

REG-LOCUS-2223-ASM-SET 1-MATH

建議題解

多項選擇題

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D | 2. A | 3. A | 4. D | 5. B |
| 6. D | 7. B | 8. B | 9. C | 10. C |
| 11. B | 12. C | 13. D | 14. D | 15. A |
| 16. A | 17. A | 18. D | 19. A | 20. C |
| 21. A | 22. D | 23. A | 24. A | |

1. D

L_1 與 L_2 為不平行直線。

P 的軌跡為 L_1 與 L_2 所成的角的角平分線，即一對互相垂直的直線。

2. A

P 的軌跡是一直徑為 AB 的圓。

3. A

與定點維持固定距離 $\Rightarrow$ 圓

4. D

L_1 平行於 L_2 。

所求軌跡為一平行於 L_1 的直線，在 L_1 與 L_2 之間。

5. B

AB 與 BC 不平行。 P 的軌跡為 $\angle ABC$ 的角平分線。

I. $\times$ 。該軌跡不垂直於 AC ，除非 $AB = BC$ 。

II. $\times$ 。該軌跡不通過 AC 的中點，除非 $AB = BC$ 。

III. $\checkmark$ 。

6. D

P 的軌跡為平行於 L 的一對直線。

7. B

P 的軌跡為由 x 軸與 y 軸形成的角的角平分線。

答案為 B 。

8. B

由 P 至 AB 的距離為 $\triangle PAB$ 的高，即為一常數。

P 的軌跡為兩直線，與直線 AB 維持一固定距離。

9. C

P 的軌跡為一對平行直線， $y = -1$ 及 $y = 11$ 。

10. C

P 的軌跡為 $\angle AOF$ 的角平分線。

$$\angle AOF = 40^\circ + 30^\circ \times 2 + 10^\circ + 50^\circ = 160^\circ$$

$$\text{留意 } \angle AOD = 40^\circ + 30^\circ + 10^\circ = 80^\circ = \frac{160^\circ}{2}。$$

P 的軌跡為線段 OD 。

11. B

P 的軌跡通過 B 、 J 及 D 。

P 的軌跡為線段 BD 。

12. C

P 的軌跡為兩相交直線形成的角的角平分線。

兩角平分線互相垂直。

13. D

設 M 及 N 分別為 AB 及 CD 的中點。

I. 該軌跡為 AB 的垂直平分線。

軌跡為線段 MN 。

II. 該軌跡為通過 AB 的中點且平行於 AD 的直線。

軌跡為線段 MN 。

III. 留意 $\triangle PCD$ 為等腰三角形。 P 與 C 及 D 等距。

P 的軌跡為 CD 的垂直平分線。

軌跡為線段 MN 。

三個條件均給出相同的 P 的軌跡。

14. D

Q 的軌跡通過 F 、 J 及 H ，為線段 FH 。

15. A

與兩定點等距 $\Rightarrow$ 垂直平分線

16. A

P 與點 A 維持不變距離。所以， P 的軌跡為一圓。

17. A

設 $P(x, y)$ 。

則 A 及 B 的坐標分別為 $(2x, 0)$ 及 $(0, 2y)$ 。

$$AB = \sqrt{(2x)^2 + (2y)^2}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{(AB)^2}{4}$$

P 的軌跡是一弧（圓的部分），其中圓心為 $(0, 0)$ 及半徑 $\frac{AB}{2}$ 。

18. D

P 的軌跡是 L_1 與 L_2 間的角的角平分線。

P 的軌跡是一對直線（互相垂直，通過 L_1 與 L_2 的交點）。

19. A

P 的軌跡為 AB 的垂直平分線，即為一直線。

20. C

設 $P = (x, y)$ 。

$$PX = 2PY$$

$$\sqrt{x^2 + (y - 5)^2} = 2\sqrt{(x - 1)^2 + y^2}$$

$$x^2 + (y - 5)^2 = 4[(x - 1)^2 + y^2]$$

$$0 = 3x^2 + 3y^2 - 8x + 10y - 21$$

21. A

P 的軌跡是一圓，圓心 $A(2, -5)$ 及半徑 AB 。

A. ✓。圓心 $(2, -5)$ 及 $8^2 + 3^2 - 4(8) + 10(3) - 71 = 0$ 。

B. ✗。圓心 $(-2, 5)$

C. ✗。圓心 $(-2, 5)$

D. ✗。圓心 $(2, -5)$ 但 $8^2 + 3^2 - 4(8) + 10(3) - 75 = -4 \neq 0$ 。

22. D

設 P 的坐標為 (x, y) 。

$$\frac{y - 4}{x - 0} \times \frac{y - 2}{x - 6} = -1$$

$$(y - 4)(y - 2) = -x(x - 6)$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 8 = 0$$

