

# REG-VAR-2223-ASM-SET 4-MATH

## 建議題解

### 結構式試題

1. (a) 設  $g(x) = ax + bx^2$ ，其中  $a$  及  $b$  為非零常數。 1A

$$\begin{cases} -93 = -3a + 9b \\ 2 = 2a + 4b \end{cases}$$
 1M

求解後， $a = 13$  及  $b = -6$ 。 1A

(b)  $13x - 6x^2 = x + k$

$$-6x^2 + 12x - k = 0$$

$$\Delta = 12^2 - 4(-6)(-k) \geq 0$$
 1M

$$k \leq 6$$
 1A
  
2. (a) 設  $C = a + \frac{b}{n}$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A

$$\begin{cases} 4.1 = a + \frac{b}{25\,000} \\ 3 = a + \frac{b}{80\,000} \end{cases}$$
 1M

求解後，可得  $a = 2.5$  及  $b = 40\,000$ 。 1A

因此， $C = 2.5 + \frac{40\,000}{n}$ 。

(b) 當  $n = 50\,000$ ， $C = 2.5 + \frac{40\,000}{50\,000} = 3.3$ 。

$$\text{盈利百分比} = \frac{6 - 3.3}{3.3} \times 100\%$$
 1M

$$\approx 81.8\%$$
 1A
  
3. (a) 設  $f(x) = a(3x - 5)^2 + bx^3$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A

$$\begin{cases} -266 = a(-6 - 5)^2 + b(-2)^3 \\ 49 = a(9 - 5)^2 + b(3)^3 \end{cases}$$
 1M

求解後，可得  $a = -2$  及  $b = 3$ 。 1A

因此，可得  $f(x) = -2(3x - 5)^2 + 3x^3$ 。

(b)  $f(x) = 3x^3 - 18x^2 + 60x - 50$

$$= (x^2 - 6x + 12)(3x) + 24x - 50$$
 1M

所求餘式為  $24x - 50$ 。 1A

4. (a) 設  $p(x) = ax + b(x+1)^2$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A

$$\begin{cases} 7 = -3a + 4b \\ 3 = a + 4b \end{cases} \quad 1M$$

求解後，可得  $a = -1$  及  $b = 1$ 。 1A

因此， $p(x) = -x + (x+1)^2$ 。

- (b)  $-x + (x+1)^2 = 7 - x^2$  1M

$$2x^2 + x - 6 = 0$$

$$x = -2 \quad \text{或} \quad \frac{3}{2} \quad 1A$$

5. (a) 設  $C = a + br^2$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A

$$\begin{cases} 67 = a + b \\ 112 = a + 4^2b \end{cases} \quad 1M$$

求解後，可得  $a = 64$  及  $b = 3$ 。 1A

所求成本 =  $64 + 3(3)^2 = \$91$  1A

- (b) 設大球的半徑為  $r$  cm。

$$\begin{aligned} \left(\frac{r}{3}\right)^3 &= \frac{8}{1} \\ r &= 6 \end{aligned} \quad 1A$$

所求成本 =  $64 + 3(6)^2 = \$172$  1A

6. (a) 設  $V = at + bt^2$ ，其中  $a$  及  $b$  為非零常數。 1A

$$\begin{cases} 5a + 25b = 190 \\ 15a + 225b = 510 \end{cases} \quad 1M$$

求解後，可得  $a = 40$  及  $b = -\frac{2}{5}$ 。故此， $V = 40t - \frac{2t^2}{5}$ 。 1A

- (b)  $V = 40(25) - \frac{2(25)^2}{5} = 750$  1M

考慮圖中的橫切面。當  $\theta$  為最大值時，水位剛好觸及  $B$  點。

設  $E$  為  $AD$  上的一點使得  $BE$  為水平。

$$\begin{aligned} \frac{(AE)(10)}{2}(10) &= 1000 - 750 \\ AE &= 5 \text{ cm} \end{aligned} \quad 1M$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{AE}{10} \approx 26.6^\circ \quad 1A$$

