

REV-EOC-2223-ASM-SET 2-MATH

建議題解

多項選擇題

1. D

$$x^2 + (x + 4)^2 - 4x - 16 = 0$$

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$x = 0 \quad \text{或} \quad -2$$

當 $x = 0$, $y = 0 + 4 = 4$; 當 $x = -2$, $y = -2 + 4 = 2$ 。

所求坐標為 $(0, 4)$ 及 $(-2, 2)$ 。

2. B

$$1 = 2(1) + k$$

$$k = -1$$

$$\text{解 } \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0 \end{cases}, \text{ 可得 } (x, y) = (1, 1) \text{ 或 } (-1, -3)。$$

Q 的坐標為 $(-1, -3)$ 。

3. D

$$(0)^2 + y^2 + 4(0) - 4 = 0$$

$$y^2 - 4 = 0$$

$$y = 2 \quad \text{或} \quad -2 \quad (\text{捨去})$$

$$(0) - (2) + k = 0$$

$$k = 2$$

$$x^2 + (x + 2)^2 + 4x - 4 = 0$$

$$2x^2 + 8x = 0$$

$$x = 0 \quad \text{或} \quad -4$$

當 $x = -4$, $y = (-4) + 2 = -2$ 。

B 的坐標為 $(-4, -2)$ 。

4. A

代 $(3, b)$ 至 L 的方程。

$$(3) - 4(b) - 11 = 0$$

$$b = -2$$

代 $(-1, -3)$ 及 $(3, -2)$ 至 C 的方程。

$$\begin{cases} 1 + 9 - a - 15 + c = 0 \\ 9 + 4 + 3a - 10 + c = 0 \end{cases}$$

求解後，可得 $a = -2$ 及 $c = 3$ 。

答案為 **A** 。

5. A

$$\text{解 } \begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 22y + 75 = 0 \end{cases}, \text{ 可得 } (x, y) = (3, 4) \text{ 或 } (9, 12)。$$

MN 的中點為 $(6, 8)$ 。

所求方程為

$$(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = (3 - 6)^2 + (4 - 8)^2$$

$$(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 25$$

6. C

$$\text{解 } \begin{cases} x + y = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0 \end{cases}, \text{ 可得 } (x, y) = (1, -1) \text{ 或 } (-4, 4)。$$

$$AB = \sqrt{(1 + 4)^2 + (-1 - 4)^2}$$

$$= 5\sqrt{2}$$

7. D

$$0^2 + y^2 + 6(0) - 2y - 3 = 0$$

$$y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$y = 3 \text{ 或 } -1$$

圓心 G 的坐標為 $(-3, 1)$ 。

由於 A 、 B 、 G 共線， AG 的斜率同為正數。

B 的坐標為 $(0, 3)$ 。

設 A 的坐標為 (a, b) 。

$$\frac{a + 0}{2} = -3 \text{ 及 } \frac{b + 3}{2} = 1$$

$$a = -6 \quad b = -1$$

A 的坐標為 $(-6, -1)$ 。

8. C

$$0^2 + y^2 + 8(0) - 10y + 16 = 0 \quad \text{及} \quad x^2 + 0^2 + 8x - 10(0) + 16 = 0$$

$$y^2 - 10y + 16 = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$y = 2 \text{ 或 } 8$$

