

REG-2223-MOCK-SET 4-MATH-CP 2

答案：

- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D | 2. A | 3. A | 4. C | 5. C | 6. D | 7. D | 8. D | 9. B | 10. B |
| 11. B | 12. D | 13. C | 14. B | 15. C | 16. A | 17. C | 18. B | 19. C | 20. B |
| 21. D | 22. A | 23. B | 24. B | 25. A | 26. A | 27. A | 28. D | 29. C | 30. C |
| 31. C | 32. C | 33. B | 34. A | 35. D | 36. A | 37. B | 38. D | 39. D | 40. C |
| 41. D | 42. B | 43. A | 44. A | 45. B | | | | | |

題解：

1. D

$$\begin{aligned}\frac{27^{4n-2}}{9^{6n-4}} &= \frac{3^{12n-6}}{3^{12n-8}} \\ &= 3^{(12n-6)-(12n-8)} \\ &= 3^2\end{aligned}$$

2. A

$$\begin{aligned}\frac{a-1}{x} &= \frac{b}{1-x} \\ (a-1)(1-x) &= bx \\ x(1-a-b) &= 1-a \\ x &= \frac{a-1}{a+b-1}\end{aligned}$$

3. A

檢查每項的係數。

	$\frac{12q}{\quad}$	$\frac{-9q^2}{\quad}$	$\frac{-4p}{\quad}$
A.	✓	✓	✓
B.	✗		
C.	✗		
D.	✓	✓	✗

4. C

$$y = (x-2)^2 - 9$$

A. ✗。 x^2 的係數 = $1 > 0$ 。該圖像開口向上。

B. ✗。 y 截距 = $(0-2)^2 - 9 = -5$

C. ✓。 $0 = (x-2)^2 - 9$

$$x = 2 \pm 3$$

該圖像與 x 軸相交於兩相異點。

D. ✗。頂點的坐標為 $(2, -9)$ 。

5. C

A. ✗。應為 0.10。

B. ✗。該數字有四位小數。

C. ✓。

D. ✗。該數字有六位小數。

6. D

$$f(-9) = 2(-9)^2 + 17(-9) + k = 0$$

$$k = -9$$

$$\begin{aligned}\text{餘數} &= 2\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + 17\left(\frac{-1}{2}\right) - 9 \\ &= -17\end{aligned}$$

7. D

$$\begin{aligned}-2(x+6)+4 &> 10 \quad \text{及} \quad \frac{3(x+3)}{-2} > 12 \\ x &< -9 \qquad \qquad \qquad x &< -11\end{aligned}$$

所求範圍為 $x < -11$ 。

8. D

可得 $3a^2 - 4a - 2 = 0$ 。

$$\begin{aligned}9 + 12a - 9a^2 &= 9 - 3(3a^2 - 4a) \\ &= 9 - 3(0 + 2) \\ &= 3\end{aligned}$$

9. B

$$0 = f(x) - f(-x) = 4[x^2 - (-x)^2] + 2a[x - (-x)] - b(1 - 1)$$

$$0 = 2a(2x)$$

$$a = 0$$

$$f(-2) = 4(-2)^2 - b = 8$$

$$b = 8$$

$$f(-1) = 4(-1)^2 - 8$$

$$= -4$$

10. B

$$\begin{aligned}\text{利息} &= 100\,000 \left(1 + \frac{4\%}{4}\right)^{3 \times 4} - 100\,000 \\ &\approx \$12\,683\end{aligned}$$

11. B

設實際面積為 $A \text{ cm}^2$ 。

$$\frac{A}{100} = (150\,000)^2$$

$$A = 2.25 \times 10^{12}$$

$$\text{實際面積} = \frac{2.25 \times 10^{12}}{(1000 \times 100)^2} = 225 \text{ km}^2$$

12. D

設 $z = \frac{kx^2}{\sqrt{y}}$ ，其中 k 為一非零常數。

$$\begin{aligned} z' &= \frac{(1.1)^2}{\sqrt{1 - 0.36}} \\ &= 1.5125 \end{aligned}$$

z 增加 51.25%。

13. C

數字由 +4, +4, +4, ... 而成。

該數列為 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, ...

