

REG-GOF-2223-ASM-SET 1-MATH**建議題解****多項選擇題**

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D | 2. C | 3. D | 4. A | 5. B |
| 6. C | 7. B | 8. B | 9. B | 10. B |
| 11. C | 12. D | 13. B | 14. A | 15. A |
| 16. D | 17. A | | | |

1. D

代 $(\log_4 x, \log_4 y) = (1, 2)$ 及 $(9, 6)$ 至 $\log_4 y = \log_4 k + a \log_4 x$,

$$\begin{cases} 2 = \log_4 k + a(1) \\ 6 = \log_4 k + a(9) \end{cases}$$

求解後，可得 $\log_4 k = \frac{3}{2}$ 及 $a = \frac{1}{2}$ 。

故此， $k = 4^{\frac{3}{2}} = 8$ 。

2. C

對點 $(0, -2)$ 。

$$\log x = 0 \quad \text{及} \quad \log y = -2$$

$$x = 1 \qquad y = 10^{-2} = \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{100} = k(1)^2$$

$$k = \frac{1}{100}$$

3. D

對點 $(0, -3)$ 。

$$\log_9 x = 0 \quad \text{及} \quad \log_3 y = -3$$

$$x = 1 \qquad y = 3^{-3} = \frac{1}{27}$$

只有選項 D 滿足以上條件。

4. A

圖像的斜率 = -4 及 $y^3 = -4 \log_5 x + 12$ 。

$$2^3 = -4 \log_5 x + 12$$

$$\log_5 x = 1$$

$$x = 5$$

5. B

$$y = m \log_{\frac{1}{3}} x + c = -m \log_3 x + c$$

$$\text{斜率} = -m = \frac{2}{4}$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

6. C

對點 (0, -1) ,

$$\log_7 x = 0 \quad \text{及} \quad \log_7 y = -1$$

$$x = 1 \qquad y = 7^{-1}$$

可得 $7^{-1} = a(1)^b$, 及 $a = \frac{1}{7}$ 。

對點 (2, 0) ,

$$\log_7 x = 2 \quad \text{及} \quad \log_7 y = 0$$

$$x = 49 \qquad y = 1$$

可得 $1 = \frac{1}{7}(49)^b$, 及 $b = \frac{1}{2}$ 。

7. B

$$f(x) - 4 = 0 \rightarrow f(x) = 4 \rightarrow y = 4$$

解為 $y = f(x)$ 與 $y = 4$ 的交點的 x 坐標 , 即 $x = 2$ 或 4 。

8. B

$$x^3 - 2x + 1 = 2$$

$$y = 2$$

描繪直線 $y = 2$ 。

可得 $x = -1$ 或 -0.6 或 1.6 。

9. B

$$\text{方程組} \begin{cases} y = f(x) \\ y = k \end{cases} \quad \text{有實解。}$$

留意 $f(x) \leq -1$ 。

可得 $k \leq -1$ 。

10. B

$$2f(x) + 2 = 0$$

$$2y + 2 = 0$$

$$y = -1$$

描繪直線 $y = -1$ 。

共有 3 個實根。

11. C

A. $f(x) = -1$ 有一個實根。

B. $f(x) = 1$ 有兩個實根。

C. $\frac{1}{2}f(x) = -1$

$$f(x) = -2$$

$f(x) = -2$ 沒有實根。

D. $\frac{1}{2}f(x) = 1$

$$f(x) = 2$$

$f(x) = 2$ 有兩個實根。

答案為 C。

12. D

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(y + 2) + 2 = 0$$

$$y = -4$$

應加上直線 $y = -4$ 。

13. B

I. ✓。代 $y = 0$ ， x 截距為 $f(x) = 0$ 的根。

II. ✗。從圖中， $f(x) < -3 \Rightarrow x < a$ 或 $x > d$ 。

III. ✓。 x 的值為兩 x 截距的平均值，即 $\frac{b+c}{2}$ 。

14. A

$$5 + f(x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq -5 \Rightarrow y \geq -5$$