$$x = -4$$

$$\text{所求面積} = \frac{(8 - 2)(4)}{2}$$

$$= 12$$

9. C

圓心 $(-2, 4)$ 。半徑的斜率 $= \frac{4-3}{-2+7} = \frac{1}{5}$

切線斜率 $= -5$

切線的方程為

$$y - 3 = -5(x + 7)$$

$$5x + y + 32 = 0$$

10. A

$$(1)^2 + y^2 - 8(1) + 4y - 5 = 0$$

$$y^2 + 4y - 12 = 0$$

$$y = -6 \quad \text{或} \quad 2$$

A 的坐標為 $(1, -6)$ 。

圓心 G 的坐標為 $(4, -2)$ 。

$$AG \text{ 的斜率} = \frac{-2+6}{4-1}$$

$$= \frac{4}{3}$$

$$L_1 \text{ 的斜率} = -\frac{3}{4}$$

L_1 的方程為

$$y + 6 = -\frac{3}{4}(x - 1)$$

$$3x + 4y + 21 = 0$$

11. D

$$L \text{ 的斜率} = -\frac{3}{5}$$

$$AC \text{ 的斜率} = \frac{5}{3}$$

C 的坐標為 $(4, -2)$ 。

所求方程為

$$y + 2 = \frac{5}{3}(x - 4)$$

$$5x - 3y - 26 = 0$$

12. A

圓心 G 的坐標為 $(-4, 1)$ 。

$$GP \text{ 的斜率} = \frac{1+1}{-4+2}$$

$$= -1$$

切線斜率 $= 1$

所求方程為

$$y + 1 = 1(x + 2)$$

$$x - y + 1 = 0$$

13. C

$$\text{I. } \checkmark \circ x^2 + (4k)^2 - 4kx - 4k(4k) + 4k^2 = 0$$

$$x^2 - 4kx + 4k^2 = 0$$

$$x = 2k$$

$y = 4k$ 為該圓的切線。

$$\text{II. } \checkmark \circ 0^2 + y^2 - 0 - 4ky + 4k^2 = 0$$

$$y^2 - 4ky + 4k^2 = 0$$

$$ky = 2k$$

$x = 0$ 為該圓的切線。

$$\text{III. } \times \circ (2k)^2 + y^2 - 4k(2k) - 4ky + 4k^2 = 0$$

$$y^2 - 4ky = 0$$

$$y = 4k \quad \text{or} \quad 0$$

$x = 2k$ 與該圓相交於兩相異點。

14. C

$$x^2 + 16^2 - 2kx - 2k(16) + k^2 = 0$$

$$x^2 - 2kx + (k^2 - 32k + 256) = 0$$

$$\Delta = (2k)^2 - 4(1)(k^2 - 32k + 256) = 0$$

$$128k - 1024 = 0$$

$$k = 8$$

15. D

$$x^2 + (mx)^2 - 4(mx) + 3 = 0$$

$$(1 + m^2)x^2 - 4mx + 3 = 0$$

$$\Delta = (4m)^2 - 4(3)(1 + m^2) = 0$$

$$4m^2 - 12 = 0$$

$$m = \pm\sqrt{3}$$

16. D

$$\text{I. } \checkmark \circ \text{解} \begin{cases} 3x - y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 4y - 2 = 0 \end{cases}, \text{ 可得 } (x, y) = (1, 1)。$$

它是該圓的切線。

$$\text{II. } \times \circ \text{解} \begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 4y - 2 = 0 \end{cases}, \text{ 沒有實數解。}$$

它與該圓不相交。

$$\text{III. } \checkmark \circ \text{解} \begin{cases} x - 3y - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 4y - 2 = 0 \end{cases}, \text{ 可得 } (x, y) = (-1, -1)。$$

它是該圓的切線。

17. D

解 $\begin{cases} x + 2y + c = 0 \\ x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ 。

$c = -1 \rightarrow$ 兩相異交點 $\rightarrow$

$c = 1 \rightarrow$ 兩相異交點 $\rightarrow$

$c = -3 \rightarrow$ 一個交點 $\rightarrow$ 當 $c = -3$ 時， L 為切線
只有選項 C 包含答案 $c = -3$ 。

18. B

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 - 8x - 10y - 39 = 0 \end{cases}$ 。

A. ✗。2 相異交點。

B. ✓。1 個交點：(4, 9)。

C. ✗。2 相異交點。

D. ✗。2 相異交點。

19. A

解 $\begin{cases} mx - y = 0 \\ x^2 + y^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases}$ 。

$m = -\frac{3}{4} \rightarrow$ 一個交點 $\rightarrow$ 切線

只有選項 A 包含答案 $m = -\frac{3}{4}$ 。

20. A

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 3x + 4y + k = 0 \\ x^2 + y^4 - \frac{9}{4} = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
$-\frac{15}{2}$	1	0
0	2	+

所求範圍有 $-\frac{15}{2}$ 作為界線值（不等於），且包含 0。
答案為 A。

21. **B**

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + 9 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x + cy - 45 = 0 \end{cases}$ 。

c 的值	交點數目	Δ
2	0	—

所求範圍不包含 2，且 2 不是其界線值。

答案為 B。

22. **B**

$$x^2 + (x - 1)^2 - 4x + 4(x - 1) + c = 0$$

$$2x^2 + (-2 - 4 + 4)x + (1 - 4 + c) = 0$$

$$2x^2 - 2x + (c - 3) = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4(2)(c - 3) < 0$$

$$-8c + 28 < 0$$

$$c > \frac{7}{2}$$

23. **D**

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + m = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y - 13 = 0 \end{cases}$ 。

m 的值	交點數目	Δ
-9	0	—

所求範圍不包含 $m = -9$ 且 -9 不是所求範圍的界線值。

答案為 D。

24. **A**

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x + 2y + k = 0 \\ x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
7	1	0
0	2	+

所求範圍包含「7」為界線值，且不包含 0。

答案為 A。

25. B

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - kx + 6y - 10 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
2	2	+

所求的範圍不包含 2，且 2 不是該範圍的界線值。

答案為 B。

26. B

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y - 13 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
-9	0	-