所求數目為 47。

14. B

$$n < \frac{10.5 \times 1000}{7.5}$$

$$< 1400$$

n 的最大值為 1399。

15. C

$$\frac{(AT - CT)(DT)}{2} = 36$$

$$AT - CT = 9 \text{ cm}$$

由於 $AT + CT = 21 \text{ cm}$ ， $AT = 15 \text{ cm}$ 及 $CT = 6 \text{ cm}$ 。

$$\text{周界} = \sqrt{8^2 + 6^2} + \sqrt{15^2 + 8^2} + 29 + \sqrt{29^2 - 21^2}$$

$$= 76 \text{ cm}$$

16. A

三角形對底 15 cm 的高

$$= \sqrt{15^2 + \left(\frac{16}{2}\right)^2}$$

$$= 17 \text{ cm}$$

$$\text{所求面積} = 4 \times \frac{(17)(16)}{2} + 16^2$$

$$= 800 \text{ cm}^2$$

17. C

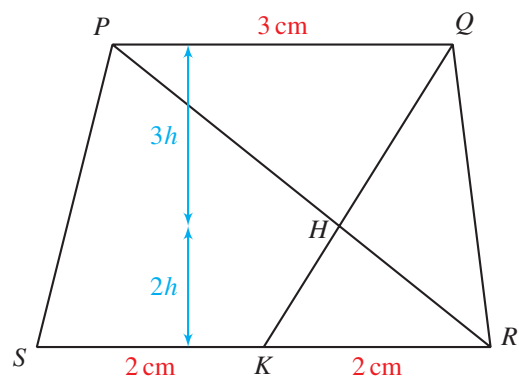
設 $PQ = 3 \text{ cm}$ 。則 $SK = KR = 2 \text{ cm}$ 。

$\triangle PQH \sim \triangle RKH$ (比例 $3:2$)

$$\frac{(3)(3h)}{2} = 90$$

$$h = 20$$

$$\begin{aligned} \text{所求面積} &= \frac{(3+4)(100)}{2} \\ &= 350 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



18. B

設外角為 θ 。

$$\theta + 7\theta = 180^\circ$$

$$\theta = 22.5^\circ$$

I. $\checkmark$ 。 $n = \frac{360^\circ}{22.5^\circ} = 16$

II. $\times$ 。對角線數目 $= C_2^{16} - 16 = 104$

III. $\checkmark$ 。

19. C

$$\angle APD = 90^\circ - \theta$$

$$\angle BPQ = 180^\circ - (90^\circ - \theta) - 90^\circ = \theta$$

$$AP = AD \tan \theta = \tan \theta \text{ 及 } BP = 1 - AP = 1 - \tan \theta$$

$$\begin{aligned} PQ &= \frac{BP}{\cos \theta} \\ &= \frac{1 - \tan \theta}{\cos \theta} \end{aligned}$$

20. B

I. $\times$ 。週期 $= \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$

II. $\times$ 。最大值 $= 1$ 及最小值 $= -1$

III. $\checkmark$ 。

21. D

$$\text{反角 } \angle SOP = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$$

$$\angle STP = \frac{260^\circ}{2} = 130^\circ$$

$$\angle RTP = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\angle STR = 130^\circ - 45^\circ = 85^\circ$$