解為直線 $y = 5$ 以上的部分，即 $x \geq -4$ 。

15. A

I. ✓。 $f(x) < k$ 對應曲線在 L 以下的部分。

II. ✓。根為曲線與 L 的交點的 x 坐標。

III. ✗。對稱軸為 $x = \frac{2+8}{2} = 5$ 。

16. D

留意該曲線通過 $(0, -1)$ 。

$$-1 = \left(\frac{2}{3}\right)^0 + k$$

$$k = -2$$

該曲線的方程為 $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x - 2$ 。

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 \geq 0$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x \geq 2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \frac{1}{2}$$

$$y + 2 \leq \frac{1}{2}$$

$$y \leq -\frac{3}{2}$$

描繪直線 $y = -\frac{3}{2}$ 。

可得 $x \geq 1.7$ 。

17. A

留意該曲線通過 $(3, 5)$ 。

$$5 = 4 \log_a 3 + 1$$

$$\log_a 3 = 1$$

$$a = 3$$

該曲線的方程為 $y = 4 \log_3 x + 1$ 。

$$2 \log_3 3x < 2.5$$

$$2 \log_3 3 + 2 \log_3 x < 2.5$$

$$2 + \frac{y-1}{2} < 2.5$$

$$y < 2$$

描繪直線 $y = 2$ 。

可得 $0 < x < 1.3$ 。

結構式試題

18. (a) $x = a$ 或 d 或 e 1A
 (b) $x = b$ 或 0 或 f 1A
 (c) $b < x < 0$ 或 $x > f$ 1A

19. (a) $2x^3 + x^2 - 2x + 3 \geq 2x + 5$
 $2x^3 + x^2 - 4x - 2 \geq 0$
 $(y + 1) - 2 \geq 0$ 1M
 $y \geq 1$
 描繪直線 $y = 1$ 。 1M
 解為 $-1.4 \leq x \leq -0.5$ 或 $x \geq 1.4$ 。 1A
- (b) $x^2(2x + 1) \geq 2(2x + 1)$
 $2x^3 + x^2 \geq 4x + 2$
 $2x^3 + x^2 - 4x - 2 \geq 0$ 1A
 故此， $-1.4 \leq x \leq -0.5$ 或 $x \geq 1.4$ 。
 所求整數為 -1 。 1A