所求範圍不包含 -9，且 -9 不是所求範圍的界線值。

答案為 B。

27. D

利用計算機程式解方程組 $\begin{cases} x - y + k = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0 \end{cases}$ 。

k 的值	交點數目	Δ
-7	1	0
0	2	+

所求範圍有 -7 作為界線值，且不包含 0。

答案為 D。

28. D

A. ✗。利用計算機程式，方程組 $\begin{cases} x + y - 9 = 0 \\ x^2 + y^2 + 6x + 6y + 9 = 0 \end{cases}$ 沒有實解。

B. ✗。 $x + y + 9 = 0$ 不通過 (3, 6)。

C. ✗。與 A 同樣原因。

D. ✓。

29. [B]

C 與 x 軸相交於兩點 $\Rightarrow$ 當 $y = 0$ 時， x 有兩相異實數值。

利用計算機 FMLA 01，只有選項 A 及 B 滿足以上條件。

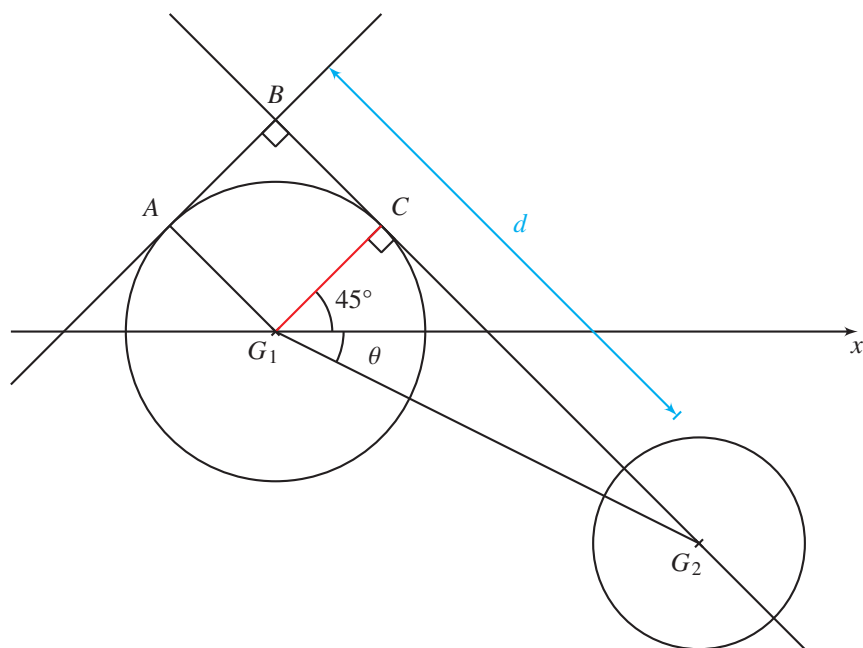
L 的方程為 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x \rightarrow \sqrt{3}x + 3y = 0$ 。利用計算機程式計算交點：

A. 相異坐標 $\rightarrow \times$

B. 相同坐標 $\rightarrow \checkmark$

30. [C]

設 G_1 及 G_2 分別為 C_1 及 C_2 的圓心。



假定 L 與 C_1 相切於 A ， B 為 L 上的點使得 $BG_2 \perp L$ 。

設 C 為 BG_2 上的點使得 $AB \parallel CG_1$ 。

由於 L 的斜率為 1， CG_1 的傾角 $= 45^\circ$ 。

$$G_1G_2 = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$$

$$G_1G_2 \text{ 的斜率} = -\tan \theta = \frac{-2}{4}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1}{2}$$

在 $\triangle CG_1G_2$ 中， $G_1G_2 = \sqrt{20}$ 及 $CG_2 = G_1G_2 \sin(45^\circ + \theta) = \sqrt{18}$ 。