22. A

配給合理數值至截距。

L_1 :

$$(1, 0) \rightarrow k = 2$$

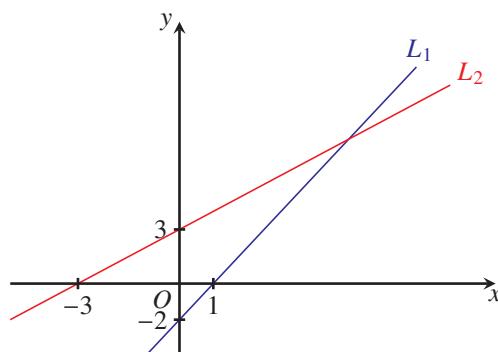
$$(0, -2) \rightarrow h = -1$$

L_2 :

$$(0, 3) \rightarrow n = 3$$

$$(-3, 0) \rightarrow m = -1$$

結果隨之而來。



23. B

L 的方程為 $4x + 3y + k = 0$ 的形式，其中 k 為一常數。

$$4(-4) + 3(0) + k = 0$$

$$k = 16$$

所求方程為 $4x + 3y + 16 = 0$ 。

24. B

AB 與 BC 不平行。 P 的軌跡為 $\angle ABC$ 的角平分線。

I. ✗。該軌跡不垂直於 AC ，除非 $AB = BC$ 。

II. ✗。該軌跡不通過 AC 的中點，除非 $AB = BC$ 。

III. ✓。

25. A

$$(-1, -\sqrt{3}) \rightarrow (1, -\sqrt{3}) = (2, 300^\circ)$$

26. A

$$C : x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$$

I. ✗。圓心 $(2, -4)$ 在第四象限。

II. ✓。半徑 $= \sqrt{2^2 + 4^2 + 5} = 5$ ，面積 $= 5^2\pi = 25\pi$ 。

III. ✗。 $3^2 + (-2)^2 - 4(3) + 8(-2) - 5 = -20 < 0$

點 $(3, -2)$ 在 C 內。

27. A

$$\begin{aligned} \text{期望值} &= 18\left(\frac{5}{36}\right) + 9\left(1 - \frac{5}{36}\right) \\ &= 10.25 \end{aligned}$$

28. D

只需考慮個位數。

$$\text{所求概率} = \frac{4}{7}$$

29. C

$$\text{下四分位數} = \frac{28 + 30}{2} = 29 \text{ 及上四分位數} = \frac{52 + (50 + a)}{2} = \frac{102 + a}{2}$$

