ 時，第 6 項 $= 12 + 5(-26) = -118$ 1A

當 $x = -1$ 時，第 6 項 $= 1 + 5(7) = 36$ 1A

32. (a) $u_2 = \frac{u_1 + u_3}{2}$ 1M

$$= \frac{1}{2}(64)$$
 1M

$$= 32$$
 1A

(b) $\log_2 u_1 + \log_2 u_2 + \log_2 u_3 = \log_2 u_1 u_3 + \log_2 32$

$$= \log_2 256 + 5$$
 1M

$$= 13$$
 1A

33. (a) 設 $T(n) = a + bn$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。 1A

$$\begin{cases} 5 = a + 3b \\ -9 = a + 10b \end{cases}$$
 1M

求解後，可得 $a = 11$ 及 $b = -2$ 。 1A

因此， $T(n) = 11 - 2n$ 。

(b) $T(n+1) - T(n) = [11 - 2(n+1)] - [11 - 2n] = -2 = \text{常數}$ 1M

同意該宣稱。 1A

34. 設該三個數字為 $a - d$ 、 a 及 $a + d$ 使得它們組成一等差數列。

$$(a - d) + a + (a + d) = 51$$
 1M

$$a = 17$$
 1A

$$(17 - d)(17)(17 + d) = 4641$$

$$16 - d^2 = 0$$

$$d = \pm 4$$
 1A

該三個數字為 13、17 及 21。 1A

35. (a) 通項 $= -156 + (n - 1)(21) = 21n - 177$ 1A

$$21n - 177 < 0$$

$$n < 8.43$$
 1A

共有 8 個負值項。 1A

(b) 首個正值項 $= 21(9) - 177 = 12$ 1A

36. 設首項及公差分別為 a 及 d 。

$$\begin{cases} (a + 3d) + (a + 5d) = 68 \\ a(a + 2d) = 120 \end{cases} \quad 1M$$

代 $a = \frac{68 - 8d}{2} = 34 - 4d$ 至第二條方程。

$$(34 - 4d)(34 - 2d) = 120 \quad 1M$$

$$8d^2 - 204d + 1036 = 0$$

$$d = 18.5 \quad \text{或} \quad 7 \quad 1A$$

當 $d = 18.5$ 時， $a = 34 - 4(18.5) = -40$ (捨去)。

當 $d = 7$ 時， $a = 34 - 4(7) = 6$ 。 1A

通項 $= 6 + 7(n - 1) = 7n - 1$ 1A

37. (a) 設所求的數目為 n 。

$$12 + 6(n - 1) \leq 1000 \quad 1M$$

$$n \leq 165.7$$

所求的數目為 165。 1A

(b) 設所求的數目為 n 。

$$10 + 10(n - 1) \leq 1000 \quad 1M$$

$$n \leq 100$$

所求的數目為 100。 1A

(c) 6 和 10 的 L.C.M. = 30。假定共有 n 個 30 的倍數。

$$30 + 30(n - 1) \leq 1000 \quad 1M$$

$$n \leq 33.3$$

所求的數目 $= 165 + 100 - 33 = 232$ 1M+1A