所求方程為 $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 8 = 0$ 。

23. A

軌跡為 AB 的垂直平分線。

AB 的斜率 = $\frac{5 + 1}{1 + 5} = 1$ 。軌跡的斜率 = -1 。只有選項 A 的直線的斜率為 -1 。

24. A

A 及 B 的坐標分別為 $(5, 0)$ 及 $(0, -12)$ 。

P 的軌跡為 AB 的垂直平分線。

AB 的中點的坐標為 $\left(\frac{5}{2}, -6\right)$ 。

留意 $15x + 36y + 179 = 15\left(\frac{5}{2}\right) + 36(-6) + 179$ 不是整數，代表它不可能是零。

答案為 A。

結構式試題

25. (a) 設 P 的坐標為 (x, y) 。

$$[(x-8)^2 + (y-1)^2] + [(x-3)^2 + (y-4)^2] = (8-3)^2 + (4-1)^2 \quad 1M$$

$$2x^2 + 2y^2 - 22x - 10y + 56 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 11x - 5y + 28 = 0$$

P 的軌跡的方程為 $x^2 + y^2 - 11x - 5y + 28 = 0$ 。 1A

- (b) 設 P 的坐標為 (x, y) 。

$$[(8-3)^2 + (4-1)^2] + [(x-3)^2 + (y-4)^2] = (x-8)^2 + (y-1)^2 \quad 1M$$

$$10x - 6y - 6 = 0$$

$$5x - 3y - 3 = 0$$

P 的軌跡的方程為 $5x - 3y - 3 = 0$ 。 1A

- (c) 設 P 的坐標為 (x, y) 。

$$\sqrt{(x-8)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} \quad 1M$$

$$-10x + 6y = 40$$

$$5x - 3y - 20 = 0$$

P 的軌跡的方程為 $5x - 3y - 20 = 0$ 。 1A

26. (a) 設 P 的坐標為 (x, y) 。則 F 的坐標為 $(x, 3)$ 。

$$[(x-2)^2 + y^2] + [x^2 + (y+2)^2] = 2(y-3)^2 \quad 1M$$

$$2x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + 8 = 2y^2 - 12y + 18$$

$$y = -\frac{x^2}{8} + \frac{x}{4} + \frac{5}{8}$$

P 的軌跡的方程為 $y = -\frac{x^2}{8} + \frac{x}{4} + \frac{5}{8}$ 。 1A

- (b) P 的軌跡為一開口向下的拋物線。 1A

27. (a) AB 的長度為 4。由 P 至 AB 的距離 $= \frac{6 \times 2}{4} = 3$ 1A

P 的軌跡為一對垂直直線，在 AB 左方 3 單位及右方 3 單位。 1A

- (b) P 的軌跡的方程為 $x = -1$ 及 $x = 5$ 。 1M+1A

28. (a) 設 B 的坐標為 (p, q) 。

$$\frac{q-4}{p-0} \times (-1) = -1$$

1M

$$q-4=p$$

AB 的中點在 $\left(\frac{p}{2}, \frac{q+4}{2}\right)$ 。

所以， $\frac{q+4}{2} = -\frac{p}{2}$ 。

1M

求解後，可得 $p = -4$ 及 $q = 0$ 。 B 的坐標為 $(-4, 0)$ 。

1A

(b)
$$\frac{y-4}{x-0} \times \frac{y-0}{x+4} = -1$$

1M

$$y(y-4) + x(x+4) = 0$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$$

1

(c) Γ 的半徑 $= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

$$\pi r^2 - \pi(2\sqrt{2})^2 = \pi(2\sqrt{2})^2$$

1M

$$r^2 = 16$$

$$r = 4$$

1A