7. (a) 設  $I = a + b\sqrt{S}$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A
- $$\begin{cases} 7400 = a + 200b \\ 8600 = a + 300b \end{cases}$$
- 1M
- 求解後，可得  $a = 5000$  及  $b = 12$ 。 1A
- 因此， $I = 5000 + 12\sqrt{S}$ 。
- (b) 當  $S = 640\,000$ ， $I = 5000 + 12\sqrt{640\,000} = 14\,600$ 。 1A
- 他該月的月薪為 \$14\,600。
- (c) 百分比變化 =  $\frac{(5000 + 12\sqrt{4 \times 640\,000}) - 14\,600}{14\,600} \times 100\%$  1M+1A
- $$\approx +65.8\%$$
- 1A
8. (a) 設  $x = a + bt$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A
- $$\begin{cases} 44 = a + 2b \\ 56 = a + 3b \end{cases}$$
- 1M
- 求解後，可得  $a = 20$  及  $b = 12$ 。 1A
- 因此， $x = 20 + 12t$ 。
- (b) (i) 設  $y = kt$ ，其中  $k$  為一非零常數。 1A
- $$28 = 2k$$
- $$k = 14$$
- 因此， $y = 14t$ 。 1A
- (ii)  $20 + 12t = 14t$  1M
- $$t = 10$$
- 所求時間為 10 小時。 1A
9. (a) 設  $C = a + \frac{b}{n}$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A
- $$\begin{cases} 12 = a + \frac{b}{100} \\ 10.5 = a + \frac{b}{400} \end{cases}$$
- 1M
- 求解後，可得  $a = 10$  及  $b = 200$ 。 1A
- 因此， $C = 10 + \frac{200}{n}$ 。
- (b)  $10.2 = 10 + \frac{200}{n}$
- $$n = 1000$$
- 印刷了 1000 本書。 1A
- (c) 盈利百分率 =  $\frac{2000(80\%)(13) - 2000\left(10 + \frac{200}{2000}\right)}{2000\left(10 + \frac{200}{2000}\right)} \times 100\%$  1M+1A
- $$\approx 2.97\%$$
- 1A

10. (a) 設  $n = a + bx$ ，其中  $a$  及  $b$  均為非零常數。 1A

$$\begin{cases} 630 = a + 150b \\ 330 = a + 250b \end{cases} \quad 1M$$

求解後，可得  $a = 1080$  及  $b = -3$ 。

一週盈利  $= nx$

$$= (1080 - 3x)(x) \quad 1M$$

$$= \$(-3x^2 + 1080x) \quad 1$$

- (b) 設上一星期售出每件恤衫的盈利為  $\$x$ 。

$$-3(x + 100)^2 + 1080(x + 100) = -3x^2 + 1080x \quad 1M+1A$$

$$-3x^2 - 600x - 30\,000 + 1080x + 108\,000 = -3x^2 + 1080x$$

$$-600x + 78\,000 = 0$$

$$x = 130 \quad 1A$$

所求盈利為  $\$130$ 。

11. (a) 設  $h = ma + na^2$ ，其中  $m$  及  $n$  為非零常數。 1A

$$\begin{cases} 100 = m + n \\ 280 = 2m + 4n \end{cases} \quad 1M$$

求解後，可得  $m = 60$  及  $n = 40$ 。 1A

因此， $h = 60a + 40a^2$ 。

- (b)  $300a = 60a + 40a^2$  1M

$$0 = 40a^2 - 240a$$

$$a = 0 \quad \text{或} \quad 6$$

可得  $(a, h) = (6, 1800)$  或  $(0, 0)$  (捨去)。 1A

- (c)  $h = 40a^2 + 60a$

$$= 40 \left[ a^2 + 2 \left( \frac{3}{4} \right) a + \left( \frac{3}{4} \right)^2 \right] - \frac{45}{2} \quad 1M$$

$$= 40 \left( a + \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{45}{2}$$

$h$  的最小值為  $-\frac{45}{2}$ ，相應的  $a$  值為  $-\frac{3}{4}$ 。 1A+1A