所求距離 $= BG_2 - 1$

$$= (AG_1 + CG_2) - 1$$

$$= (\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) - 1$$

$$= 4\sqrt{2} - 1$$

結構式試題

31. (a) 圓心 $(-4, 3)$ ，半徑 $= \sqrt{4^2 + 3^2 - 5} = 2\sqrt{5}$ 1A
- (b) $(2y - k)^2 + y^2 + 8(2y - k) - 6y + 5 = 0$ 1M
- $$(4 + 1)y^2 + (-4k + 16 - 6)y + (k^2 - 8k + 5) = 0$$
- $$5y^2 + (-4k + 10)y + (k^2 - 8k + 5) = 0$$
- M 的 y 坐標 $= \frac{1}{2} \left(-\frac{-4k + 10}{5} \right) = \frac{2k - 5}{5}$ 1M
- 當 $y = \frac{2k - 5}{5}$ 時， $x = 2 \left(\frac{2k - 5}{5} \right) - k = \frac{-k - 10}{5}$ 。
- 所求坐標為 $\left(\frac{-k - 10}{5}, \frac{2k - 5}{5} \right)$ 。 1A
- (c) 若 M 在 x 軸以上，則 $2k - 5 > 0$ 。故此， $k > \frac{5}{2}$ 。 1A
- 考慮方程 $5y^2 + (-4k + 10)y + (k^2 - 8k + 5) = 0$ 。
- 若 L 與 C 相交於兩相異點，
- $$\Delta = (-4k + 10)^2 - 4(5)(k^2 - 8k + 5) > 0$$
- $$-4k^2 + 80k > 0$$
- $$0 < k < 20$$
- 集合 $k > \frac{5}{2}$ 和 $0 < k < 20$ ，可得 $\frac{5}{2} < k < 20$ 。
- 因此， M 可能在 x 軸以上的區域。 1A
-
32. (a) L 的斜率 $= \tan 45^\circ = 1$ 1A
- L 的方程為 $y = x + 1$ 。 1A
- (b) $x^2 + (x + 1)^2 - 8x - 6(x + 1) + k = 0$ 1M
- $$2x^2 - 12x - 5 + k = 0$$
- $$\Delta = (-12)^2 - 4(2)(-5 + k) = 0$$
- $$k = 23$$
- 1M+1A
- 1A
- (c) 代 $k = 23$ 至 (b) 的方程。
- $$2x^2 - 12x + 18 = 0$$
- $$x = 3$$
- 當 $x = 3$ 時， $y = 4$ 。 B 的坐標為 $(3, 4)$ 。 1A
- 由於 B 為兩圓的圓心的中點， S_1 的圓心的坐標為 $(2, 5)$ 。 1A

33. (a) $P(8, 6)$ 1A
 半徑 = 6 1A
- (b) (i) $y = mx$ 1A
 (ii) $x^2 + (mx)^2 - 16x - 12(mx) + 64 = 0$ 1M
 $(1 + m^2)x^2 + (-16 - 12m)x + 64 = 0$ 1A
 $\Delta = (-16 - 12m)^2 - 4(1 + m^2)(64) = 0$ 1M
 $7m^2 - 24m = 0$
 $m = \frac{24}{7}$ 或 0 (捨去) 1A
- (c) $OQ = \sqrt{8^2 + 6^2} + 6 = 16$ 1A
 設 $Q(p, q)$ 。
 $\frac{p}{8} = \frac{16}{10}$ 及 $\frac{q}{6} = \frac{16}{10}$ 1M
 $p = \frac{64}{5}$ $q = \frac{48}{5}$
 $Q\left(\frac{64}{5}, \frac{48}{5}\right)$ 1A
 OQ 的斜率 = $\frac{3}{4}$
 AB 的斜率 = $-\frac{4}{3}$
 AB 的方程為
 $y - \frac{48}{5} = -\frac{4}{3}\left(x - \frac{64}{5}\right)$ 1M
 $4x + 3y - 80 = 0$ 1A

34. (a) $AB^2 = 9^2 + 18^2 = 405$
 $AC^2 = 13^2 + 16^2 = 425$
 $BC^2 = 4^2 + 2^2 = 20$
 故此， $AB^2 + BC^2 = AC^2$ 。
 因此， $\angle ABC = 90^\circ$ 。
 $\triangle ABC$ 為一直角三角形。
- (b) 圓心的坐標 $= \left(\frac{-9+4}{2}, \frac{-8+8}{2} \right) = \left(-\frac{5}{2}, 0 \right)$
 Ω 的方程為

$$\left(x + \frac{5}{2} \right)^2 + y^2 = \left(0 + \frac{5}{2} \right)^2 + 10^2$$

$$x^2 + y^2 + 5x - 100 = 0$$
- (c) (i) D 的坐標為 $(10, 0)$ 。
 $(10)^2 + 0^2 + 5(10) - 100 = 50 \neq 0$
 故此， D 不在通過 A 、 B 及 C 的圓上。
 因此， $ABCD$ 不是圓內接四邊形。
- (ii) 設 L 的斜率為 m 。
 L 的方程為 $y = m(x - 10)$ 。
 代 L 至 Ω ，

$$x^2 + (mx - 10m)^2 + 5x - 100 = 0$$

$$(1 + m^2)x^2 + (-20m^2 + 5)x + (100m^2 - 100) = 0$$

 由於 L 為切線， $\Delta = 0$ 。

$$(20m^2 - 5)^2 - 4(1 + m^2)(100m^2 - 100) = 0$$

$$-200m^2 + 425 = 0$$

$$m = \pm \frac{\sqrt{34}}{4}$$

 L 的方程為 $y = \frac{\sqrt{34}}{4}(x - 10)$ 及 $y = -\frac{\sqrt{34}}{4}(x - 10)$ 。