$$\frac{102 + a}{2} - 29 \leq 24$$

$$a \leq 4$$

參照幹葉圖， $2 \leq a \leq 8$ 。

因此， $2 \leq a \leq 4$ 及 $a = 2, 3$ 或 4 。

30. C

可得 $b = 5$ 及 $c = 5$ 。

$$a = \frac{2 + 3 + 4 + \dots + 8 + x}{16}$$

$$= 5 + \frac{x}{16}$$

$$\text{I. } \checkmark \circ a = 5 + \frac{x}{16} > 5 = b$$

$$\text{II. } \checkmark \circ a = 5 + \frac{x}{16} > 5 = c$$

$$\text{III. } \times \circ b = c = 5$$

31. C

對點 $(0, 8)$ ，

$$\log_4 x = 0 \quad \text{及} \quad \log_8 y = 8$$

$$\begin{aligned} x &= 1 & y &= 8^8 \\ & & &= 2^{24} \end{aligned}$$

只有選項 C 滿足以上條件。

32. C

圖中顯示 $y = f(x)$ 及 $y = -f(x - 5)$ 的圖像。

$y = f(x)$ 的圖像沿 x 軸反射，然後向左平移 5 單位。

33. B

描繪直線 $y = 1$ 。可得 $0 < a < b < 1$ 。

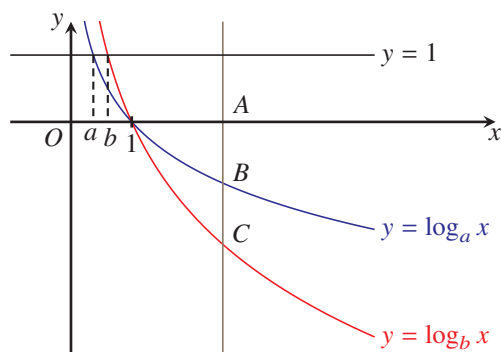
I. ✗。

II. ✗。

III. ✓。設 ABC 的方程為 $x = k$ 。

B 及 C 的坐標分別為 $(k, \log_a k)$ 及 $(k, \log_b k)$ 。

$$\begin{aligned}\frac{BC}{AB} &= \frac{\log_a k - \log_b k}{-\log_a k} \\ &= \frac{\frac{\log k}{\log a} - \frac{\log k}{\log b}}{-\frac{\log k}{\log a}} \\ &= \frac{\log a}{\log b} - 1 \\ &= \log_b a - \log_b b \\ &= \log_b \frac{a}{b}\end{aligned}$$



34. A

$$\begin{aligned}AB00CD00EF011_{16} &= 10 \times 16^{12} + 11 \times 16^{11} + 12 \times 16^8 + 13 \times 16^7 + 14 \times 16^4 + 15 \times 16^3 \\ &\quad + 1 \times 16 + 1 \times 16^0 \\ &= (10 \times 16 + 11) \times 16^{11} + (12 \times 16 + 13) \times 16^7 + (14 \times 16 + 15) \times 16^3 + 17 \\ &= 171 \times 16^{11} + 205 \times 16^7 + 239 \times 16^3 + 17\end{aligned}$$

35. D

$$\begin{aligned}&\frac{4i^{2020} + 5i^{2019} + 6i^{2018} + 7i^{2017} + 8i^{2016}}{1+i} \\ &= \frac{4 + 5i^3 + 6i^2 + 7i + 8}{1+i} \\ &= \frac{6 + 2i}{1+i} \\ &= 4 - 2i \\ &\text{虛部} = -2\end{aligned}$$

36. A

直線	x 截距	y 截距
$x - y = 0$	0	0
$x + y = 6$	6	6
$2x - y = 6$	3	6

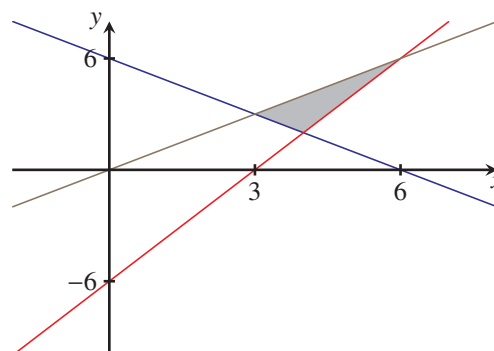
利用截距描繪圖像。

當 x 越小且 y 越大時， $x - 4y + 1$ 的值越大，即所求頂點在左上角。

各左上角的坐標為 $(3, 3)$ 及 $(6, 6)$ 。

(x, y)	$(3, 3)$	$(6, 6)$
$x - 4y + 1$	-8	-17

所求之值 = -17



37. B

該圖像通過 $(210, -4)$ 。

$(210, -4)$

- A. $y = -2 \cos 240^\circ + 2 \neq -4$
- B. $y = 2 \cos 180^\circ - 2 = -4$
- C. $y = 2 \cos 240^\circ + 2 \neq 4$
- D. $y = -2 \cos 180^\circ - 2 = 0 \neq -4$

38. D

設公比為 r 。

$$r^{6-2} = \frac{1}{18} \div \frac{9}{32}$$

$$r^4 = \frac{16}{81}$$

$$r = \pm \frac{2}{3}$$

當 $r = \frac{2}{3}$ 時， $a_1 = \frac{a_2}{r} = \frac{27}{64}$ 。

無限項之和 $= \frac{a_1}{1-r} = \frac{81}{64} > \frac{1}{2}$ 。

當 $r = -\frac{2}{3}$ 時， $a_1 = \frac{a_2}{r} = -\frac{27}{64}$ 。

無限項之和 $= \frac{a_1}{1-r} = -\frac{81}{320} < \frac{1}{2}$ 。

因此， $r = -\frac{2}{3}$ 。

I. $\checkmark$ 。 $a_4 = a_2 \times r^2 = \frac{1}{8}$

II. $\checkmark$ 。

$$\begin{aligned} a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_9 - a_{10} &= \frac{a_1[1 - (-r)^{10}]}{1 - (-r)} \\ &= \frac{\frac{a_2}{r}(1 - r^{10})}{1 + r} \\ &\approx -1.24 < -1 \end{aligned}$$

