

REG-VAR-2223-ASM-SET 4-MATH**建議題解****結構式試題**

1. (a) 設 $g(x) = ax + bx^2$ ，其中 a 及 b 為非零常數。

1A

$$\begin{cases} -93 = -3a + 9b \\ 2 = 2a + 4b \end{cases}$$

1M

求解後， $a = 13$ 及 $b = -6$ 。

1A

(b) $13x - 6x^2 = x + k$

$$-6x^2 + 12x - k = 0$$

1M

$$\Delta = 12^2 - 4(-6)(-k) \geq 0$$

1A

$$k \leq 6$$

2. (a) 設 $C = a + \frac{b}{n}$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 4.1 = a + \frac{b}{25000} \\ 3 = a + \frac{b}{80000} \end{cases}$$

1M

求解後，可得 $a = 2.5$ 及 $b = 40000$ 。

1A

因此， $C = 2.5 + \frac{40000}{n}$ 。

(b) 當 $n = 50000$ ， $C = 2.5 + \frac{40000}{50000} = 3.3$ 。

1M

盈利百分比 $= \frac{6 - 3.3}{3.3} \times 100\%$

1M

$$\approx 81.8\%$$

1A

3. (a) 設 $f(x) = a(3x - 5)^2 + bx^3$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。

1A

$$\begin{cases} -266 = a(-6 - 5)^2 + b(-2)^3 \\ 49 = a(9 - 5)^2 + b(3)^3 \end{cases}$$

1M

求解後，可得 $a = -2$ 及 $b = 3$ 。

1A

因此，可得 $f(x) = -2(3x - 5)^2 + 3x^3$ 。

(b) $f(x) = 3x^3 - 18x^2 + 60x - 50$

1M

$$= (x^2 - 6x + 12)(3x) + 24x - 50$$

所求餘式為 $24x - 50$ 。

1A

4. (a) 設 $p(x) = ax + b(x + 1)^2$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 7 = -3a + 4b \\ 3 = a + 4b \end{cases}$$

1M

求解後，可得 $a = -1$ 及 $b = 1$ 。

1A

因此， $p(x) = -x + (x + 1)^2$ 。

(b) $-x + (x + 1)^2 = 7 - x^2$

1M

$$2x^2 + x - 6 = 0$$

$$x = -2 \quad \text{或} \quad \frac{3}{2}$$

1A

5. (a) 設 $C = a + br^2$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 67 = a + b \\ 112 = a + 4^2b \end{cases}$$

1M

求解後，可得 $a = 64$ 及 $b = 3$ 。

1A

所求成本 $= 64 + 3(3)^2 = \$91$

1A

(b) 設大球的半徑為 r cm。

$$\left(\frac{r}{3}\right)^3 = \frac{8}{1}$$

$$r = 6$$

1A

所求成本 $= 64 + 3(6)^2 = \$172$

1A

6. (a) 設 $V = at + bt^2$ ，其中 a 及 b 為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 5a + 25b = 190 \\ 15a + 225b = 510 \end{cases}$$

1M

求解後，可得 $a = 40$ 及 $b = -\frac{2}{5}$ 。故此， $V = 40t - \frac{2t^2}{5}$ 。

1A

(b) $V = 40(25) - \frac{2(25)^2}{5} = 750$

1M

考慮圖中的橫切面。當 θ 為最大值時，水位剛好觸及 B 點。

設 E 為 AD 上的一點使得 BE 為水平。

$$\frac{(AE)(10)}{2}(10) = 1000 - 750$$

1M

$$AE = 5 \text{ cm}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{AE}{10} \approx 26.6^\circ$$

1A

7. (a) 設 $I = a + b\sqrt{S}$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 7400 = a + 200b \\ 8600 = a + 300b \end{cases}$$

1M

求解後，可得 $a = 5000$ 及 $b = 12$ 。

1A

因此， $I = 5000 + 12\sqrt{S}$ 。

(b) 當 $S = 640\,000$ ， $I = 5000 + 12\sqrt{640\,000} = 14\,600$ 。

1A

他該月的月薪為 \$14\,600。

(c) 百分比變化 = $\frac{(5000 + 12\sqrt{4 \times 640\,000}) - 14\,600}{14\,600} \times 100\%$

1M+1A

$$\approx +65.8\%$$

1A

8. (a) 設 $x = a + bt$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 44 = a + 2b \\ 56 = a + 3b \end{cases}$$

1M

求解後，可得 $a = 20$ 及 $b = 12$ 。

1A

因此， $x = 20 + 12t$ 。

(b) (i) 設 $y = kt$ ，其中 k 為一非零常數。

1A

$$28 = 2k$$

$$k = 14$$

因此， $y = 14t$ 。

1A

(ii) $20 + 12t = 14t$

1M

$$t = 10$$

所求時間為 10 小時。

1A

9. (a) 設 $C = a + \frac{b}{n}$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 12 = a + \frac{b}{100} \\ 10.5 = a + \frac{b}{400} \end{cases}$$

1M

求解後，可得 $a = 10$ 及 $b = 200$ 。

1A

因此， $C = 10 + \frac{200}{n}$ 。

(b) $10.2 = 10 + \frac{200}{n}$

$$n = 1000$$

印刷了 1000 本書。

1A

(c) 盈利百分率 = $\frac{2000(80\%)(13) - 2000\left(10 + \frac{200}{2000}\right)}{2000\left(10 + \frac{200}{2000}\right)} \times 100\%$

1M+1A

$$\approx 2.97\%$$

1A

10. (a) 設 $n = a + bx$ ，其中 a 及 b 均為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 630 = a + 150b \\ 330 = a + 250b \end{cases}$$

1M

求解後，可得 $a = 1080$ 及 $b = -3$ 。

一週盈利 $= nx$

$$= (1080 - 3x)(x)$$

1M

$$= \$(-3x^2 + 1080x)$$

1

(b) 設上一星期售出每件恤衫的盈利為 $\$x$ 。

$$-3(x + 100)^2 + 1080(x + 100) = -3x^2 + 1080x$$

1M+1A

$$-3x^2 - 600x - 30\,000 + 1080x + 108000 = -3x^2 + 1080x$$

$$-600x + 78\,000 = 0$$

$$x = 130$$

1A

所求盈利為 $\$130$ 。

11. (a) 設 $h = ma + na^2$ ，其中 m 及 n 為非零常數。

1A

$$\begin{cases} 100 = m + n \\ 280 = 2m + 4n \end{cases}$$

1M

求解後，可得 $m = 60$ 及 $n = 40$ 。

1A

因此， $h = 60a + 40a^2$ 。

(b) $300a = 60a + 40a^2$

1M

$$0 = 40a^2 - 240a$$

$$a = 0 \text{ 或 } 6$$

可得 $(a, h) = (6, 1800)$ 或 $(0, 0)$ (捨去)。

1A

(c) $h = 40a^2 + 60a$

$$= 40 \left[a^2 + 2 \left(\frac{3}{4} \right) a + \left(\frac{3}{4} \right)^2 \right] - \frac{45}{2}$$

1M

$$= 40 \left(a + \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{45}{2}$$

h 的最小值為 $-\frac{45}{2}$ ，相應的 a 值為 $-\frac{3}{4}$ 。

1A+1A