20. (a) $V = 4x(x+3)^2 + \frac{1}{3}(x+3)^2[(10x-9)-4x]$ 1M+1A

$$= (x^2 + 6x + 9)(4x + 2x - 3)$$

$$= 6x^3 + 33x^2 + 36x - 27$$

1

(b) (i) $3033 = 6x^2 + 33x^2 + 36x - 27$

$$3033 = 3 \left(\frac{y}{0.01} + 20 \right) - 27$$

1M

$$y = 10$$

描繪直線 $y = 10$ 。

1A

可得 $x = 6.4$ 。

1A

(ii) $6x^3 + 33x + 36x - 27 < 1713$

$$3 \left(\frac{y}{0.01} + 20 \right) - 27 < 1713$$

1M

$$y < 5.6$$

描繪直線 $y = 5.6$ 。

1A

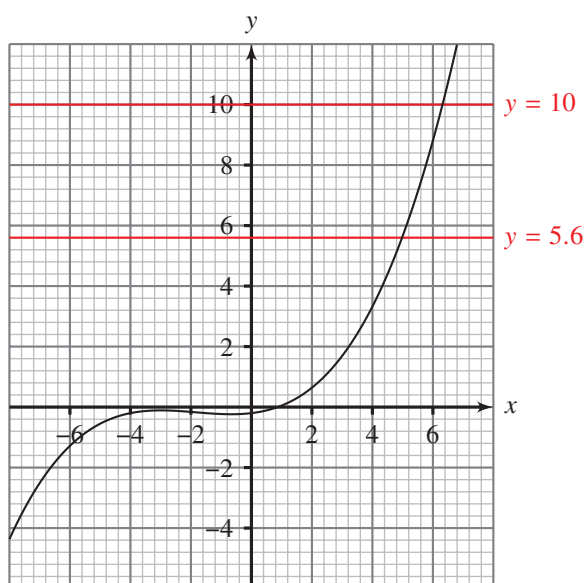
可得 $x < 4.8$ 。

由於 $10x - 9 > 4x > 0$ ，可得 $x > 1.5$ 。

1M

因此， $1.5 < x < 4.8$ 。

1A



21. (a) $2 = 0 + 0 + r$

$$r = 2$$

1A

$$6 = (-2)^3 + p(-2)^2 + 2$$

$$p = 3$$

1A

(b) (i) $x^3 + 3x^2 + 4 = 0$

$$x^3 + 3x + 2 = -2$$

1A

(ii) 描繪直線 $y = -2$ 。

1A

解為 $x = -3.4$ 。

1A

(c) (i) 2 或 6

1A

(ii) 描繪直線 $y = 6$ 。

1A

解為 $x > 1.0$ 。

1A

22. (a) 總體積 = $\frac{4}{3}\pi x^3 + \frac{4}{3}\pi(4)^3$
 $= \frac{4}{3}\pi(x^3 + 64) \text{ cm}^3$

1M

1A

(b) $\frac{4}{3}\pi(x^3 + 64) = 6^2\pi(x + 1)$

1M+1A

$$x^3 - 27x + 37 = 0$$

1

(c) $x^3 - 27x + 37 = 0$

$$x^3 - 27x = -37$$

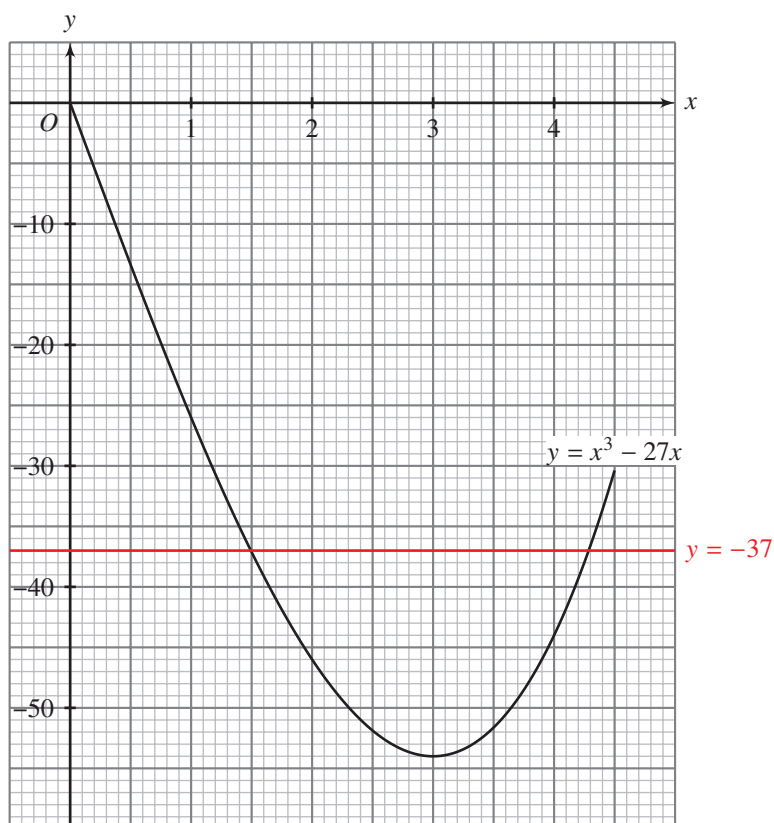
1A

描繪直線 $y = -37$ 。

1A

則 $x = 1.5$ (捨去) 或 4.3 。

1A



23. (a) $p^2q = 100$ 1M
- $q = \frac{100}{p^2}$ 1A
- (b) $A = 2p^2 + 4p\left(\frac{100}{p^2}\right)$ 1M
- $= 2p^2 + \frac{400}{p}$ 1A
- (c) 從圖中， $y = 2x^2 + \frac{400}{x}$ 的最小值為 $130 > 100$ 。 1M
- 因此，該長方體的總表面面積不可能為 100 cm^2 。 1A
- (d) 從圖中，當 $y < 200$ 時， $2.0 < x < 8.8$ 。 1A+1A
- 因此， $2.0 < p < 8.8$ 。