III. $\checkmark$ 。

$$\begin{aligned} a_2 + a_4 + \dots + &= \frac{a_2}{1 - r^2} \\ &= \frac{81}{160} \\ &= \frac{9}{320\left(\frac{1}{18}\right)} \end{aligned}$$

39. D

A. $\times$ 。利用計算機程式，方程組 $\begin{cases} x + y - 9 = 0 \\ x^2 + y^2 + 6x + 6y + 9 = 0 \end{cases}$ 沒有實解。

B. $\times$ 。 $x + y + 9 = 0$ 不通過 (3, 6)。

C. $\times$ 。與 A 同樣原因。

D. $\checkmark$ 。

40. [C]

設 K 為 AM 上的一點使得 $DK \perp AM$ 。

則 $\alpha = \angle EMD$ 及 $\beta = \angle EKD$ 。

I. ✓。由於 $\angle DKM = 90^\circ$ ，可得 $DK < DM$ 及 $\alpha < \beta$ 。

II. ✗。由於 $\alpha < \beta$ ，可得 $\cos \alpha > \cos \beta$ 。

III. ✓。 $\angle DAM = \angle BMA = \tan^{-1} \frac{5}{2.5} \approx 63.4^\circ$

$$DK = AD \sin \angle DAM \approx 4.47 \text{ cm}$$

$$\tan \beta = \frac{DE}{DK} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

41. [D]

設 O 為圓心。

$$\angle OPB = \angle OQB = \angle OSL = \angle ORL = 90^\circ$$

$$\angle HAC = \angle HCA = \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ \text{ 及 } \angle BCH = \angle HCA = 54^\circ$$

$$\text{在 } OQCS \text{ 中, } \angle QOS = 360^\circ - 54^\circ - 90^\circ \times 2 = 126^\circ \text{ 及 } \angle ROS = 126^\circ \times \frac{4}{4+5} = 56^\circ$$

$$\text{在 } OPHS \text{ 中, } \angle POS = 360^\circ - 108^\circ - 90^\circ \times 2 = 72^\circ$$

$$\text{在 } OPAR \text{ 中, } \angle BAK = 360^\circ - 56^\circ - 72^\circ - 90^\circ \times 2 = 52^\circ$$

42. [B]

通過 P 的高線為 x 軸。

垂心 H 的坐標為 $(6, 0)$ 。

設 R 的坐標為 $(0, r)$ 。由於 $RH \perp PQ$ ，

$$\frac{0-r}{6-0} \times \frac{-3}{4} = -1$$

$$r = -8$$

R 的坐標為 $(0, -8)$ 。

43. [A]

$$\text{所求概率} = 1 - \frac{5 \times 4 \times 7 \times 6}{C_4^{22}}$$

$$= \frac{185}{209}$$

44. [A]

設彼得新的分數為 x 。

$$\frac{x-62}{10} = \frac{50-54}{4}$$

$$x = 52$$

45. [B]

I. ✗。若 $x = a_5$ ，則原來的及新的中位數均為 a_5 。

II. ✓。 $r_1 = a_9 - a_1$ 。由於 a_1 及 a_9 均為新一組數字的元素，新的分佈域不小於 r_1 。

III. ✗。可配給極端數值予 x 及 y 使得新的數字組的離差較大，在此情況可得 $s_2 > s_1$ 。